

~~"Aber sind die Übergänge also durch die algebraische Formel nicht bestimmt?" - In der Frage liegt ein Fehler.~~

Wir verwenden den Ausdruck: "die Übergänge sind durch die Formel bestimmt". ^{Wie wird er verwendet?} ~~Wie wird er verwendet?~~

Wir können etwa davon reden, dass Menschen durch Erziehung (Abrichtung) dahingebraucht werden, die Formel $y = x^2$ so zu verwenden, dass Alle, wenn sie die gleiche Zahl für x einsetzen, immer die gleiche Zahl für y herausrechnen. Oder wir können sagen: "Diese Menschen sind so abgerichtet, dass sie alle auf den Befehl '+3' auf der gleichen Stufe den gleichen Übergang machen. Wir könnten dies so ausdrücken: "Der Befehl '+3' bestimmt für diese Menschen jeden Übergang von einer Zahl zur nächsten völlig." (Im Gegensatz zu andern Menschen, die auf diesen Befehl nicht wissen, was sie zu tun haben, ~~jeder deren jeder zwar mit Sicherheit, aber in anderer Weise auf ihn reagieren.~~) // ~~jeder die zwar mit Sicherheit,~~ (vgl. 139) aber ein jeder in anderer Weise, auf ihn reagieren.)

Wir können andererseits verschiedene Arten von Formeln und zu ihnen gehörige verschiedene Arten der Verwendung (verschiedene Arten der Abrichtung) einander entgegensetzen. Wir nennen dann Formeln einer bestimmten Art (und der dazugehörigen Verwendungsweise) "Formeln, welche eine Zahl y für ein gegebenes x bestimmen", und Formeln anderer Art, solche, "die die Zahl y für ein gegebenes x nicht bestimmen". ($y = x^2 + 1$ wäre etwa von der ersten Art, $y > x^2 + 1$, $y = x^2 \pm 1$, $y = x^2 + 2$ von der zweiten.) Der Satz: "die Formel bestimmt eine

Zahl y ist dann eine Aussage über die Form der Formeln und es ist nun ~~zu unterscheiden~~ ein Satz ~~wie~~ ^D "die Formel, die ich hingeschrieben habe, bestimmt y ", oder ^H "hier steht eine Formel, die y bestimmt", ^{zu unterscheiden} von einem Satz wie: ^D "die Formel $y = x^2$ bestimmt die Zahl y für ein gegebenes x ". Die Frage ~~x~~ "Steht dort eine Formel, die y bestimmt?" heisst dann dasselbe wie: "Steht dort eine Formel dieser Art, oder jener Art?"; was wir aber mit der Frage anfangen sollen: "Ist $y = x^2$ eine Formel, die y für ein gegebenes x bestimmt?" ~~ist~~ ist nicht ohne weiteres klar. Diese Frage könnte man etwa an einen Schüler stellen, um zu prüfen, ob er die Verwendung des Ausdrucks "bestimmen" versteht; oder es könnte eine mathematische Aufgabe ~~zu~~ sein, zu berechnen, ob auf der rechten Seite der Formel nur eine Variable steht, wie z.B. im Fall:

$$y = (x^2 + z)^2 - z(2x^2 + z).$$

203

~~Man kann nun sagen~~ "Wie die Formel gemeint wird, das bestimmt, welche Übergänge zu machen sind." Was ist das Kriterium dafür, wie die Formel gemeint ist? Doch wohl die Art und Weise, wie wir sie ständig gebrauchen, wie uns gelehrt wurde, sie zu gebrauchen.

Wir sagen z.B. Einem, der ein uns unbekanntes Zeichen gebraucht: "Wenn ^d Du mit " $\frac{x}{2}$ " meinst: x^2 , so erhältst ^d Du diesen Wert für y , wenn ^d Du damit \sqrt{x} meinst, jenen." - Frage ^d Dich nun: Wie macht man es, mit " $\frac{x}{2}$ " das eine, oder das andere meinen?

So kann also das Meinen die Übergänge zum voraus bestimmen.

209

I 3

"Wie weiss ich, dass ich im Verfolg
der Reihe +2 schreiben muss

"20004, 20006"

und nicht

"20004, 20008"? ^{Ähnlich ist} X- (die Frage ist

~~ähnlich der:~~ "Wie weiss ich, dass diese Farbe 'rot' ist?")

"Aber Du weisst doch, ^{z.B.} dass Du immer die

g l e i c h e X Zahlenfolge in den Einern schreiben musst:

2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, u.s.w."- Ganz richtig! das Problem muss

auch schon in dieser Zahlenfolge, ja auch schon in d e r

2, 2, 2, 2, u.s.w. ~~auf~~ auftreten.- Denn wie weiss ich, dass

ich nach der 500sten ^{"2"} ~~zwei~~ "2" schreiben soll; dass nämlich

an dieser Stelle

^{Ziffer!} ~~dann "2" 'die gleiche Zahl~~ ist? ~~Ja, weiss ich es denn?~~ Und

13
wenn ich es z u v o r weiss, was hilft mir dieses ~~Wissen~~ Wissen für
später ? Ich meine: wie weiss ich dann, wenn der Schritt wirk-
lich zu machen ist, was ich mit ~~diesem~~ ^{jenem früheren} Wissen anzufangen habe ?

(Wenn zur Fortsetzung der Reihe +1 eine Intui-
tion nötig ist, dann auch zur Fortsetzung der Reihe +0 .)

"Aber willst Du sagen, dass der Ausdruck
 '+2' es für Dich zweifelhaft lässt, was Du, nach ²⁰⁰⁴ ~~2004~~ z.B.,
 schreiben sollst? "- Nein; ich ^{antworte} sage ohne Bedenken: ²⁰⁰⁶ ~~"2006"~~ ^{dies} /.
 Aber darum ist es ja überflüssig // unnötig //, dass darüber
~~bestimmt~~ ^{festgelegt wurde.} schon früher etwas bestimmt wurde. * Dass ich keinen Zweifel
 habe, wenn die Frage an mich herantritt, ~~heisst das, dass~~
~~sie früher bereits beantwortet worden ist?~~ // heisst eben
 nicht, dass sie früher schon beantwortet worden war //

"Aber ich weiss doch auch, dass, welche
 Zahl immer man mir geben wird, ich die folgende gleich mit
 , Sicherheit werde angeben können."- Ausgenommen ist doch gewiss
 der Fall, dass ich sterbe, ehe ich ^{dazu komme,} ~~dazu komme, die nächste~~
~~sie Zahl zu nennen,~~ ^{kommen} und natürlich auch viele andere Fälle. Dass
 ich aber so sicher bin, dass ich ~~fortsetzen kann,~~ // dass ich
 werde fortsetzen können, // ^{das} ist natürlich sehr wichtig.- ^{in grosser Bedeutung}

~~176~~ 204 → "Worin liegt dann aber die eigentümliche Unerbittlichkeit der Mathematik?" - Wäre für sie nicht ein gutes Beispiel die Unerbittlichkeit, mit der auf ~~1~~ eins zwei folgt, auf zwei drei, ~~(auf drei vier)~~, usw. ? - ~~Das~~ Das heisst doch wohl: in der ~~Kar~~ K a r d i n a l z a h l e n r e i h e folgt; denn in einer andern Reihe folgt ja etwas anderes ~~X~~. Und ist denn diese Reihe nicht eben durch diese Folge d e f i - n i e r t ? - ~~Wie~~ ~~Soll das also heissen~~, dass es gleich richtig ist, ^{auf welche Weise} ~~wie~~ immer ^{Ein} man zählt, und dass jeder zählen kann, wie er will ?" - Wir würden es wohl nicht "zählen" nennen, wenn jeder i r g e n d w i e Ziffern nacheinander ausspr^üch^e; aber es ist freilich nicht einfach eine Frage der Benennung. Denn das, was wir "zählen" nennen, ist ja ein wichtiger Teil der Tätigkeiten unseres Lebens. Das Zählen, und Rechnen, ist doch, z.B., nicht einfach ein Zeitvertreib. Zählen (und das heisst: s o z ä h l e n) ist eine Technik, die täglich in den mannigfachsten Verrichtungen unseres Lebens verwendet wird. Und darum lernen wir zählen ~~zu~~, wie wir es lernen: mit endlosem Üben, mit erbarmungsloser Genauigkeit; darum wird unerbittlich darauf gedrungen, dass wir Alle auf "eins" "zwei", auf "zwei" "drei" ~~X~~ sagen, u.s.f. - "Aber ist dieses Zählen also nur ein G e b r a u c h; entspricht dieser Folge nicht auch eine Wahrheit?" Die W a h r h e i t ist, dass das Zählen sich ~~sehr gut~~ bewährt hat. - "Willst Du also sagen, dass 'wahr-sein' heisst: brauchbar (oder nützlich) sein?" - Nein; sondern, dass man von der natürlichen Zahlenreihe- ebenso wie von unserer Sprache- nicht sagen kann, sie sei wahr, sondern:

sie sei brauchbar und ~~X~~, vor allem, sie werde verwendet.

205
~~176~~

v "Aber folgt es nicht mit logischer Notwendigkeit, dass Du ~~Ziffer~~ ^d erhältst, wenn Du zu eins ~~zählst~~ ^{zwei} ~~zählst~~ ^d ein ~~und drei~~ ^d zählst, und drei, wenn Du zu zwei eins zählst, u.s.f.; und ist diese Unerbittlichkeit nicht dieselbe, wie die des logischen Schlusses?"- Doch! ^s Sie ist dieselbe.- "Aber entspricht denn der logische Schluss nicht einer Wahrheit? Ist es nicht wahr, dass das aus diesem folgt?"- Der Satz: "es ist wahr, dass das aus diesem folgt", heisst einfach: das folgt aus diesem. Und wie verwenden wir diesen Satz?- Was würde denn geschehen, wenn wir anders schliessen - wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten?

Wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten, wenn unsere Zollstäbe aus ^{zehr}weichem Gummi wären, statt aus Holz und Stahl? - "Nun, wir würden nicht das richtige Mass des Tisches kennen lernen." - Du meinst, wir würden nicht, oder nicht zuverlässig, die Masszahl erhalten, die wir mit unsern harten Massstäben erhalten. Der wäre also im Unrecht, der den Tisch mit dem dehnbaren Massstab gemessen hätte und behauptet, er müsse ~~nur~~ 1.80 m nach unserer gewöhnlichen Messart; ~~er~~ sagt er aber ~~bloss~~, der Tisch misst 1.80m nach ^{der seinen,} seiner Messart, ^{ist das richtig} so stimmt das. - "Aber das ist dann doch überhaupt kein Messen!" - ^{Es ist unserem Messen ähnlich + kann unter} ~~Gewiss, es ist nicht, was wir 'messen' nennen, kann aber unter Umständen auch 'praktische Zwecke' erfüllen. (Ein Kaufmann könnte~~

Einen Massstab, der sich bei ^{geringer} ~~der~~ Erwärmung ausserordentlich stark ausdehnte, würden wir ~~unter~~ gewöhnlichen Umständen ~~deshalb~~ ~~un~~ ~~u~~ ~~n~~ ~~b~~ ~~r~~ ~~a~~ ~~u~~ ~~c~~ ~~h~~ ~~b~~ ~~a~~ ~~r~~ nennen. Wir könnten uns aber Verhältnisse denken, in denen gerade dies das Erwünschte wäre. Ich stelle mir vor, dass wir ^{nehmen} die Ausdehnung mit freiem Auge wahrnehmen; und ^{wir legen} Körpern in Räumen von ungleicher Temperatur die gleiche Masszahl der Länge beilegen, wenn sie auf dem Massstab, der fürs Auge bald länger bald kürzer ist, gleich weit reichen.

Man kann dann sagen: Was hier "messen" und "Länge" und "längengleich" heisst, ist etwas Anderes, als was wir so nennen. Der Gebrauch dieser Wörter ist hier ein anderer, als der unsere; aber er ist mit ihm ^{iel} verwandt, und auch wir gebrauchen diese Wörter auf viderlei Weise.

~~Plinius sagte, es sei eine Eigenschaft der Zahlen, dass ^{immer} nach je zehn eine höhere Art beginne. (Die logische Struktur der Welt.)~~

auf diese Weise verschiedene Kunden verschiedenen behandeln.)

206

I 9

Man muss

Da ~~muss~~ man sich klar machen, worin

Schliessen ~~dem~~ eigentlich besteht. Man wird etwa sagen, es besteht im Übergang von einer Behauptung zu einer andern. Aber ~~was~~ heisst ^{das} ~~das?~~ ~~Heisst es,~~ dass Schliessen etwas ist, was stattfindet beim Übergang von der einen zur andern Behauptung, also e h e die andere ausgesprochen ist - oder ~~heisst es,~~ dass Schliessen darin besteht, die eine Behauptung auf die andere folgen zu lassen, d.h., ^{z.B.} nach ihr ~~auszusprechen~~ auszusprechen? Wir stellen uns, verleitet durch die besondere Verwendung des ~~z~~ Verbuns ~~schliessen~~ "schliessen", gern vor, ~~das~~ ^{das} Schliessen sei eine eigentümliche Ta-

tigkeit, ein Vorgang im Medium des Verstandes, gleichsam ein Brauen der Nebel, aus welchem dann die Folgerung auftaucht. Sehen wir aber doch zu, was dabei geschieht! — ^{Da} ~~Einerseits~~ gibt es ~~da~~ einen Übergang von einem Satz zum andern auf dem Weg über andere Sätze, also durch eine Schlusskette;# aber von diesem Übergang brauchen wir nicht zu reden, da er ja eine andere Art von Übergang voraussetzt, nämlich ^{den} von einem Glied der Kette zum nächsten. // ~~da er ja aus andern Übergängen zusammengesetzt ist, nämlich von einem Glied der Kette zum nächsten. // Und auch hier gibt es einen Vorgang, den man Übergang zwischen Gliedern nennen kann. An diesem Übergang ist~~ ^{Es kann nun zwischen den Gliedern ein Vorgang der Überleitung stattfinden.} ~~ist~~ ^{um} nichts Okultes; ~~es~~ ^{es} ist ein Ableiten des einen Satzzeichens aus dem andern nach einer Regel; ein Vergleichen der beiden mit irgendeinem Paradigma, das uns das Schema des Übergangs darstellt; oder dergleichen. ^{Das} ~~es~~ kann auf dem Papier, mündlich, oder 'im Kopf', ~~d.h. in der Vorstellung~~, vor sich gehen. — Der Schluss kann aber auch so gezogen werden, dass der eine Satz, ohne ~~einen Vorgang der Überleitung~~, nach dem andern ausgesprochen wird; oder die Überleitung besteht nur darin, dass wir ~~sagen~~ ^{sagen} "Also", oder "Daraus folgt", oder dergl.. Man nennt es dann "Schluss", wenn der gefolgerte Satz sich tatsächlich aus der ^SPremise ableiten lässt.

