

Das Überraschende kann ^{Sa1} ~~in der Mathematik~~
~~in der Behandlung der Mathematik~~ // zweierlei völlig verschie-
dene Rollen spielen.

Man kann den Wert einer mathematischen Ge-
dankenreihe darin erblicken, dass sie ~~etwas Überraschendes~~
// ~~etwas uns überraschendes~~ // zutage fördert: - weil es von grossem
Interesse, von grosser Wichtigkeit ist, zu sehen, wie ein Sach-
verhalt durch die und die Art seiner Darstellung ~~überraschend,~~
~~oder paradox, ^{wird} ~~wirkt~~~~ // überraschend, ^{oder} ~~verstaunlich,~~ ^{ja paradox wird} oder auch pa-
radox wird. //

Sa 3

"~~sehr~~ Demonstration hat ein überraschendes Resultat"

"Das ist ein überraschendes Resultat!" -
Ergebnis

Wenn es Dich überrascht, dann hast Du es noch nicht verstanden. Denn die Überraschung ist hier nicht legitim, wie beim

Ausgang eines Experiments. Da - möchte ich sagen - darfst Du Dich ihrem Reiz hingeben; aber nicht, wenn sie Dir am Ende einer Schlusskette zuteil wird. Denn da ist sie nur ein Zeichen dafür, dass noch Unklarheit, oder ein Missverständnis herrscht.

"Aber warum soll ich nicht überrascht sein, dass ich d a h i n geleitet worden bin?" - Denk Dir Du hättest einen langen algebraischen Ausdruck vor Dir; es sieht zuerst aus, als liesse er sich nicht wesentlich kürzen; dann aber siehst Du eine Möglichkeit der Kürzung und nun ~~geht~~ geht sie weiter, bis der Ausdruck zu einer kompakten Form zusammenschrumpft. Können wir (hier) nicht über dies Resultat überrascht sein? (Beim Patience-Legen geschieht ähnliches.) Gewiss, und es ist eine angenehme Überraschung; und sie ist vom psychologischen Interesse, denn sie zeigt ein Phänomen des Nicht-Überblickens und der Änderung des Aspekts eines gesehenen Komplexes. Es ist interessant, dass man es diesem Komplex nicht immer ansieht, dass er sich so kürzen lässt; ist aber der Weg der Kürzung übersichtlich vor unsern Augen, so verschwindet die Überraschung.

Wenn man sagt, man sei eben überrascht, dass man d a h i n geführt worden sei, so ist dies keine ganz richtige Darstellung des Sachverhalts. Denn diese Überraschung hat man doch nur dann, wenn man den Weg noch nicht kennt. Nicht, wenn man ihn ganz vor sich sieht. Dass dieser Weg, den ich ganz vor mir habe, da anfängt, wo er anfängt, und da aufhört, wo er aufhört, das ist keine Überraschung. Die Überraschung und das

Interesse kommen dann sozusagen von aussen. Ich meine -
man kann sagen: "Diese mathematische Untersuchung hat
grosses psychologisches Interesse", oder "grosses physikali-
sches Interesse".

Ich staune immer wieder bei dieser
Wendung des Themas; obwohl ich es unzählige Male gehört habe
und es auswendig weiss. Es ist vielleicht sein S i n n ,
Staunen zu erwecken.

Was soll es dann heissen, wenn ich sa-
ge: 'Du d a r f s t nicht staunen !'?

Denke an mathematische Rätselfragen.
Sie werden gestellt, weil sie überraschen; das ist ihr ganzer
Sinn.

Ich will (also) sagen: Du sollst nicht
glauben, es sei hier etwas verborgen, in das man nicht Einsicht
nehmen kann -- als seien wir durch einen unterirdischen Gang
gegangen und kämen nun irgendwo ans Licht, ohne aber wissen
zu können, wie wir dahin gekommen sind, oder welches die Lage
des Eingangs ~~Anfangspunktes~~ zum Ausgang des Tunnels ^{sei} ist.

Wie aber konnte man denn überhaupt in
dieser Einbildung sein? Was gleicht in der Rechnung einer
Bewegung unter der Erde? Was konnte uns denn dieses Bild
nahe legen? Ich glaube: dass kein Tageslicht auf diese
Schritte fällt; dass wir den Anfangs- und Endpunkt der Rech-
nung in einem Sinne verstehen, in dem ^{wir} den übrigen Gang der
Rechnung nicht verstehen.

"Hier ist kein Geheimnis !" - aber wie konnten wir denn glauben, dass eines sei ? - Nun, ich bin immer wieder den Weg gegangen und war immer wieder überrascht; und auf den Gedanken, dass man hier etwas verstehen kann, bin ich nicht gekommen. - "Hier ist kein Geheimnis", heisst also: Schau Dich doch um !

Ist es nicht, als sähe man in einer Rechnung eine Art Kartenaufschlagen ? Man hat die Karten gemischt; man weiss nicht, was dabei vor sich ging: aber am Ende lag obenauf der Zehner, und ^{dies} ~~das~~ bedeutet ^{es kommt Regen} ^{diese Karte}

Unterschied zwischen dem Werfen des Loses und dem Auszählen vor einem Spiel. Könnten aber nicht naive Menschen auch im Ernstfalle statt einen Mann auszulosen sich des Auszählens bedienen ?