207

~~178~~

Was heisst es nun, dass sich ein Satz aus einem andern, vermittelt einer Regel, ableiten lässt? Lässt sich nicht alles aus allem ^{nach} irgend einer Regel ableiten? # Was heisst es, wenn ich z.B. sage: diese Zahl lässt sich durch die Multiplikation jener beiden erhalten? Dies ist ~~offenbar~~ eine

+ — ja nach jeder Regel mit entsprechender Deutung —

Regel, die sagt, dass ^{wir} ~~zu~~ diese ~~die~~ Zahl erhalten müssen^{eu}, wenn
 anders ~~die~~ ^{wir} r i c h t i g multipliziert^{eu}; und diese Regel
 können wir dadurch erhalten, dass wir die beiden Zahlen multipli-
 zieren, oder auch auf andere Weise (obwohl man auch jeden Vorgang,
 der zu diesem Ergebnis führt, ~~feine~~ 'Multiplikation' nennen ^{könnte} ~~konnt~~).
 Man sagt nun, ich habe multipliziert, wenn ich die Multiplikation
 265 x 463 ~~ausgeführt~~ ausgeführt habe, aber auch, wenn ich sage: "4 mal 2
 ist ~~echt~~ 8", obwohl hier kein Rechnungsvorgang zum Produkt geführt
 hat (~~das~~ ^{ich} aber auch hätte a u s r e c h n e n können). Und
 so sagen wir auch, es werde ein Schluss gezogen, wo er nicht er-
 rechnet wird.

~~Aber die Schlussregel muss doch so sein, dass
 die Folgerung wahr sein muss, wenn die Premisse^s wahr ist. Wenn
 ich also die Premisse^s als wahr erkannt habe, so muss der Schluss ein
 solcher sein, dass ein Nicht-Übereinstimmen der Folgerung mit der
 Realität ausgeschlossen ist. -- Und das ist nur dadurch möglich,
 dass ich nichts als ein solches Nicht-Übereinstimmen gelten lasse,
 wenn die Realität mit den Premissen^s übereinstimmt.~~

202
 199
 Ich darf aber doch nur folgern, was wirklich
 f o l g t ! X - Soll das heissen: nur das, was den Schlussregeln
 gemäss folgt;# oder soll es heissen: nur das, was solchen Schluss-
 regeln gemäss folgt, die irgendwie mit ^{einer} ~~der~~ Realität übereinstimmen ?

Hier schwebt uns in vager Weise vor, dass diese Realität etwas sehr ^aAbstraktes, sehr ^aAllgemeines und sehr ^hhartes ist. Die Logik ist eine Art von Ultra⁻Physik, die Beschreibung des 'logischen Baus' der Welt, den wir durch eine Art ^{von}Ultra⁻Erfahrung wahrnehmen (mit dem Verstande etwa). Es schweben uns hier vielleicht Schlüsse vor wie dieser: "Der Ofen raucht, also ist das Ofenrohr wieder verlegt." (Und so wird dieser Schluss gezogen: Nicht so: "Der Ofen raucht, und wenn immer der Ofen raucht, ist das Ofenrohr verlegt; also ".)

3
200

~~Das~~, Was wir 'logischer Schluss' nennen, ist ~~(nichts als)~~ eine Transformation des Ausdrucks. ^{z.B.} Die Umrechnung ~~von~~ ~~von~~ einem Mass auf ein anderes. Auf der einen Kante ~~des~~ eines Massstabes sind Zoll aufgetragen, auf der andern cm. Ich messe den Tisch in Zoll und gehe dann a u f d e m M a s s - s t a b zu cm über.- ~~Oder so: ich fülle ein Gefäß mit Wasser, dann leere ich das Wasser in ein Messglas und endlich wäge ich dieses Wasser, um einen andern Ausdruck ~~für~~ für den Inhalt des Gefäßes zu erhalten.~~ Und freilich gibt es auch beim Übergang von einem Mass zum andern richtig und falsch; aber mit welcher Realität stimmt hier das Richtige überein? Wohl mit einer A b - m a c h u n g, oder einem G e b r a u c h, und ~~etwa mit den~~ praktischen Bedürfnissen.

204

~~Wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt~~

205

-2.B.-

"Aber muss denn nicht aus "(x).fx" "fa" folgen, wenn "(x).fx" so gemeint ist, wie wir es meinen?" - Und wie äussert es sich, wie wir es meinen? Nicht durch die ständige Praxis seines Gebrauchs? und etwa noch durch gewisse G e - s t e n - und was dem ähnlich ist.-- Es ist aber, als hinge dem Wort "alle", wenn wir es sagen, noch etwas an, womit ein anderer Gebrauch unvereinbar wäre; nämlich die B e d e u t u n g .

← "Alle" heisst doch: a l l e !" möchten wir sagen, wenn wir sie erklären sollen; und dabei machen wir eine gewisse Geste und Miene.

Hacke alle diese Bäume um !--- Ja, verstehst Du nicht, was 'a l l e' heisst? (Er hatte e i n e n stehen gelassen.) Wie hat er gelernt, was 'alle' heisst? Doch wohl durch Übung.- Und freilich diese Übung hat nun nicht nur bewirkt, dass er auf den Befehl d a s t u t , - sondern sie hat das Wort mit einer Menge von Bildern (visuellen und andern) umgeben, von denen das eine oder das andere auftaucht, wenn wir das Wort hören und aussprechen. (Und wenn wir Rechenschaft darüber geben sollen, was die 'Bedeutung' des Wortes ist, greifen wir zuerst e i n Bild aus dieser Masse heraus - und verwerfen es dann wieder als unwesentlich, wenn wir sehen, dass einmal dies, einmal jenes auftritt, und manchmal keines.)

~~Man könnte sagen:~~ Man lernt die Bedeutung von "alle", indem man lernt, dass aus "(x).fx" "fa" folgt. - ~~D.h.~~ Die Übungen, die den Gebrauch dieses Wortes einüben, seine Bedeutung lehren, zielen immer dahin, dass eine Ausnahme nicht gemacht

werden darf.

206

Wie l e r n e n wir denn Schliessen ?

I 17

Oder lernen wir es nicht -?

Weiss das Kind, dass aus der doppelten Verneinung die Bejahung folgt ?- Und wie ü b e r z e u g t man es davon ? Wohl dadurch, dass man ihm einen Vorgang zeigt (eine doppelte Umkehrung, zweimalige Drehung um 180 , u d e r g l .) den es nun als Bild der Verneinung annimmt.

Und man macht den Sinn von " $(x).fx$ " klar, indem man darauf dringt, dass aus ihm "fa" folgt.

werden darf.

2036 207

"Aus 'alle', wenn es s o gemeint ist, muss doch d a s folgen."- Wenn es w i e gemeint ist? Überlege es Dir, wie meinst Du es? Da schwebt Dir etwa noch ein Bild vor- und mehr hast Du nicht.- Nein, es m u s s nicht - aber es f o l g t : Wir v o l l z i e h e n diesen Übergang.

Und wir sagen: Wenn das nicht folgt, dann waren es eben nicht a l l e ! -- und das zeigt nur, wie wir mit Worten in so einer Situation reagieren.-

87
2047

~~Wir könnten es auch so sagen:~~ Es kommt uns vor, dass wenn aus "(x).fx" nicht mehr "fa" folgen soll, ausser dem G e b r a u c h des Wortes "alle" noch etwas anderes sich geändert haben muss, etwas, was dem Wort ~~unmittelbar~~ # selbst# anhangt.

Ist das nicht ähnlich, wie wenn man sagt: "Wenn dieser Mensch anders handelte, dann müsste auch sein Charakter ein anderer sein." Nun das kann in manchen Fällen etwas heissen und in manchen nicht. Wir sagen: "aus dem Cha-
rakter ^{fließt} fließt die Handlungsweise", und so fließt aus der Bedeutung der Gebrauch. *Siehe Bemerkung 'die Medizin lieft'*

8
205

Das zeigt Dir - könnte man sagen- wie fest

verbunden gewisse Gesten, Bilder, Reaktionen, mit einem ständig geübten Gebrauch sind.

'Es drängt sich uns das Bild auf'.

Es ist sehr interessant, dass ~~seinerseits~~ ^{uns} sich ~~die~~ Bilder ^{aus} aufdrängen können.

~~Es ist interessant, dass Bilder sich~~
 # Und wäre das nicht, wie könnte ein Satz wie der "What's done cannot be undone" uns etwas sagen.

Wichtig ist, dass in unserer Sprache - in unserer natürlichen Sprache - 'alle' ein Grundbegriff ist und 'alle ausser einem' weniger fundamental; d.h., es gibt dafür nicht ein Wort, auch nicht eine charakteristische Geste.

Der Witz des Wortes "alle" ist ja, dass es keine Ausnahme zulässt.- Ja, das ist der Witz seiner Verwendung in unserer Sprache; aber welche Verwendungsarten wir als 'Witz' empfinden, das hängt damit zusammen, welche Rolle diese Verwendung in unserm ganzen Leben spielt.

Auf die Frage, worin denn das Schliessen besteht, hören wir etwa: "Wenn ich die Wahrheit der Sätze erkannt habe, so bin ich nun berechtigt, hinzuschreiben."— Inwiefern berechtigt? Hatte ich früher kein Recht, es hinzuschreiben?— "Jene Sätze überzeugen mich von der Wahrheit dieses Satzes."— Aber darum handelt sich's natürlich auch nicht.— "Nach diesen Gesetzen vollführt der Geist die besondere Tätigkeit des logischen Schliessens."— Das ist gewiss interessant und wichtig; aber ist es denn auch wahr? schliesst er immer nach diesen Gesetzen? Und worin besteht die besondere Tätigkeit des Schliessens?— Darum ist es notwendig, zu schauen, wie wir denn in der Praxis der Sprache ~~Erüsse~~ ^{Schlüsse} vollziehen, was ~~denn~~ das Schliessen im Sprachspiel für ein Vorgang ist.

Z.B.: In einer Vorschrift steht: "Alle, die über 1.80 m hoch sind, sind in die Abteilung aufzunehmen." Ein Kanzlist verliest die Namen der Leute, dazu ihre Höhe. Ein anderer teilt sie den und den Abteilungen zu.— "N.N., 1.90 m."— "Also N.N. in die Abteilung." Das ist Schliessen.

15
~~2/3~~

Russell¹ will doch sagen: " S o werde ich schliessen und so ist es r i c h t i g ." Er will uns also einmal mitteilen, wie er schliessen will: das geschieht durch eine R e g e l des Schliessens. Wie lautet sie ? Dass dieser Satz jenen impliziert ? ⁻⁻⁻ Doch wohl, dass in den Beweisen dieses Buchs ein solcher Satz nach einem solchen stehen soll.- Aber es soll ja ein logisches Grundgesetz sein, dass es r i c h t i g ist, so zu schliessen !- Dann müsste das Grundgesetz lauten: "Es ist richtig vom auf^f zu schliessen"; und dieses Grundgesetz sollte nun wohl einleuchten^f - aber dann wird uns eben die Regel selbst als richtig, oder berechtigt, einleuchten. "Aber diese Regel ~~kennt sich~~ ^{handelt} doch von Sätzen in einem Buch, und das gehört doch nicht in die Logik !" - Ganz richtig; die Regel ist wirklich nur eine Mitteilung, dass in diesem Buche nur d i e s e r Übergang von einem Satz zum andern ^(gleichsam eine Mitteilung aus dem Index) gebraucht wird^x denn die Richtigkeit des Übergangs muss an Ort und Stelle einleuchten; und der Ausdruck des 'logischen Grundgesetzes' ist dann ^{die Folge} ~~die Folge~~ d e r S ä t z e selbst.

~~xxxxxxx~~

214

Russell scheint mit jenem Grundgesetz von einem Satz ~~zu~~ zu sagen: "Er folgt schon - ich brauche ihn nur noch zu folgern." ^{so} Ganz analog heisst es einmal bei Frege, die Gerade, welche je zwei Punkte verbindet, sei eientlich schon da, ehe wir sie zögen und so ist es auch, wenn wir sagen, die Übergänge, der Reihe +2 etwa, wären eigentlich bereits gemacht, ehe wir sie

mündlich oder schriftlich machen,- gleichsam nachzögen.

215

Einem, der dies sagt, könnte man antworten: Du verwendest hier ein Bild. Man kann die Übergänge, die einer in einer Reihe machen soll, dadurch bestimmen, dass man sie ihm vormacht. Indem man z.B. die Reihe, die er schreiben soll, in einer anderen Notation hinschreibt, dass er sie nur noch zu übertragen hat, oder indem man sie wirklich ganz dünn vorschreibt und er hat sie nachzuziehen. Im ersten Fall können wir auch sagen, wir schreiben nicht die Reihe an, die er zu schreiben hat, machen also die Übergänge der Reihe selbst nicht; im zweiten Falle aber werden wir gewiss sagen, die Reihe, die er schreiben soll, sei schon vorhanden. Wir würden dies auch sagen, wenn wir ihm, was er hinzuschreiben hat, diktieren, obwohl wir dann eine Reihe von Lauten hervorbringen und er eine Reihe von Schriftzeichen. Es ist jedenfalls eine sichere Art, die Übergänge, die einer zu machen hat, zu bestimmen, sie ihm, in irgendeinem Sinne, schon vorzumachen.- Wenn wir daher diese Übergänge in einem ganz andern Sinne bestimmen, indem wir nämlich unserm Schüler einer Abrichtung unterziehen, wie z.B. unsere Kinder sie im Einmaleins und im Multiplizieren erhalten, so nämlich, dass Alle, die so abgerichtet sind, nun beliebige Multiplikationen, die sie nicht in ihrer Lehrzeit gemacht haben, auf die gleiche Weise und mit übereinstimmenden Resultaten ausführen - wenn also die Übergänge, die einer auf den Befehl +2 zu machen hat,

durch Abrichtung so bestimmt sind, dass wir mit Sicherheit vor-
 aussagen können, wie er gehen wird, auch wenn er d i e s e n
 Übergang bis jetzt noch nie gemacht hat, - dann kann es uns
 natürlich sein, als Bild dieses Sachverhalts den zu gebrauchen:
 die Übergänge seien bereits alle gemacht, er schriebe sie nur
 noch hin.

*von der Auffassung der
 so möglichkeit als blosser Schatten der
 Wirklichkeit heraus und noch oft zu reden sei*

Sprachspiel des Volgers

237

"Aber wir folgern doch diesen Satz aus jenem, weil er tatsächlich folgt ! Wir überzeugen uns doch, dass er folgt." - Wir überzeugen uns, dass, was hier steht, aus dem folgt, was dort steht. Und dieser Satz ist z e i t l i c h gebraucht.

II a 3

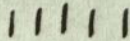
257

Trenne die Gefühle (^{Gesten} Gebärden) der Übereinstimmung, von dem, was Du mit dem Beweise machst!

Siehe S. 141/252

Dagegen ziehe auf 142:4a so recht.

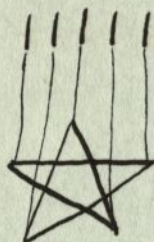
238

Wie ist es aber, wenn ich mich davon überzeuge,
dass das Schema dieser Striche  (a)
gleichzählig ist dem Schema dieser Eckpunkte:



(b)

(ich habe die Schemata absichtlich einprägsam gemacht), indem
ich zuordne:



(c)

Nun, wovon überzeuge ich mich denn, wenn ich diese Figur ansehe?
Ich sehe einen Stern mit ^{haben}farbentförmigen Fortsätzen.-

239

Aber ich kann von der Figur so Gebrauch machen:
Fünf Leute stehen im Fünfeck aufgestellt; an der Wand stehen
Stäbe, wie die Striche in (a); ich sehe auf die Figur (c)
und sage: "ich kann jedem der Leute einen Stab geben."

Ich könnte die Figur (c) als schematisches
Bild davon auffassen, dass ich ^{den}fünf Leuten je einen Stab
gebe.

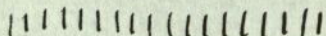
240

ne

Wenn ich nämlich erst ein beliebiges Vieleck zeichne



und dann eine beliebige Reihe von Strichen



so kann ich nun durch Zuordnung herausfinden, ob ich oben so-
viele Ecken habe, wie unten Striche. (Ich weiss nicht, was
herauskommen würde.) Und so kann ich auch sagen, ich habe mich
durch das Ziehen der Projektionslinien davon überzeugt, dass
am oberen Ende der Figur (C) so viele Striche stehen, wie der
Stern unten Ecken hat. (Zeitlich !) In dieser Auffassung
gleichet die Figur nicht einem mathematischen Beweise (so wenig,
wie es ein mathematischer Beweis ist, wenn ich ~~ein~~ Gruppe von
Leuten einen Sack Äpfel austeile und finde, dass Jeder gerade
e i n e n Apfel kriegen kann).

Ich kann die Figur (C) aber als mathema-
tischen ~~Wissenschaftlichen~~ Beweis ^{Gestaltendes} auf fassen. Geben wir den Schemata (a) und
(b) Namen ! ^{sie heißt} ~~die~~ a heisse "Hand" ^{die heißt} ~~die~~ (b) "Drudenfuss",
Striche
D. Ich habe bewiesen, dass H. soviel ~~hat~~ hat, wie D. Ecken.
Und dieser Satz ist wieder unzeitlich.

241

^{Ein} ~~Der~~ Beweis - ^{punkte} kann ich sagen - ist e i n e
Figur, an deren einem Ende gewisse Sätze stehen und an deren
andern Ende ein Satz steht (den wir den 'bewiesenen' nennen).

Man kann als Beschreibung so einer Figur
sagen: in ihr folge der Satz aus ~~...~~ .

Das ist eine Form der Beschreibung eines M u s t e r s , das
(Tapeetenmuster)
z.B. auch ein Ornament sein könnte. Ich kann also sagen: "In

dem Beweise, welcher auf jener ^{Tafel} ~~Karte~~ steht, folgt der Satz p aus q und r", und das ist einfach eine Beschreibung dessen, was dort zu sehen ist. Es ist aber nicht der mathematische Satz, dass p aus q und r folgt. Dieser ~~Satz~~ hat eine andere Anwendung. Er sagt - so könnte man es ausdrücken - dass es Sinn hat, von einem Beweise (Muster) zu reden, in welchem p aus q und r folgt. Wie man sagen kann, der Satz "Weiss ist heller als Schwarz" sage aus, es habe Sinn, von zwei Gegenständen zu reden, von denen der hellere weiss, der andere schwarz sei, aber nicht von zwei Gegenständen, von denen der hellere schwarz, der andere weiss sei.

242

Denken wir uns, wir hätten das Paradigma für "heller" und "dunkler" in Form eines weissen und schwarzen Flecks gegeben, und nun leiten wir mit seiner Hilfe ^{grauen} / sozusagen / ab: dass Rot dunkler ist als Weiss.

243

Der durch (C) bewiesene Satz dient nun als neue Vorschrift zum Konstatieren der Gleichzahligkeit: Hat man eine Menge von Gegenständen in Form der Hand angeordnet und eine andere als die Ecken eines Drudenfusses, so sagen wir, die beiden Mengen seien gleichzahlig.

244

"Aber ist das nicht bloss, weil wir H. und D. schon einmal zugeordnet haben und gesehen, dass sie gleichzahlig

sind?"- Ja aber, wenn sie es in einem Fall waren - wie weiss ich, dass sie es jetzt wieder sein werden? - "Weil es eben im Wesen der H. und des D. liegt, dass sie gleichzählig sind."- Aber wie konntest Du das durch die Zuordnung herausbringen? (Ich dachte, die Zählung, oder Zuordnung ergibt nur, dass diese beiden Gruppen, die ich jetzt vor mir habe, gleichzählig - oder ungleichzählig - sind.)

- "Aber wenn er nun eine ~~H. Dinge~~^{H. Dinge} hat und einen ~~D. Dinge~~^{D. Dinge} und er ordnet sie nun tatsächlich einander zu, so ist es doch nicht ~~möglich~~ möglich, dass er etwas anderes erhält, als dass sie gleichzählig sind.- Und, dass es nicht möglich ist, das sehe ich doch aus dem Beweis."- Aber ist es denn nicht möglich? Wenn er z.B. - wie ein Anderer sagen könnte - eine der Zuordnungslinien zu ziehen ^eüber sieht. Aber ich gebe zu, dass er in der ungeheuren Mehrzahl der Fälle immer das gleiche Resultat erhalten wird und, erhielte er es nicht, sich für irgendwie gestört halten würde. Und wäre es nicht so, so würde dem ganzen Beweis der Boden entzogen. Wir entscheiden uns nämlich, das Beweisbild statt einer Zuordnung der Gruppen zu gebrauchen; wir ordnen sie nicht zu, sondern vergleichen ^{en} statt dessen die Gruppen mit denen des Beweises (in welchem allerdings zwei Gruppen einander zugeordnet sind.) (Wie wir uns entscheiden $1:3 = 0,3$ ^{Induktion} ~~gleich im Euklidischen Bew.~~)

sagen: "Eine H. und ein D. heissen ~~'gleichzählig'~~". //heissen
von nun an 'gleichzählig'". #

Oder: Der Beweis erforscht nicht
das Wesen der beiden Figuren, aber er spricht aus, was ich
von nun an zum Wesen der Figuren rechnen werde.-- Was zum
Wesen gehört, lege ich unter den Paradigmen der Sprache nieder.

*Man könnte sich in freier Wahl eine Math. Bibliothek bewahren.
Die Mathematik erzeugt Wesen.*

246

Wenn ich sage/: "Dieser Satz folgt aus jenem",
so ist das die Anerkennung einer Regel. Sie geschieht a u f
G r u n d des Beweises. D.h., ich lasse mir diese Kette
(diese Figur) als B e w e i s gefallen.-- "Aber könnte ich
denn anders? M u s s ich mir sie nicht gefallen lassen?"-
Warum sagst Du, Du müssest? Doch darum, weil Du am Schlusse
des Beweises etwa sagst: "Ja- ich muss diesen Schluss anerkennen."
Aber das ist doch nur der Ausdruck Deiner unbedingten Anerkennung.

D.h., glaube ich: die Worte "Das muss
ich zugeben" werden in z w e i e r l e i Fällen gebraucht:
wenn wir einen Beweis erhalten haben- aber auch in Bezug auf
den einzelnen Schritt selber des Beweises.

(Siehe S. 173)

247

Und woFin äussert es sich denn, dass der
Beweis mich z w i n g t? Doch darin, dass ich so und so
darauf vorgehe, dass ich mich weigere, einen anderen Weg zu
gehen. Als letztes Argument, gegen Einen, der so nicht gehen
wollte, würde ich nur noch sagen; "Ja siehst Du denn nicht

..... !"- und das ist doch kein Argument .

248?

"Aber, wenn Du recht hast, ~~kommt~~ wie kommt es dann, dass sich alle Menschen (oder doch alle normale Menschen) diese Figuren als Beweise dieser Sätze gefallen lassen ?"-
Ja, ^{hier} es besteht eine grosse - und interessante - Übereinstimmung.

249

Es wurde, sozusagen
die hundert Kugeln, mit
den Kugeln etabliert.

^{habest}
Denk' Dir, Du hättest eine Reihe von Kugeln vor Dir; Du numerierst sie ~~mit~~ mit arabischen Ziffern und es geht von 1 bis 100; dann machst Du nach je 10 (~~die sich in der Numerierung nun deutlich hervorheben~~) einen grössern Abstand; in jedem Reihenstück von je 10 ~~machst Du~~ einen etwas kleineren Abstand in der Mitte, ~~also~~ zwischen 5 und 5 - so werden die 10 übersichtlich; nun nimmst Du die Zehnerstücke und legst sie ^{unter einander} ~~eines unter das andere~~; und machst in der Mitte ~~dieser~~ der Kolonne einen ~~etwas~~ grösseren Abstand, also zwischen fünf Reihen und fünf Reihen; nun numerierst Du die Reihen von 1 bis 10. ^{man haben} Ich kann sagen, ich habe Eigenschaften der hundert Kugeln ^{gesetzt} entfaltet.- Nun aber denke Dir, dass dieser ganze Vorgang, dieses Experiment mit den hundert Kugeln, gefilmt wurde. Ich sehe nun auf der Leinwand doch nicht ein Experiment, ~~denn~~ das Bild eines Experiments ist doch nicht selbst ein Experiment.- Aber das 'mathematische Wesentliche' ^{am Vorgang} sehe ich nun auch in der Projektion :
Denn es erscheinen da zuerst 100 Flecken, dann werden sie in Zehnerstücke eingeteilt, usw., usw.

Ich könnte also sagen: der Beweis dient mir nicht als Experiment, wohl aber als Bild eines Experiments.

250

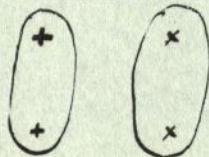
Lege 2 Äpfel auf die leere Tischplatte, schau dass niemand in ihre Nähe kommt und der Tisch nicht erschüttert wird; nun lege noch 2 Äpfel auf die Tischplatte; nun zähle die Äpfel, die da liegen. Du hast ein Experiment gemacht; das Ergebnis der Zählung ist wahrscheinlich 4. (Wir würden Das Ergebnis ~~§~~ so darstellen: wenn man unter den und den Umständen erst 2 dann noch 2 Äpfel auf einen Tisch legt, verschwindet zumeist keiner, noch kommt einer dazu.) Und analoge Experimente kann man, mit dem gleichen Ergebnis, mit allerlei festen Körpern ausführen.- So lernen ja die Kinder bei uns rechnen, denn man lässt sie 3 Bohnen hinlegen und noch 3 Bohnen und dann zählen, was da liegt. Käme dabei einmal 5, einmal 7 heraus, ^{oder darunter} (weil, wie wir jetzt sagen würden, einmal von selbst eine dazu, einmal eine weg käme), so würden wir zunächst Bohnen als für den Rechenunterricht ungeeignet erklären. Geschehe das ~~§~~ Gleiche aber mit Stäben, Fingern, Strichen und den meisten anderen Dingen, so hätte das Rechnen damit ein Ende.

"Aber wäre dann nicht doch noch $2 + 2 = 4$? "-
 Dieses Sätzchen wäre damit unbrauchbar geworden.-

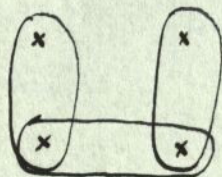
~~Wenn wir Geld in eine Lade legen und
 später finden wir es nicht mehr dort, so sagen wir: "Von
 selbst ist es nicht verschwunden." Dies ist ein wichtiger
 Satz der Physik.~~

251

"Du brauchst ja nur auf die Figur



zu sehen, um zu sehen, das $2+2=4$ ist."- Dann brauche ich
 nur auf die Figur



zu schauen, um zu sehen, dass $2+2+2=4$ ist.

(Siehe S. 173/257)

270

IIa //

Wovon überzeuge ich Einen, der jene Abbildung
im Film des Versuchs mit den hundert Kugeln verfolgt ?