~~Was tut der, der uns darauf aufmerksam macht, dass beim Auszählen das Ergebnis abgekartet ist ?~~

Ich will sagen: "Wir haben keinen Überblick über das, was wir gemacht haben, und deshalb kommt es uns geheimnisvoll vor". Denn nun steht ein Resultat vor uns, und wir wissen nicht mehr, wie wir dazu gekommen sind, aber wir sagen (wir haben ^{es ist aus nicht durchsichtig})

gelernt zu sagen): "also muss es so sein" //"so muss es sein"//;

und wir nehmen es hin und staunen darüber. Könnten wir uns

nicht/denken, ^{diesen Fall:} ~~dass ein Mensch verschiedene~~ ^{Gewand hat eine Reihe von} Befehlen, von der Form

"Du musst jetzt das und das tun" ^{so so handeln} einzeln auf Karten geschrieben;

~~hätte, dass~~ ^{liest} ~~er die Karten~~ ^{er} ~~denn mischt,~~ ^{liest} ~~und~~ die, welche obenauf

zu liegen kommt, ~~liest~~ und sagt: Also, ich muss das tun !-

Denn das Lesen eines geschriebenen Befehls macht nun einmal

einen bestimmten Eindruck, hat eine bestimmte Wirkung. Und

ebenso auch das Anlangen bei einer Schlussfolgerung.- Man

könnte aber vielleicht den Bann eines solchen Befehls brechen,

~~indem man~~ ^{thun diesen Menschen} noch einmal klar vor Augen führt, wie ^{er} man zu die-

sen Worten ^{gebörmen} gelangt ist, und diesen Vorgang mit anderen ^{Vorgängen} ver-

gleicht. //und , was da geschehen ist, mit andern Fällen ver-

gleicht// - indem man z.B. sagt: "Es hat Dir doch niemand den Befehl gegeben!"

Und ~~es~~ ist es nicht auch s o , wenn ich sage: "Hier ist kein Geheimnis" ?- Er hatte ja, in gewissem Sinne, nicht geglaubt, dass ein Geheimnis vorliegt. Aber er war unter dem E i n d r u c k des Geheimnisses (wie der Andere unter dem E i n d r u c k eines Befehles). In e i n e m Sinne kannte er ja die Situation, aber er verhielt sich zu ihr (im Gefühl und im Handeln) 'als läge ein anderer Sachverhalt vor'- wie wir sagen würden.

Sa 8

"Eine Definition führt Dich doch nur wieder einen Schritt zurück, zu etwas anderem nicht Definiertem." Was sagt uns das ? Wusste das irgend jemand nicht ?- Nein; aber

konnte er es nicht aus dem Auge verlieren ?

Oder: "Wenn Du schreibst

'1, 4, 9, 16,', so hast Du nur vier Zahlen angeschrieben, und vier Pünktchen"- worauf machst Du da aufmerksam ? Konnte jemand etwas anderes glauben ? Man sagt Einem in so einem Falle auch: "Damit hast Du weiter nichts hingeschrieben als vier Zahlzeichen und ~~nur~~ ein fünftes Zeichen, die Pünktchen". Ja, wusste er das nicht ? Aber kann er nicht doch sagen: Ja wirklich, ich habe die Pünktchen nie als ein weiteres Zeichen in dieser Reihe // als ein ^{Zahlenreihe} mathematisches Zeichen nach dem Zahlzeichen // aufgefasst, - dass hier so allerdings so ^{Ausdeutung weiterer Zahlzeichen aufgefasst.} aussieht, wie weitere flüchtig geschriebene Ziffern, aber auch anders geschrieben werden könnte, dass es den Charakter eines Buchstabens oder Zahlzeichens hätte.

Oder wie ist es, wenn man darauf aufmerksam macht, dass eine Linie im Sinne Euklids eine Farbengrenze ist und nicht ein Strich; und ein Punkt der Schnitt solcher Farbengrenzen und kein Tupfen ? (Wie oft ist gesagt worden, dass man sich einen Punkt nicht vorstellen kann.)

Man kann in der Einbildung leben, denken, - dass es sich so und so verhält, ohne es zu glauben ; d.h.: wenn man gefragt wird, so weiss man es, hat man aber nichts auf die Frage zu antworten, so weiss man es nicht ,

sondern man handelt und denkt dann nach einer andern Ansicht.

Denn eine Ausdrucksform lässt uns so und so handeln. Wenn sie unser Denken beherrscht, so möchten wir trotz aller Einwendungen sagen: "in gewissem Sinne verhält es sich d o c h so" Obwohl es gerade auf den 'gewissen Sinn'

ankommt. *(Sich doch nur die Technik unserer elenden Zeitungen an!)* // *Vergiß doch nicht was dir täglich vor Augen ist: die Technik unserer Zeitungen!* (Ähnlich beinahe, wie es uns die Unehrlichkeit eines Menschen bedeutet, wenn wir sagen: er sei ~~kein Dieb~~.)

- 215 -

Hievon ^{aber} ~~ganz~~ verschieden ist ^{eine ~~neue~~} die ~~gegenwärtig~~
~~gepflogene Darstellungsweise~~ // heute herrschende, Auffassung der
~~Mathematik~~, der das Überraschende, das Erstaunliche, darum
als Wert gilt, weil es ~~zeigt~~ zeige, in welche Tiefe die mathematische
Untersuchung dringt; wie wir den Wert eines Teleskops daran er-
^{könnten} messen ~~können~~, dass es uns Dinge zeigt, die wir ohne dieses In-
strument nicht hätten a h n en können. Der Mathematiker sagt
gleichsam: "Siehst Du, das ist doch wichtig, das hättest Du ohne
mich nicht gewusst." / So als wären durch diese Überlegungen,
als durch eine Art höheren Experiments, erstaunliche, ja die
erstaunlichsten Tatsachen ans Licht gefördert worden.

Der Mathematiker ^{aber} ist kein Entdecker, sondern
ein Erfinder.