Man könnte sagen: davon, dass sich dies so zuge-
tragen hat.- Aber das wäre keine mathematische Überzeugung.--
Aber kann ich denn nicht sagen: i c h p r ä g e | i h m e i n e n
V o r g a n g e i n ? Dieser Vorgang ist die Umgruppierung
einer Reihe von 100 Dingen in 10 Reihen zu 10. Und dieser Vor-
gang ist t a t s ä c h l i c h immer wieder leicht durchzu-
führen. Und davon kann er mit Recht überzeugt sein.

271

(238)

Und so prägt der Beweis durch Ziehen der Projektionslinien

bei dieser "dritten Zuordnung" der die Figuren des Beweises selbst? Es kann nicht anders funktionieren. Man muss gemessene sein.

Keinen Vorgang ein, den der eins-zu-eins Zuordnung der H. und des D..- "Aber **ü b e r z e u g t** er mich nicht auch davon, dass diese Zuordnung **m ö g l i c h** ist?"- Wenn das heissen soll: dass Du sie immer ausführen kannst -, so muss das durchaus nicht wahr sein. Aber das Ziehen der Projektionslinien überzeugt uns davon, dass oben sovielen Striche sind, wie unten Ecken; und es liefert eine Vorlage, um danach solche Figuren einander zuzuordnen.- "Aber zeigt die Vorlage dadurch nicht, dass es geht? In dem Sinne, in welchem es nicht ginge, wenn oben statt **||||** die Figur **|||||** stünde?"- Wieso? geht es denn da nicht? So

z.B.: Diese Figur auch als Beweis für etwas verwendet werden (und zwar um zu zeigen dass man gewisse dieser Formen nicht 1-1 zuordnen kann)



Eine 1-1 Zuordnung ist hier unmöglich bei 5 oben: die Figuren, die Figuren + 1-1 Zuordnung passen nicht zusammen.

"So hab' ich's nicht gemeint!"- Dann zeig' mir, wie Du's meinst, und ich werde es machen.

Aber kann ich denn nicht sagen, die Figur zeige, wie eine solche Zuordnung möglich ist - und muss sie darum nicht auch zeigen, dass sie möglich ist?-

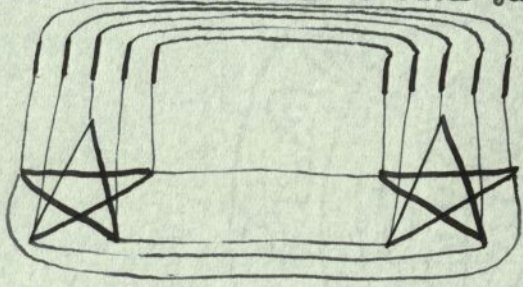
Figur bin ich wende ich auf die Figuren bin eine Zuordnung zu machen vermöge, aber nicht die andere & werde ich eine Zuordnung aufgeben.

272

Was war denn damals der Sinn davon, dass wir

vorschlugen, den Formen der 5 parallelen Striche und des Fünfecksterns Namen beizulegen ? Was ist damit geschehen, dass sie Namen erhalten haben ? Es wird dadurch etwas über die Art des ~~Gebrauchs~~ Gebrauchs dieser Figuren angedeutet. Nämlich- dass man sie auf einen Blick als die und die erkennt ~~?~~; ^Mman denkt nicht dran, ihre Striche oder Ecken abzuzählen, sondern erkennt sie als Gestalten, wie man Messer und Gabel, die Buchstaben und Ziffern erkennt. ~~X~~; ^Mman zählt dazu nicht ihre Striche oder Ecken; sie sind für uns Gestalttypen, wie Messer und Gabel, die Buchstaben und Ziffern. ~~X~~

Ich kam also auf den Befehl: "Zeichne eine H.!" (z.B.)-diese Form unmittelbar wiedergeben.- Nun lehrt mich der Beweis eine Zuordnung der beiden Formen. (Ich möchte sagen, es seien in dem Beweis nicht bloss diese individuellen Figuren zugeordnet, sondern die F o r m e n s e l b s t ; Aber das heisst doch nur, dass ich mir jene Formen gut einpräge. als Paradigmen einpräge.) Kann ich nun, wenn ich die Formen H. und D. einander so zuordnen will, nicht in Schwierigkeiten geraten - indem etwa eine Ecke unten zuviel, oder oben ein Strich zuviel ist ?- "Aber doch nicht, wenn Du wirklich wieder H. und D. gezeichnet hast !- Und das lässt sich ja beweisen; sieh diese Figur an!"



[Handwritten scribble]

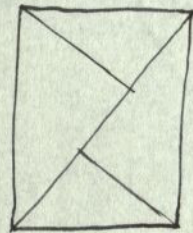
- Diese Figur lehrt mich eine neue Art der Kontrolle dafür, dass

ich wirklich die gleichen Figuren hingezeichnet habe; aber kann ich, wenn ich mich nun nach dieser Vorlage richten will, nicht dennoch in Schwierigkeiten geraten? Ich sage aber, ich bin sicher, dass ich normalerweise in keine Schwierigkeiten kommen werde.

~~Was tut nun diese Überlegung?~~

273

Es gibt ein Geduldspiel, das darin besteht, eine bestimmte Figur, z.B. ein Rechteck, aus gegebenen ^{Stücken} ~~Teilen~~ (Plättchen) zusammenzusetzen. Die Teilung der Figur ist eine solche, dass es uns schwer wird, die richtige Zusammenstellung der Teile zu finden. Sie sei etwa diese



Was findet der, dem die Zusammensetzung gelingt? - Er findet: eine Lage - an welche er früher nicht gedacht hat. - Gut; aber kann man also nicht sagen: er überzeugt sich davon, dass man diese Dreiecke so zusammensetzen kann? - ~~Aber diese Dreiecke: bilden sie schon das Rechteck; oder noch nicht, und sollen erst so zusammengesetzt werden? //~~ Aber diese Dreiecke: sind es die, welche oben ^{im} ~~das~~ Rechteck ^{liegen} bilden, oder ^{sind es} Dreiecke, die erst so zusammengesetzt werden sollen? //

274

Wer sagt: "Ich hätte nicht geglaubt, dass man

diese Figuren so zusammensetzen kann"; dem kann man doch nicht, auf das zusammengesetzte Geduldspiel zeigend, sagen: "So, Du hast nicht geglaubt, dass man die Stücke so zusammensetzen kann?" Er würde antworten: "Ich meine, ich habe an diese Art der Zusammensetzung garnicht gedacht."

275

Denken wir uns die physikalischen Eigenschaften der Teile des Geduldspiels ^{so, dass sie in die} gesuchte Lage nicht kommen können. ^{Ich meine aber nicht,} dass man einen Widerstand empfindet, wenn man sie in diese Lage bringen will; sondern man macht einfach alle andern Versuche, nur ~~d e n~~ nicht, und die Stücke kommen auch durch Zufall nicht in diese Lage. Es ist gleichsam diese Lage aus dem Raum ausgeschlossen. Als wäre hier ein 'blinder Fleck', etwa in unserm Gehirn.- Und ~~i s t~~ es denn nicht so, wenn ich glaube, alle ~~m ö g l i c h e n~~ Stellungen versucht zu haben und an dieser, wie durch Verhexung, immer vorbeigegangen bin.

Dir
Kann man nicht sagen: die Figur, die ~~uns~~ die Lösung zeigt, beseitigt eine Blindheit; oder auch, sie ändert Deine Geometrie? Sie zeigt Dir gleichsam eine neue Dimension des Raumes. (Wie wenn man einer Fliege den Weg aus dem Fliegen^{glas} zeigte.)

276

^{Wesen}
Ein Wesen hat diese Lage mit einem Bann

umzogen und aus unserm Raum ausgeschlossen.

277

Die neue Lage ist wie aus dem Nichts entstanden. Dort, wo früher nichts war, dort ist jetzt auf einmal etwas.

278

Inwiefern hat Dich denn die Lösung davon überzeugt, dass man dies und dies kann ?- Du konntest es ja früher n i c h t - und jetzt kannst Du es etwa.-

280

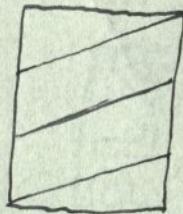
Ich sagte, 'ich lasse mir das und das als Beweis eines Satzes gefallen'- aber kann ich mir die Figur, die die Stücke des Geduldspiels zusammengefügt zeigt, **n i c h t** als Beweis dafür gefallen lassen, dass man jene Stücke zu diesem Umriss zusammensetzen kann ?

281

Aber denk nun, eines der Stücke liege so, dass es das **S p i e g e l b i l d** des entsprechenden Teils der Vorlage ist. Er will nun die Figur nach der Vorlage zusammensetzen, sieht, es muss gehen, kommt aber nicht auf den Einfall, das Stück umzuwenden und findet, dass ihm das Zusammensetzen nicht gelingt.

282

Man kann ein Rechteck aus zwei Parallelogrammen und zwei Dreiecken zusammensetzen. Beweis:



Ein Kind würde die Zusammensetzung eines Rechtecks aus diesen Bestandteilen schwer treffen und davon überrascht sein, dass zwei Seiten der Parallelogramme in eine gerade Linie fallen, wo doch die Parallelogramme schief sind.- Es könnte ihm vorkommen, dass das Rechteck gleichsam durch Zauberei aus diesen Figuren ^dwirkt. Ja, es muss zugeben, dass sie nun ein Rechteck

bilden, aber durch einen Trick, durch eine vertrackte Stellung, auf unnatürliche Weise.

Ich kann mir denken, dass das Kind, wenn es die beiden Parallelogramme in d e r Weise zusammengelegt hat, seinen Augen nicht traut, wenn es sieht, dass sie s o zusammenpassen. 'S i e s e h e n n i c h t a u s *als ob sie so zusammenpassten.' Und ich könnte mir denken, dass man sagte: Es erscheint uns nur durch ein Blendwerk, als gäben s i e das Rechteck - in Wirklichkeit haben sie ihre Natur verändert, sie sind nicht mehr die Parallelogramme.

290

"Du gibst d a s zu - dann musst Du d a s zugeben."- Er m u s s es zugeben - und dabei ist es möglich, dass er es nicht zugibt! ^{zu willst sagen; wenn er denkt, muss er es zugeben} ~~oder willst Du sagen: "er kann es sagen, aber er kann es nicht d e n k e n".~~

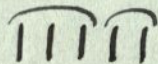
"Ich werde Dir zeigen, warum Du es zugeben musst.-" Ich werde Dir einen Fall vor Augen führen, welcher, wenn Du ihn bedenkst, Dich bestimmen wird, so zu urteilen.

291

Wie können ihn denn die Manipulationen des Beweises dazu bringen, etwas zuzugeben ?

292

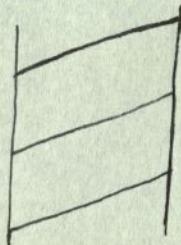
"Du wirst doch zugeben, dass 5 aus 3 und 2 besteht !"



Ich will es nur zugeben, wenn ich damit nichts zugebe. Ausser - dass ich d i e s e s B i l d verwenden will.

293

Man könnte z.B. die Figur



als Beweis dafür nehmen, dass 100 Parallelogramme, so zusammengesetzt, einen geraden Streifen geben müssen. Wenn man dann wirklich 100 zusammenfügt, erhält man nun etwa einen schwach

gebogenen Streifen.- Der Beweis aber hat uns bestimmt, das Bild und die Ausdrucksweise zu gebrauchen: Wenn sie ~~sind~~ keinen geraden Streifen geben, waren sie ungenau hergestellt.

294

Denke nur, wie kann mich das Bild, das Du mir zeigst, (oder der Vorgang) dazu verpflichten, nun so und so immer zu urteilen !

Ja, liegt hier ein Experiment vor, so ist e i n e s ja doch zu wenig, mich zu irgendeinem Urteil zu verbinden.

295

Der Beweisende sagt: "Schau diese Figur an ! Was wollen wir dazu sagen ? Nicht, dass ein Rechteck aus besteht ?-"

Oder auch: "Das nennst Du doch 'Parallelogramme' und das 'Dreiecke' und s o sieht es doch aus, wenn eine Figur aus andern besteht.-"

296

"Ja, Du hast mich überzeugt: ein Rechteck besteht immer aus "- Würde ich auch sagen: "Ja Du hast mich überzeugt: d i e s e s Rechteck (das des Beweises) besteht aus "? Und dies wäre ja doch der bescheidenere Satz; den auch der zugeben sollte, der etwa den allgemeinen Satz noch nicht zugibt. Seltsamerweise aber

scheint der, der d a s zugibt, nicht den bescheideneren geometrischen Satz zuzugeben, sondern gar keinen Satz der Geometrie. Freilich,- denn bezüglich des Rechtecks des Beweises hat er mich ja von nichts überzeugt. (Über diese Figur, wenn ich sie früher gesehen hätte, wäre ich ja in keinem Zweifel gewesen.) Ich habe aus freien Stücken, was diese Figur anbelangt, alles zugestanden. Und er hat mich nur m i t t e l s ihrer überzeugt.- Aber andererseits, wenn er mich nicht einmal bezüglich d i e s e s Rechtecks von etwas überzeugt hat, wie dann erst von einer Eigenschaft anderer Rechtecke ?

Wenn ich ein Rechteck als auf diese Weise zusammengefügt sehe, so vergleiche ich dies dem Fall: meine Blicke dringen in das Innere und sehen dort diese Zusammensetzung. Man kann ja auch sagen: "Ich könnte es nicht so zusammengesetzt sehen, wenn es nicht so zusammengesetzt wäre."

"Ich habe nicht gewusst, dass die Rechtecksform aus diesen Formen besteht."

Es ist, als wäre die F o r m aus diesen F o r m e n gemacht, geschweisst.

"Ich wusste nicht, dass die Form aus diesen Formen besteht."- So hat's Dich das Bild gelehrt.

S
~~Du hast etwas Neues gesehen - und willst sagen, Du habest gesehen, dass das Alte so und so zusammengesetzt ist.~~

S
~~Du vergleichst also Dein Erstaunen dem: Du siehst ein rechteckiges Brett und findest, dass es auf diese seltsame Weise zusammengesetzt ist.~~

297 S
"Ja, die Form sieht nicht so aus, als könnte sie aus zwei windschiefen Teilen bestehen."

Was überrascht Dich? Doch nicht, dass Du jetzt diese Figur vor Dir siehst! Mich überrascht etwas in dieser Figur.- Aber in dieser Figur geht ja nichts vor!

Mich überrascht die Zusammenstellung des Schiefen mit dem Graden. Mir wird, gleichsam, schwindlig.
~~Maxistvergleichbarkeit~~

~~Ich sehe ein Bild und umgebe es in der Vorstellung hartnäckig mit einem Vorgang, von welchem ich meine Ausdrucksformen hernehme. Ich habe ein geteiltes Rechteck vor mir; ich gebe vor, ich habe es aus diesen Teilen zusammengesetzt und sei durch das Ergebnis überrascht. Ich gebe vor, ich sei davon überzeugt worden, dass Teile - die nicht danach ausgesehen haben - sich zu dieser Figur~~

zusammenfügen.

298

Ich sage aber doch wirklich: "Ich habe mich überzeugt, dass man die Figur aus diesen Teilen legen kann", wenn ich nämlich etwa die Abbildung der Lösung des Geduldspiels gesehen habe.

Wenn ich nun Einem das sage, so soll es doch heissen: "Versuch nur ! diese Stücke, richtig gelegt, geben wirklich die Figur." Ich will ihn aufmuntern etwas zu tun und sage ihm einen Erfolg voraus. Und die Vorhersage beruht auf der Leichtigkeit, mit der man die Figur aus den Stücken zusammensetzen kann, sobald man ~~xxx~~ weiss wie.

299

Du sagst, Du bist erstaunt über das, was Dir der Beweis zeigt. Aber bist Du erstaunt darüber, dass sich diese Striche haben ziehen lassen? Nein. Du bist erstaunt nur, wenn Du Dir sagst, dass zwei solche Stücke diese Form geben. Wenn Du Dich also in die Situation hineindenkst, Du habest Dir etwas anderes erwartet und nun sehest Du das Ergebnis.

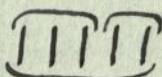
300

"Aus dem folgt unerbittlich das." -
Ja, in dieser Demonstration geht es aus ihm hervor.

Und eine Demonstration ist dies für den, der sie als Demonstration anerkennt. Wer sie nicht anerkennt, wer ihr nicht als Demonstration folgt, der trennt sich

von uns, noch ehe es zu der Sprache kommt. //, ~~der trennt sich~~
~~von uns eben, ehe es zu einer Sprache kommt.~~ //

301



Hier haben wir etwas, was unerbittlich aussieht. Und doch: 'unerbittlich' kann es nur in seinen Folgen sein ! Denn sonst ist es nur ein Bild.


Worin besteht denn die Fernwirkung - wie man's nennen könnte - dieses ^{Schemas} Diagramms?

302

Ich habe einen Beweis gelesen - nun bin ich überzeugt.- Wie, wenn ich diese Überzeugtheit sofort vergesse !

Denn es ist ein eigentümliches Vorgehen: dass ich den Beweis durchlaufe und dann sein Ergebnis annehme.-- Ich meine: so machen wir es eben. Das ist so bei uns der Brauch, oder eine Tatsache unserer Naturgeschichte.

303

'Wenn ich fünf habe, so habe ich drei, und zwei.'-- Aber woher weiss ich, dass ich fünf habe ?- Nun, wenn es so  aussieht.- Und ist es auch gewiss, dass, wenn es so aussieht, ich es immer in solche Gruppen zerlegen kann ?

^{dies}
Es ist Tatsache, dass wir das folgende Spiel spielen können: Ich lehre Einen, wie eine Zweier-, Dreier-,

Vierer-, Fünfergruppe aussieht, und ich lehre ihn, Striche einander eins-zu-eins zuzuordnen; dann lasse ich ihn immer je zweimal den Befehl ausführen: "Zeichne eine Fünfergruppe"- und dann den Befehl: "Ordne die beiden Gruppen einander zu"; da zeigt es sich, dass er, so gut wie immer, die Striche restlos einander zuordnet.

Oder auch: es ist Tatsache, dass ich bei der eins-zu-eins Zuordnung dessen, was ich als Fünfergruppen hinzeichne, so gut wie nie in Schwierigkeiten komme.

304

Ich soll das Geduldspiel zusammenlegen, ich versuche hin und her, bin zweifelhaft, ob ich es zusammenbringen werde. Nun zeigt mir jemand das Bild der Lösung: Nun sage ich - ohne irgendeinen Zweifel - "jetzt kann ich's!" - Ist es denn sicher, dass ich es nun zusammenbringen werde? - Aber die Tatsache ist: ich zweifle nicht daran.

Wenn nun jemand fragte: "Worin besteht die Fernwirkung jenes Bildes?" - ^{darin, daß ich es anwende,} ~~Doch in seiner Anwendung~~ ~~wo immer es sei.~~

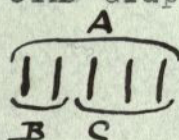
308

In einer Demonstration einigen wir uns mit jemand. Einigen wir uns in ihr nicht, so trennen sich unsere Wege, ehe es zu einem Verkehr mittels dieser Sprache kommt.

Es ist ja nicht wesentlich, dass der Eine den Andern mit der Demonstration überrede. Es können ja beide sie sehen (lesen), und anerkennen.

309

"Du siehst doch - es kann doch keinem Zweifel unterliegen, dass eine Gruppe wie A wesentlich aus einer wie



B und einer wie C besteht!"- *Auch ich sage - d.h., auch ich drücke* Ich sage auch - d.h., ich drücke mich auch so aus - dass die Gruppe, die Du hingezeichnet hast, aus den beiden kleineren besteht; aber ich weiss nicht, ob jede Gruppe, die ich eine von der Art (oder Gestalt) der ersten nennen würde, unbedingt aus zwei Gruppen von der Art jener kleineren zusammengesetzt sein wird.-- Ich glaube aber, es wird wohl immer so sein (meine Erfahrung hat mich dies vielleicht gelehrt) und darum will ich als Regel annehmen: Ich will eine Gruppe dann, und nur dann, eine von der Gestalt A nennen, wenn sie in zwei Gruppen wie B und C zerlegt werden kann.

310

Und so wirkt auch die Zeichnung ²⁸² als Beweis

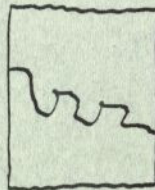
zu
 "Ja wahrhaftig ! zwei Parallelegramme stellen sich ~~in~~ dieser Form zusammen !" (Das ist sehr ähnlich, wie wenn ich sagte: "Ja wirklich ! eine Kurve kann aus graden Stücken bestehen.") - Ich hätte es nicht gedacht. Ja - nicht, dass die Teile dieser Figur diese Figur ergeben. Das heisst ja nichts.- Sondern ich staune nur, wenn ich denke, ich hätte das obere Parallelo- gramm ahnungslos auf das untere gestellt und sähe nun dieses Ergebnis.

311
 [271]

Und man könnte sagen: ~~Der Beweis be-~~
~~weist eben das, was Dich überrascht.~~ // der Beweis hat mich vom
andere überraschen kann.
 dem überzeugt - was mich überrascht. //

311'

Denn warum sage ich, jene Figur ²⁸² über-
 zeugt mich von etwas, und nicht geradeso auch diese:



Sie zeigt doch auch, dass zwei solche Stücke ein Rechteck geben.
 "Aber das ist uninteressant", will man sagen. Und warum ist es uninteressant ?

312

Wenn man sagt: "Diese Form besteht aus diesen Formen"- so denkt man sich die Form als eine feine

Zeichnung, ein feines Gestell von dieser Form, auf das gleichsam die Dinge gespannt sind, die diese Form haben. (Vergleiche: Platos Auffassung der Eigenschaft⁴⁾ *als eines Ingredients eines Dings.*)

313

Hiermit ist in Zusammenhang, dass ich oben schrieb: "..... dass eine Gruppe w e s e n t l i c h aus besteht".

Wann besteht denn eine Gruppe 'w e s e n t l i c h' aus ? Das hängt natürlich von der Art der Verwendung der B e z e i c h n u n g ab, die ich der Gruppe gebe.- Meine Hand hat zwar 5 Finger, aber ich hätte nicht gesagt: die Finger meiner Hand bestehen wesentlich aus 3 und 2.

Nun, wesentlich ist es, 'wenn es nicht anders sein k a n n'; und es kann nicht anders sein, wenn die Gruppe mit ihrer Teilung als Paradigma ^{dient} dienen soll.

Der w e s e n t l i c h e Zug ist ein Zug der Darstellungsart.

314

"Diese Form besteht aus diesen Formen. Du hast mir eine wesentliche Eigenschaft dieser Form gezeigt."- Du hast mir ein neues B i l d gezeigt.

Es ist, als hätte G o t t sie so zusammengesetzt.-- Wir bedienen uns also eines G l e i c h n i s s e s. Die Form wird zum ätherischen

Wesen, welches diese Form hat; es ist, als wäre sie ein für allemal so zusammengesetzt worden (von dem, der die wesentlichen Eigenschaften in die Dinge gelegt hat). Denn, wird die Form zum Ding, das aus Teilen besteht, so ist der Werkmeister der Form der, der auch Licht und Dunkelheit, Farbe und Härte, etc., gemacht hat. (Denke, jemand fragte: "Die Form ist aus diesen Teilen zusammengesetzt; wer hat sie zusammengesetzt ? Du ?")

← Man hat das Wort "Sein" für eine sublimierte, ätherische Art ^{des Bestehens} Existieren gebrauchte. Betrachte nun den Satz: "Rot ist i s t" (z.B.). Freilich, niemand gebraucht ihn je, wenn ich mir aber doch einen Gebrauch für ihn erfinden sollte, so wäre es: als einleitende Formel zu Aussagen, die dann vom Wort "rot" Gebrauch machen sollen. Beim Aussprechen der Formel blicke ich auf ein Muster der Farbe Rot.

Einen Satz, wie "Rot i s t x" ist man versucht auszusprechen, wenn man die Farbe mit Aufmerksamkeit betrachtet: also in der gleichen S i t u a t i o n in welcher man die Existenz eines Ding's feststellt (eines blattähnlichen Insekts z.B.).

Und ich will sagen: wenn man den Ausdruck gebraucht, "der Beweis hat mich gelehrt,- hat mich davon überzeugt - dass es sich so verhält", ist man noch immer in jenem Gleichnis.

315

Ich hätte auch sagen können: 'Wesentlich' ist nie die Eigenschaft des Gegenstandes, sondern das Merkmal des Begriffes.

316

[309]

[279]

"War die Gestalt der Gruppe dieselbe, so muss sie dieselben Aspekte, Möglichkeiten der Teilung, haben. Hat sie andere, so ist es nicht die gleiche Gestalt; sie hat Dir dann vielleicht irgendwie den gleichen Eindruck gemacht; aber die selbe Gestalt ist sie nur, wenn Du sie auf gleiche Weise zerteilen kannst."

Es ist doch, als würde dies das Wesen der Gestalt aussprechen.- Aber ich sage doch: Wer über das Wesen spricht -, konstatiert bloss eine Übereinkunft. Und da möchte man doch entgegenen: es gibt ~~da~~ nichts Verschiedeneres, als ein Satz über die Tiefe des Wesens und einer - über eine blosser Übereinkunft. Wie aber, wenn ich antworte: der Tiefe des Wesens entspricht das tiefe Bedürfnis nach der Übereinkunft.

Wenn ich also sage: "es ist, als spräche dieser Satz das Wesen der Gestalt aus"- so meine ich: es ist doch, als spräche dieser Satz eine Eigenschaft des Wesens Gestalt aus!- Und man kann sagen: Das Wesen, von dem er eine Eigenschaft aussagt, und das ich hier das Wesen 'Gestalt' nenne, ist das Bild, das mir mit dem Wort "Gestalt" untrennbar verbunden scheint. //das Bild, das ich nicht umhin

II 62

- 204 -

kann, mir beim Wort "Gestalt" zu machen.//

>

Ts-222,53

Aber was für Eigenschaften der 100 Kugeln hast Du entfaltet, oder gezeigt? -- Nun, dass man diese Dinge mit ihnen tun kann. -- Aber welche Dinge? Meinst Du:

dass Du sie hast so bewegen können, dass sie nicht an der Tischfläche festgeleimt waren? -- Dies auch, aber hauptsächlich, dass keine von ihnen verschwand; dass man sie verschieben, und der Verschiebung mit den Augen folgen konnte; dass sie dabei ihre Form beibehielten. -- Aber warum hast Du den Ausdruck "entfalten" gebraucht? Du hättest doch nicht gesagt, Du entfaltetest die Eigenschaften einer Eisenstange, indem Du zeigst, dass sie bei so und soviel Grad schmilzt. Und nimm einen einfacheren Fall: entfalte die Eigenschaften einer Reihe von 4 Äpfeln, indem Du sie erst so: o o o o dann so: oo oo legst!

festgeleimt
Nicht so sehr das, als das, dass diese Formabdrücke entstanden sind, wenn von ihnen verschwand
weg oder da gab es.
Es hat also physikalische Efg. der Reihe gezeigt

und Könntest Du nicht ebenso gut sagen, Du ^{habest} entfaltet die Eigenschaften unseres Zahlengedächtnisses (z.B.) ? Was Du eigentlich ^{entfaltet wie die Eig. der Reihe?} entfaltet, ist ja wohl die Reihe der Kugeln.- Und Du zeigst, ^{z.B.} dass, wenn ^{ne} eine Reihe so und so auss^{schau}haut, z.B. so und so römisch numeriert ist, ~~(dass) sie dann~~ auf einfache Weise, und ohne dass ^{Kugel} eine ^{dazu} oder wegkommt, in jene andere einprägsame Form gebracht werden kann. Aber ebenso gut konnte das doch ein psychologisches Experiment sein, das zeigt, dass Du ~~jetzt~~ ^{jetzt} gewisse Formen einprägsam findest, in die 100 Flecke durch blosses Verschieben gebracht werden.

"Ich habe gezeigt, was sich mit 100 Kugeln machen lässt." - Du hast gezeigt, dass sich ~~die~~ ^(oder diese Kugeln dort) diese 100 Kugeln so entfalten liessen. Das Experiment war eines des Entfaltens (im Gegensatz ^{stros} z.B. zu einem des ^{Schmelzens} Verbrennens).

Und das psychologische Experiment konnte z.B. zeigen, wie leicht man Dich betrogen kann; ^{; 2} dass Du es nämlich nicht merkst, wenn man Kugeln ^{dazu-oder wegschmuggelt.} ~~zu~~ ^{in die} der Reihe ^{hinaus} dazu, oder ^{aus ihr} ~~heraus~~ wegschmuggelt. Man könnte ja auch so sagen: Ich habe gezeigt, was sich mit einer Reihe von 100 Flecken durch scheinbares Verschieben machen lässt, - welche Figuren ^{sich} ~~man~~ durch scheinbares Verschieben aus ihr erzeugen lassen. - Was aber habe ich in diesem Fall entfaltet ?

Es kann doch z.B. nicht gut ein Entfalten der Eigenschaften von 100 römisch numerierten Kugeln genannt werden, dass sie sich arabisch bis zur Zahl 100 numerieren lassen !

Wie, wenn ich sagte: "Ich habe die Eigenschaften

dieser Formation (von Leuten) entfaltet"?

^{Sauke}
Denk Dir, man sagte: wir entfalten die Eigen-
^{Vielecks}
schaften eines Polygons, indem wir je 3 Seiten durch eine Dia-
gonale zusammennehmen. Es zeigt sich dann etwa als 15-Eck.

Will ich sagen: ich habe eine Eigenschaft des 15-Ecks entfaltet? Nein. Ich will sagen, ich habe eine Eigenschaft dieses (hier gezeichneten) Vielecks entfaltet.

früher wollte ich's nicht.

9. B. *Zeit* - - *für ein Problem* Ist dies ein Experiment? *Gewiss.* Ich wusste ja nicht, was herauskommen würde, noch weiss ich, ob das Gleiche beim nächsten Versuch herauskommen wird. *Man kann, was ab gehen habe, ein Experiment das fallen nehmen.*

Ja, wie aber, wenn ich so einen Versuch an einem Fünfeck anstelle, das ich ja schon übersehen kann?--Nun, nehmen wir einen Augenblick an, ich könnte es nicht übersehen, was (z.B.) *ja* der Fall sein *sehr* geschehen kann, wenn es ~~zu~~ gross ist, ~~und ich zu nahe bin.~~ Dann wäre das Ziehen der Diagonalen ein Mittel, um mich davon zu überzeugen, dass ~~das~~ ^{hier} ein Fünfeck ^{ist} steht. Ich könnte wieder sagen, ich habe die Eigenschaften des Polygons, das da ^{gezeichnet} ist, entfaltet.-- Kann ich es nun übersehen, dann kann sich doch d a r a n nichts ändern. Es war etwa überflüssig, diese Eigenschaft zu entfalten, wie es überflüssig ist, zwei Äpfel, die vor mir liegen, zu zählen.

Soll ich nun sagen: "es war wieder ein Experiment, aber ich war ^{nur war ich} des Ausgangs sicher"? ^{des Ex. des Dahlen} ^{Aber was ist hier der Ausgang?} Aber bin ich des Ausgangs ^{Was ist hier der Ausgang, das Resultat des Experiments?!} in der Weise sicher, wie des Ausgangs der Elektrolyse einer Wassermenge? Nein; * sondern anders! Er gäbe die Elektrolyse

Hat ich jetzt das hier ein 5-eck Aehn, & was es nun über
Platz? [Mattenstich]

IIc4

*und auch es würde die Fläche da
stehen wenn ich auf diese Weise
gehe - 221 - 221 - 221 (Thun also fallen)*

der Flüssigkeit nicht , so würde ich nicht für nährisch
halten, oder sagen, ich wisse jetzt überhaupt nicht mehr, was
ich sagen soll.

Denk Dir, ich sagte: "Ja, hier steht ein
^{Viereck} Quadrat, - aber schauen wir noch nach, ob es ^{noch} durch eine Diagonale
in zwei Dreiecke zerlegt wird !" Ich ziehe ^{dann die Diagonale} sie dann und sage:
"Ja, hier haben wir zwei Dreiecke." Da würde man mich fragen:
Hast Du denn nicht g e s e h e n , dass es in zwei Dreiecke
zerlegt werden kann ? Bist Du erst jetzt überzeugt, dass hier
ein Viereck steht; ^{Du} und warum traust/ jetzt Deinen Augen mehr als
früher ?

- Aber dann ist es ja auch ein Experiment,
wenn ich die ^{Diagonale im 19-Eck} Linien ^{garnicht} ziehe, sondern nur 'm i t d e m
A u g e ' immer so und so viele Seiten zusammennehme. Freilich,
auch es so zu prüfen ist ein Experiment. - ^{Kann ein Exp. sein} Und so ist es auch
ein Experiment, wenn ich ^{das Analoge} Analoges an einem ^{so auch, wenn} Quadrat ausführe
^{an} //mit einem Quadrat tue//; ^{etwa} es zeigt, dass ich dies (jetzt)
an der Figur, die hier steht, ausführen kann - was immer das
zeigen mag.

Man könnte es ja auch "die Eigenschaften
einer Reihe von Kugeln entfalten" nennen, wenn ich sie einfach
zähle; und andererseits könnte man das mehrmalige Umgruppieren
einer Reihe auch "ein mehrmaliges Zählen auf verschiedene Arten"
nennen.

Aber dann ist das Umgruppieren der Bilder
i m F i l m auch nur ein Zählen der Flecke. Dann muss es ja
aber auch ein Experiment sein. Denk Dir, es würde im Film

gezählt, indem das Numerieren der Reihe nach gefilmt würde; dann zählt hier also der Film selbst die Reihe der Flecke - aber damit es mich überzeugt, muss ich mitzählen, d.h., das gefilmte Zählen kontrollieren; denn wenn im Film falsch gezählt würde, so ~~können~~ ^{kämen} wir zwar dennoch zu der und der Zahl, aber ich dürfte sie nicht als Ergebnis der Zählung anerkennen. Mein Zählen besteht hier d a r i n , die Reihenfolge der auftauchenden Ziffern zu p r ü f e n .

* Aufgaben: Zahl der ^{Töne} ~~Filme~~ - die innere Eigenschaft einer Melodie; Zahl der Blätter, - äussere Eigenschaft eines Baumes. Wie hängt das mit der Identität des Begriffes zusammen ?

* Ramsey

Uc 6

F Was zeigt uns der, der 4 Kugeln in 2 und 2 trennt, sie wieder zusammenschiebt //vereinigt//, wieder trennt, etc. ? Er prägt uns ein Gesicht ein und eine typische Veränderung dieses Gesichts.

Denke an die möglichen Stellungen einer Glieder-
puppe. Oder denk, Du hättest eine Kette mit, sagen wir, 10 Glied-
ern und Du zeigst, was für charakteristische (d.h. einprägsame)
Figuren man mit ihr legen kann. Die Glieder seien numeriert;
dadurch werden sie zu einer leicht einprägbaren Struktur, auch
wenn sie in gerader Reihe liegen.

Ich präge Dir also charakteristische Lagen und
der
Bewegungen dieser Kette ein.

Wenn ich nun sage: "Sieh", man kann auch d a s
Dir
aus ihr machen" (und es vorführe), zeige ich da ein Experiment ?-
Es kann sein;
Im gewissen Sinne j a ; ich zeige z.B., dass man sie in diese
Form bringen kann; aber daran hast Du nicht gezweifelt. Und
was Dich interessiert, ist nicht etwas, was diese individuelle
// e i n e // Kette betrifft.- ^{zert haben} Aber ist, was ich vorführe, nicht
doch eine Eigenschaft dieser Kette ? Gewiss; aber ich führe nur
solche Bewegungen, solche Umformungen, vor, die einprägsamer Art
sind; und Dich interessiert, diese Umformungen z u l e r n e n .
Es interessiert Dich aber darum, weil es so leicht ist, sie im-
mer wieder, an verschiedenen Gegenständen vorzunehmen. (Rechnung)

Die Worte "Sieh, was ich aus ihr machen kann - "
sind allerdings dieselben, die ich auch verwenden würde, wenn
ich Dir zeigte, was ich alles aus einem Klumpen Ton z.B. formen
kann. Hier würde Dich ^{etwa} ~~was ich aus ihm machen kann~~ interessieren, d a s s
sieg ~~sich~~ solche Dinge aus diesem Klumpen ^{zu} formen ~~aus ihm~~
ich ~~etwa~~ geschickt genug bin, ~~aus ihm~~. In einem andern Fall

~~etwa~~: dass dies Material sich so behandeln lässt. Hier würde man kaum sagen: 'ich mache Dich darauf aufmerksam', dass ~~ich~~ dies machen kann, oder dass das Material dies aushält, während man im Fall der Kette sagen würde: ich mache Dich darauf aufmerksam, dass sich dies mit ihr machen lässt. - Denn Du hättest es Dir auch vorstellen können. Aber Du kannst natürlich keine Eigenschaft ^{des Materials} der Kette durch Vorstellen erkennen.

Das Experimenthafte verschwindet, indem man den Vorgang bloss als einprägsames Bild ansieht.

Was ich auffalle, kann man sagen, ist die Rolle
~~Man kann daher sagen: Wir entfalten die~~
R o l l e , die "100" in unserm Rechensystem spielt.

Man könnte doch nicht sagen:
Inwiefern kann man denn sagen: die Rechnung analysiert ² das Zeichen "100"? sie setzt dem Zeichen ja etwas ~~hin~~ hinzu.

(Ich schrieb einmal: "In der Mathematik sind Prozess und Resultat einander äquivalent.")

Und doch fühle ich, dass es eine Eigenschaft von "100" sei, dass es so erzeugt wird, oder werden kann. Aber wie kann es denn eine Eigenschaft der Struktur "100" sein, dass sie so erzeugt wird; wenn sie z.B. garnicht so erzeugt würde? Wenn niemand so multiplizierte? Doch nur, wenn man sagen könnte,

es ist eine Eigenschaft dieses Zeichens, Gegenstand dieser Regel zu sein, ^{z.B.} Es ist Eigenschaft der "5", Gegenstand der Regel ~~xxx~~ " $3+2=5$ " zu sein. Denn nur als Gegenstand der Regel ist die Zahl das Resultat der Addition jener andern Zahlen.

Wenn ich aber nun sage: es ist Eigenschaft der Zahl ~~....~~, das Resultat der Addition von ~~....~~ nach der Regel ~~....~~ zu sein? - Es ist also eine Eigenschaft der Zahl, dass sie bei der Anwendung dieser Regel auf diese Zahlen entsteht. Die Frage ist: würden wir es "Anwendung der Regel" nennen, wenn diese Zahl nicht das Resultat wäre? Und das ist dieselbe Frage wie: "Was verstehst Du unter der 'Anwendung dieser Regel': das, was Du etwa mit ihr machst (und Du magst sie einmal so, erklärt, einmal so anwenden), oder ist 'ihre Anwendung' anders ~~definiert?~~ ^{bestimmt}?"

"Es ist eine Eigenschaft dieser Zahl, dass dieser Prozess zu ihr führt/." - Aber, mathematisch gesprochen, führt kein Prozess zu ihr, sondern sie ist das Ende eines Prozesses (gehört noch zum Prozess).

Ich entfalte die Rolle der "100" im Spiel.
(Und es ist hier ganz gleichgültig, ob ich die Ziffer "100" betrachte, oder, z.B., 100 Striche.)

"Zugegeben, ich interessierte mich nicht für ~~die~~ ^{wie die} Eigenschaften: dass keine der Kugeln verschwindet, dass man sie verschieben kann, etc., - die nehme ich alle als

~~als~~ selbstverständlich hin, - aber ist es nicht dennoch eine Eigenschaft der Reihe, dass wir ~~es~~ sie so zerlegen, und zu diesen Gestalten umgruppieren können - g e g e b e n, dass die Kugeln jene andern Eigenschaften haben? Denn ich könnte doch sehr wohl überrascht sein, zu sehen, dass die 100 Kugeln ein solches Viereck bilden, etc. "-

Wohl; aber wenn ich Dir diese Umformung einmal gezeigt hätte, wärest Du da ein zweites Mal wieder überrascht, dass man sie machen kann?

Wenn Du die Eigenschaften, von denen wir oben sprachen, als selbstverständlich hinnimmst, hast Du ~~weiter~~ auch weiter keine Eigenschaften der Reihe demonstriert.

"Diese Reihe gibt durch derlei Umformungen diese Formation." Liegt hier das Gewicht darauf, dass sie nicht eine a n d e r e Formation ergibt? - So muss es doch sein. Aber konstituiert dies nicht eben die Tatsache, dass nichts weg und nichts dazukommt?

Aber warum fühle ich, es werde eine Eigenschaft der Reihe entfaltet, gezeigt? - Weil ich abwechselnd, was gezeigt wird, als der Reihe wesentlich, und nicht wesentlich, ansehe. Oder: weil ich an diese Eigenschaften abwechselnd als externe

und interne denke. Weil ich abwechselnd etwas als selbstverständlich hinnehme und es bemerkenswert finde.

~~Es ist eine Eigenschaft der Reihe,
sich so zu bewegen.~~

"Du entfaltest doch die Eigenschaften der ihnen
100% ^{Kapseln} indem Du zeigst, was aus ihr gemacht werden kann."- Wie gemacht werden kann? Denn, dass das aus ihnen gemacht werden kann, daran hast ja niemand gezweifelt, es muss also um die Art und Weise gehen, wie dies aus ihnen erzeugt wird. Aber sieh' diese an! ob sie nicht etwa das Resultat schon voraussetzt.-

Denn denke Dir, es entsteht auf diese Weise einmal dies, einmal ein ~~anderes~~ Resultat; würdest Du das nun hinnehmen? Würdest Du nicht sagen: "Ich muss mich geirrt haben; auf ~~diese~~ // ~~diese~~ // ~~selbe~~ // Art und Weise musste immer das Gleiche entstehen." Das zeigt, dass Du das Resultat der Umformung ^{mit einbezogen in die} ~~mitrechnest~~ zur Art und Weise der Umformung ~~rechnet~~ //, dass Du das Resultat in die Art und Weise der Umformung ~~mitrechnest~~ //

Aufgabe: Soll ich es Erfahrungstatsache nennen,
dass dieses Gesicht durch diese Veränderung zu jenem wird?
(Wie muss ^{man} 'diese Gesicht', 'diese Veränderung', erklärt
sein, ~~das~~)

Ist die Eigenschaft, die ich 'entfalte' eine externe
oder interne?

Man 'entfaltet', was schon in der Sache liegt.

Die Eigenschaften der Hundert entfalten heisst, durch
Entfalten von 100 Gegenständen Merkmale des Begriffs 100 vor Augen
führen.

Man entfaltet eine Reihe (Formation) // -- nicht
physikalische Eigenschaften ^{einer} der Reihe. Und man sagt, man ent-
falte interne Eigenschaften der ^{Formation} Reihe (das sind Merkmale, die
den Begriff dieser ^{Formation} Reihe kennzeichnen), wenn man vorführt, was
alles Umformung dieser Formation durch Entfalten der For-
mation genannt wird.

Habe ich gezeigt, dass da ein Fünfeck steht, und war
es nur überflüssig?

Wenn das Ziehen der Diagonalen hier ein Experiment war,
war das 'Ergebnis' dasselbe, wie im vorigen Fall?

Man sagt: diese Einteilung macht klar, was

da für eine Reihe von Kugeln steht. Macht sie klar, was für eine Reihe vor der Einteilung da s t a n d, oder macht sie klar, was für eine Reihe jetzt da steht ?

'Ich sehe auf den ersten Blick, wieviele es sind.'
^{ist die Antwort}
 Nun wieviele sind es ? ^{ist die Antwort} 'S o v i e l e' ? - ~~Nein, das ist nicht die Antwort~~ ^{Nein, das ist nicht die Antwort (was ist was auf die Gruppe der Gegenstände jetzt). Wie lautet es aber?}
~~wort.~~ Es sind, '50', oder '100', etc.

"Die Einteilung macht mir klar, was da für eine Reihe steht" ^{ist die Antwort} Nun, was für eine steht da ? ^{ist die Antwort} "D i e s e s" ? - ~~Es muss natürlich heißen: "Eine von 100 Kugeln", "Eine, die durch ~~xxx~~ teilbar ist", oder dergleichen.~~

Habe ich gezeigt, dass da ein Fünfeck steht, und war es nur überflüssig ?

Wenn das Ziehen der Diagonalen hier ein Experiment war, war das 'E r g e b n i s' dasselbe wie im vorigen Fall ?

Oder: berechtigt mich das Ziehen der Diagonalen nun, zu sagen: "da steht ein Fünfeck" ? - Aber kann es mich nicht dazu berechtigen, obwohl ich dieser Berechtigung garnicht bedarf ? -

~~Auf diese Stütze~~

Auf diese Stütze liegt im Sprachspiel kein Gewicht; daher trägt sie auch nicht.

Ich entfalte doch die geometrischen Eigenschaften

dieser Kette auch, indem ich die Umformungen einer andern, gleich gebauten Kette vorführe. Aber dadurch zeige ich doch nicht, was ich tatsächlich mit der ersten tun kann, wenn diese sich nämlich tatsächlich als unbiegbar, oder sonstwie physikalisch ungeeignet erweist.

Also kann ich doch nicht sagen: ich entfalte die Eigenschaften dieser Kette.

~~Wie kann man denn~~ Eigenschaften der Kette entfalten, die sie garnicht ~~hat~~ besitzt?

'Wir entfalten die Eigenheiten des hier gezogenen Vielecks.' Nehmen wir an, das Vieleck wäre aus Draht gezogen, statt gezeichnet; wären wir noch geneigt, zu sagen: wir entfalten die Eigenschaften des gebogenen Drahtes?

Wir entfalten sie, soll hier doch heißen, wir führen sie vor Augen, machen ~~sie~~ deutlich, was früher nicht ^{deut-} zu ~~sehen~~ ^{lich} war.

Ich messe einen Tisch, und er ist 1m lang.- Nun lege ich meinen Meterstab an einen andern Meterstab. Messe ich ihn dadurch? Finde ich, dass jener zweite Meterstab 1m lang ist? Mache ich das gleiche Experiment der Messung, nur mit dem Unterschied, dass ich des Ausgangs sicher bin?

Ja, wenn ich den Masstab an den Tisch anlege, messe

ich immer den Tisch; kontrolliere ich nicht manchmal den Masstab ?
Und worin liegt der Unterschied zwischen dem einen Vorgehen und dem andern ?

~~Ich entfalte die Eigenschaften dieses Vielecks, heisst hier, ich zeige z.B., dass es 15 Ecken hat. Ahnlich, als sagte ich: ich entfalte die Länge und Breite dieses Papiers, indem ich das Papier auseinander-falte.~~

~~Das Entfalten ist hier eine Art Zählen.~~

Das Experiment des Entfaltens einer Reihe kann uns, unter anderem, zeigen, aus wievielen Kugeln die Reihe besteht, oder aber, dass wir diese (sagen wir) 100 Kugeln so und so bewegen können.

Die Rechnung aber des Entfaltens zeigt uns, was wir eine 'Umformung durch blosses Entfalten' nennen.

~~"Ich entfalte die Eigenschaften dieser Kette, ich zeige, was man alles aus ihr machen kann."- Was man alles durch blosses Biegen ^{den} in ihren Gelenken aus ihr machen kann. Nun, ich könnte sagen //Ich möchte vielleicht sagen//, ich zeige nicht nur physikalische, sondern auch geometrische Eigenschaften der Kette.~~

~~Könnte man sagen: Die Glieder dieser Kette sind zwar so zusammengeschweisst, dass man sie nicht in diese Stellung bringen kann, aber es ist doch eine geometrische Eigenschaft dieser~~

Kette, dass man sie in diese Stellung bringen kann.

"Ich zeige Dir, was man alles aus dieser Kette machen kann." Dabei nehme ich als selbstverständlich an, dass die Glieder sich bewegen lassen, nicht brechen, sich nicht vermehren, etc.- Zeige ich Dir nun nicht eine Eigenschaft der Kette ? Aber welche von den vielen Eigenschaften der Kette zeige ich ?

Ist es denn noch eine Kette, wenn sie - aus irgend einem Grunde - steif ist wie ein Stock ?

305

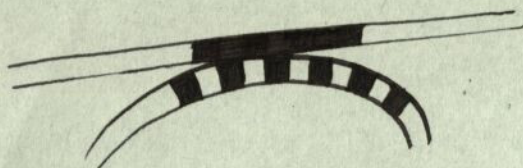
Prüfe den Satz:
^{schrieb}

II d 1

Ich ~~sagte~~ einmal, es sei keine E r f a h -

r u n g s t a t s a c h e: dass die Tangente einer visuellen Kur-
ve ein Stück mit dieser gemeinsam läuft; und wenn dies eine Figur
zeige, so nicht als das Resultat eines Experiments.

*



Man könnte auch sagen: Du siehst hier, dass Stücke einer kontinuierlichen visuellen Kurve gerade sind.-- Aber sollte ich nicht sagen:- "Das nennst Du doch eine 'Kurve'.-- Und nennst Du dieses Stückchen nun 'krumm' oder 'gerade' ?- Das nennst Du doch eine 'Gerade', und sie enthält dieses Stück."

Aber warum sollte man nicht ~~für visuelle Strecken einer Kurve, die auch in einer Geraden liegen können~~ //, die in einer Kurve liegen, aber auch in einer Geraden liegen können, // ein ~~n e u e s~~ ^{selbst} Wort gebrauchen ? // ~~für visuelle~~ Strecken einer Kurve, die allein keine Krümmung zeigen, einen neuen Namen gebrauchen ? //

"Das Experiment des Ziehens dieser Linien hat doch gezeigt, dass sie sich nicht in einem P u n k t berühren."-- Das s i e sich nicht in einem Punkt berühren ? Wie sind 's i e' definiert ? Oder: ^K kannst Du mir ein Bild davon zeigen, wie es ist, wenn Sie sich 'in einem Punkt berühren'? Denn warum soll ich nicht einfach sagen: das Experiment hat ergeben, dass sie - nämlich eine krumme und eine gerade Linie - einander b e r ü h r e n ? Denn ist dies n i c h t , was ich "Berührung" solcher Linien nenne ?

306

Zeichnen wir einen Kreis aus schwarzen und

* Siehe

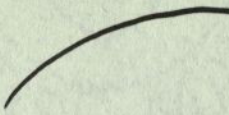
weissen Stücken, die kleiner und kleiner werden.



"Welches dieser Stücke - von links nach rechts - erscheint Dir schon als ~~2~~ gerade ?" Dies ist ein Experiment.
Hier mache ich

308

Wie, wenn jemand sagte: "Die Erfahrung lehrt Dich, dass diese Linie



krumm ist "?- Da wäre zu sagen, dass hier die Worte "diese Linie", den auf dem Papier gezogenen S t r i c h bedeuten. Man kann ja tatsächlich den Versuch anstellen und diesen Strich verschiedenen Menschen zeigen, und fragen: "was siehst Du; eine gerade, oder eine krumme Linie ?"-

Bemerkung über Schwärze

Wenn aber jemand sagte: "Ich stelle mir jetzt eine krumme Linie vor", und wir ihm darauf sagen: "Da siehst Du also, dass diese Linie eine krumme ist"- was für einen Sinn hätte das ?

Nun kann man aber auch sagen: "Ich stelle mir einen Kreis vor aus schwarzen und weissen Stücken, eines ist gross, gekrümmt, die folgenden werden immer kleiner, das sechste ist schon gerade." Wo liegt hier das Experiment ?

In der Vorstellung kann ich rechnen, aber nicht experimentieren.

220

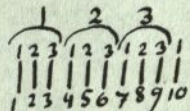
ii e 1

Was ist die charakteristische Verwandung des Vorgangs der Ableitung als R e c h n u n g - im Gegensatz zur Verwendung des Vorgangs als Experiment ?

Wir betrachten die Berechnung als Demonstration einer i n t e r n e n E i g e n s c h a f t (eine Eigenschaft des W e s e n s) der Strukturen. Aber was heisst das ?

Als Urbild der 'internen Eigenschaft' könnte dieses dienen:

$$10 = 3 \times 3 + 1$$



Wenn ich nun sage: 10 Striche bestehen notwendig aus 3 mal 3 Strichen und einem Strich - das heisst doch nicht: wenn 10 Striche dastehen, so stehen immer die Ziffern und Bogen rund herum.-

Setze ich sie aber zu den Strichen hinzu, so sage ich, ich demonstrierte nur das Wesen jener Gruppe von Strichen.- Aber bist Du sicher, dass sich die Gruppe ~~xxxx~~ ^{beim} Dazuschreiben jener Zeichen nicht verändert hat? - "Ich weiss nicht; aber eine bestimmte Zahl von Strichen stand da; und wenn nicht 10, so eine andre und dann hatte die eben andre Eigenschaften.-"

~~Man sagt~~

221

Man sagt: die Rechnung 'entfaltet' die Eigenschaft der Hundert.- Was heisst es eigentlich: 100 bestehe aus 50 und 50? Man sagt: der Inhalt der Kiste besteht aus 50 ^{fünfzig} fünfzig Äpfeln und 50 Birnen. Aber wenn Einer sagte: "der Inhalt der Kiste besteht aus ⁵⁰ fünfzig Äpfeln und ~~50~~ fünfzig 50 Äpfeln"-, wir wüssten zunächst nicht, was er meint.- Wenn man sagt: "Der Inhalt der Kiste besteht aus 2 mal 50 Äpfeln", so heisst das entweder, es seien da zwei Abteilungen zu 50 Äpfeln; oder es handelt sich etwa um eine Verteilung, in der Jeder 50 Äpfel erhalten soll, und ich höre nun, dass man aus dieser Kiste zwei Leute betheiligen kann.

222

"Die 100 Äpfel in der Kiste bestehen aus 50 und 50"- hier ist wichtig der unzeitliche Charakter von 'bestehen'. Denn es heisst nicht, sie beständen jetzt, oder für einige Zeit aus 50 und 50.

- 157 -

223

Was ist denn das Charakteristikum der 'internen Eigenschaften'? Dass sie immer, unveränderlich in dem Ganzen bestehen, das sie bilden; ^{ausmachen} gleichsam unabhängig von allen äusseren Geschehnissen. Wie die Konstruktion einer Maschine auf dem Papier nicht bricht, wenn die Maschine selbst äusseren Kräften erliegt.- Oder ich möchte sagen: dass sie nicht Wind und Wetter unterworfen sind, wie das Physikalische der Dinge; sondern unangreifbar wie Schemen.

Statt, ~~"100 bestehen aus 50 und 50"~~, könnte man ~~sagen: "ich lasse 100 aus 50 und 50 bestehen"~~.
 sagen: "ich lasse 100 aus 50 und 50 bestehen".

233

Wenn wir sagen: "dieser Satz folgt aus jenem", so ist hier "folgen" wieder u n z e i t l i c h gebraucht. (Und das zeigt, dass dieser Satz nicht das Resultat eines Experiments ausspricht.)

234

Vergleiche damit: "Weiss ist heller als Schwarz". Auch dieser Ausdruck ist ~~zeitlich~~ //unzeitlich// und auch er ^{sp}richt das Bestehen einer i n t e r n e n Relation aus.

235

"Diese Relation besteht aber eben"-
 möchte man sagen. Aber die Frage ist: Hat dieser Satz einen
 Gebrauch - und welchen? Denn einstweilen weiss ich nur, dass
 mir dabei ein Bild vorschwebt (aber dies garantiert mir die
 Verwendung nicht) und dass die Worte einen deutschen Satz ge-
 ben. Aber es fällt Dir auf, dass die Worte hier anders gebraucht
 werden, als im alltäglichen Fall einer nützlichen Aussage.



Radmacher

(Wie etwa der ~~Radmacher~~ bemerken kann, dass die Aussagen, die
 er gewöhnlich über Kreisförmiges und Gerades macht, anderer
 Art sind, als die, die im Euklid stehen.) Denn wir sagen:
 dieser G e g e n s t a n d ist heller als jener, oder, die
 Farbe dieses Dings ist heller als die Farbe jenes, und dann
 ist etwas jetzt heller und kann später dunkler sein.

Woher die Empfindung, "Weiss ist heller als
 Schwarz" sage etwas über das W e s e n der beiden Farben aus?-

Aber ist die Frage überhaupt richtig gestellt?
 Was meinen wir dem mit dem 'Wesen' von Weiss oder Schwarz?

Wir denken etwa an 'das Innere', 'die Konstitution', aber das
 ergibt hier doch keinen Sinn. Wir sagen etwa auch: "Es liegt
 im Weiss, dass es heller ist".

Ist es nicht so: das Bild eines schwarzen und
 eines weissen Flecks  

dient uns z u g l e i c h als Paradigma dessen, was wir unter
 "heller" und "dunkler" verstehen und als Paradigma für "weiss"
 und für "schwarz". In s o fern 'liegt' nun die Dunkelheit

Siehe Begriffsüber Identität

'im' Schwarz, als sie beide von diesem Fleck dargestellt werden. Er ist dunkel, dadurch dass er schwarz ist.- Aber richtiger gesagt: er heisst "schwarz" und damit, in unserer Sprache, auch "dunkel". Jene Verbindung, eine Verbindung der Paradigmen und Namen ist in unsrer Sprache hergestellt. Und unser Satz ist unzeitlich, weil er nur die Verbindung der Worte "weiss", "schwarz" und "heller" mit einem Paradigma ausspricht.

Man kann Missverständnisse vermeiden, dadurch dass man erklärt, es sei Unsinn, zu sagen: "die Farbe dieses Körpers ist heller, als die Farbe jenes", es müsse heissen: "dieser Körper ist heller als jener". D.h., man schliesst jene Ausdrucksform aus unserer Sprache aus.

*Wenn man wie "heller als schwarz" ? Was heisst
"heller als schwarz" ?*

Aber kann ich den Satz der Geometrie nicht auch ohne Beweis glauben, z.B. auf die Versicherung eines Andern hin? - Und was verliert der Satz, wenn er seinen Beweis verliert? - Ich soll hier wohl fragen: "Was kann ich mit ihm anfangen ~~machen~~? ", denn darauf kommt es an. den Satz auf die Versicherung des Andern annehmen - wie zeigt sich das? Ich kann ihn z.B. in weiteren Rechenoperationen verwenden, oder ich verwende ihn bei der Beurteilung eines physikalischen Sachverhalts. Versichert mich jemand z.B., 13 mal 13 sei 396, und ich glaube ihm, so werde ich mich nun wundern, dass ich 396 Nüsse nicht in 13 Reihen zu je 13 Nüssen legen kann und vielleicht annehmen, die Nüsse hätten sich von selbst vermehrt.

Aber ich fühle mich versucht zu sagen:

man könne nicht g l a u b e n, dass $13 \times 13 = 396$ ist, man könne diese Zahl nur mechanisch vom Andern a n n e h m e n . Aber warum soll ich nicht sagen, ich glaube es ? Ist denn, es glauben, ein geheimnisvoller Akt, der sozusagen unterir- richtigen ^{richtigen} ^{steht} disch mit der ~~wahren~~ Rechnung in Verbindung ~~ist~~ ? Ich kann doch jedenfalls sagen: "ich glaube es", und nun danach handeln.

Man möchte fragen: "Was tut der, der glaubt, dass $13 \times 13 = 396$ ist ?" Und die Antwort kann sein: Nun, das wird davon abhängen, ob er z.B. die Rechnung selber gemacht und sich dabei verschrieben hat,- oder ob sie zwar ein And~~er~~er gemacht hat, er aber doch weiss, wie man so eine Rechnung macht,- oder ob er~~n~~ nicht multiplizieren kann, aber weiss, dass das Produkt die Zahl der Leute ist, die in 13 Reihen zu je 13 stehen,- kurz davon, was er denn mit der Gleichung $13 \times 13 = 396$ ~~anzu~~ anfangen kann. Denn, sie prüfen, ist etwas mit ihr anfangen.

284

Denkt man nämlich an die arithmetische Gleichung als den Ausdruck einer internen Relation, so möchte man sagen: "Er kann ja garnicht glauben, dass 13×13 d i e s ergibt, weil das ja keine Multiplikation von 13 mit 13, oder kein E r g e b e n ist, wenn 396 am Ende steht." Das heisst aber, dass man das Wort "glauben" für den Fall einer Rechnung und ihres Resultats nicht anwenden will,- oder nur dann, wenn man die richtige Rechnung vor sich hat.

285

"Was glaubt der, der glaubt 13×13 ist 396 ?"-
 Wie tief dringt er - könnte man sagen, mit seinem Glauben in
 das Verhältnis dieser Zahlen ein ? Denn bis zum Ende - will
 man sagen - kann er nicht dringen; oder er könnte es nicht glau-
 ben.

Aber wann dringt er in die Verhältnisse der Zahlen
 ein ? Gerade während er sagt, dass er glaubt ? Darauf
 wirst Du nicht bestehen - denn es ~~ich~~ ist leicht zu sehen, dass
 dieser Schein nur durch die Oberflächenform unsrer Grammatik *
 wird
 (wie man es nennen könnte) * erzeugt wurde.

286

Denn ich will sagen: "Man kann nur s e h e n ,
 dass $13 \times 13 = 369$ ist, und man kann auch das nicht g l a u b e n.
 Und man kann - mehr oder weniger blind - eine Regel ~~anwenden~~ ^{annehmen}."
 Und was tue ich, wenn ich dies sage ? Ich mache einen Schnitt;
 zwischen der ^{einer} R e c h n u n g mit ihrem Resultat (d.i. einem
 bestimmten Bild, einer bestimmten Vorlage), und einem Versuch
 mit seinem ^{Ausgang} Ergebnis. // ~~zwischen einer R e c h n u n g mit
 ihrem Resultat - d.i. einem bestimmten Bild, einer bestimmten
 Vorlage - - und dem Experiment* (mit seinem Ausgang).~~

287

Ich möchte sagen: "Wenn ich glaube, dass ^{$a \times b = c$} ~~$x \times y = z$~~
 ist, - und es kommt ja vor, dass ich so etwas glaube, sage, dass
 ich es glaube - so glaube ich nicht den mathematischen Satz,
 denn der steht am Ende eines Beweises, ist das Ende eines Be-
 weises;

sondern ich glaube: dass dies die Formel ist, die dort und ~~weitersteht~~ dort steht, die ich so und so erhalten werde u. dergl."- Und dies klingt ja, als dränge ich in den Vorgang des Glaubens eines solchen Satzes ein. Während ich nur - in ungeschickter Weise - auf den ^{bei scheinbarer Ähnlichkeit} fundamentalen Unterschied der Rollen deutet ⁺ eines arithmetischen Satzes und eines Erfahrungssatzes, ~~im Gegensatz zu ihrer scheinbaren Ähnlichkeit.~~

Denn ich sage eben unter gewissen Umständen: "ich glaube, dass $x \times y = z$ ist". Was meine ich damit? - Was ich sage! - Wohl aber ist die Frage interessant: unter was für Umständen sage ich dies, und wie sind ~~die~~ sie charakterisiert, im Gegensatz zu denen einer Aussage: "ich glaube, es wird regnen"? Denn was uns beschäftigt, ist ja dieser Gegensatz. Wir verlangen danach, ein Bild zu erhalten von der Verwendung der mathematischen Sätze und der Sätze "ich glaube, dass", ^{wo} ein mathematischer Satz der Gegenstand des Glaubens ist. [Sieh. S 173]

288

"Du glaubst doch nicht den mathematischen Satz.-" Das heisst: "mathematischer Satz" bezeichnet mir eine Rolle für den Satz, eine Funktion, in der ein Glauben nicht vorkommt ~~//bezeichnet mir eine Rolle, ein Sprachspiel, worin ein Glauben nicht vorkommt//~~

Vergleiche: "Wenn Du sagst: 'ich glaube, dass das Rochieren so und so geschieht', so glaubst Du nicht die Schachregel, sondern Du glaubst etwa, dass so eine

Regel des Schach lautet."

289

"Man kann nicht glauben, die Multiplikation 13×13 liefere 369, weil das Resultat zur Rechnung gehört."- Was nenne ich "die Multiplikation 13×13 " ? Nur das richtige Multiplikationsbild, an dessen unterem Ende 369 steht ? oder auch eine 'falsche Multiplikation' ?

Wie ist festgelegt, welches Bild Multiplikation 13×13 ist ?- Ist es nicht durch die Multiplikationsregeln bestimmt ? - Aber wie, wenn Dir mit Hilfe dieser Regeln heute etwas anderes herauskommt, als was in ~~den~~ allen Rechenbüchern steht ? Ist das nicht möglich ? - "Nicht, wenn Du die Regeln anwendest, wie sie !" - Freilich nicht ! aber das ist ja ein Pläonasmus. Und wo steht, wie sie anzuwenden sind - und wenn es wo steht: wo steht, wie dies anzuwenden ist ? Und das heisst nicht nur: in welchem Buch steht es, sondern auch, in welchem Kopf ? - Was ist also die Multiplikation 13×13 - oder, wonach soll ich mich beim Multiplizieren richten : nach den Regeln, oder nach der Multiplikation, die in den Rechenbüchern steht -- wenn diese beiden nämlich nicht übereinstimmen ?- Nun, es kommt tatsächlich nie vor, dass der, welcher rechnen gelernt hat, bei dieser Multiplikation hartnäckig etwas anderes herausbringt, als was in den Rechenbüchern steht. Sollte es aber schehen; ~~geschehen~~; so würden wir ihn für abnorm erklären, und von seiner Rechnung weiter keine Notiz nehmen.

2291

[20/1]

Beamer...

"Aber bin ich also in einer Schlusskette nicht gezwungen, zu gehen, wie ich gehe?" - Gezwungen? Ich kann doch wohl gehen, wie ich will! - "Aber wenn Du im Einklang mit den Regeln bleiben willst, m u s s t Du so ~~gehen~~ ^{gehen} ~~gehen~~." - Durchaus nicht; ich nenne ~~etwas anderes~~ ^{eben das} 'Einklang'. - "Ja, ~~aber dann veränderst Du eben~~ ^{jaun hast du} den Sinn des Wortes 'Einklang', oder den Sinn der Regel." - Nein; wer sagt, was hier 'verändern' und was 'gleichbleiben' heisst?

Wieviele Regeln immer Du mir angibst - ich gebe Dir eine Regel, die m e i n e Verwendung Deiner Regeln rechtfertigt.

276
Wir könnten auch sagen: Wenn wir den III a 2
Schlussgesetzen (Schlussregeln) folgen, so liegt in
einem Folgen immer auch ein Deuten.

225
[154]

III a 3

"Du darfst doch das Gesetz jetzt nicht auf einmal

Ts-222,86

- 158 -

anders anwenden!"- Wenn ich darauf antworte: "Ach ja, ich hatte
es ja s o angewandt !" oder: "Ach, s o sollte ich es anwenden-!";
dann spiele ich mit. Antworte ich aber einfach: "Anders ?- Das i s t
doch nicht anders !" - was willst Du tun ? *Das heißt eigentlich, daß ein Mensch mit Zeichen des Verstandes
auch so handeln könnte, daß wir es natürlich nennen würde*

"Nach Dir könnte also jeder die Reihe fort- *III a 5*
setzen, wie er will; und also auch auf i r g e n d ~~exixxxx~~
eine Weise schliessen !" Wir werden es dann nicht "die Reihe
fortsetzen" nennen und auch wohl nicht "schliessen".

Denn, dass ihn Schlussgesetze nicht ^{*wie die Gleise den Zug*} zwingen,
das und das zu reden, oder zu schreiben, darüber sind wir ~~ja~~
einig. Und wenn ¹Du sagst, er könne es zwar r e d e n , aber
er kann es nicht d e n k e n , so sage ich nur, das heisse
nicht: er könne es, quasi trotz aller Anstrengung, nicht denken,
sondern es heisst: zum 'Denken' gehört für uns wesentlich, dass
er - beim Reden, Schreiben, etc.- s o l c h e Übergänge macht.
Und ferner sage ich, dass die Grenze zwischen dem, was wir noch
'denken' und dem, was wir nicht mehr so nennen, so wenig scharf
gezogen ist, wie die Grenze zwischen dem, was noch "Gesetzmässigkeit"
genannt wird und dem, was wir nicht mehr so nennen.

~~Nun muss ich dies aber qualifizieren: Denn man~~
aber dennoch
Man kann ~~ja doch~~ sagen, dass die Schlussgesetze uns zwingen; in dem

Sinne nämlich, wie andere ~~die Sätze~~ ^{Gesetze} in der menschlichen Gesellschaft. Der Kanzlist, der so schliesst, wie in (210), muss es so tun; er wäre bestraft worden, wenn er anders schlösse. Wer anders schliesst, kommt allerdings in Konflikt: z.B. mit der Gesellschaft; aber auch mit andern praktischen Folgen.

Und auch ~~d a r a n~~ ^{etwas} ist ~~mehr, als ich~~ ^{man} ~~fügen~~, wenn ~~Einer~~ ^{man} sagt: ~~Er kann es nicht denken~~ ^e . * Man will etwa sagen: Er kann es nicht mit persönlichem Inhalt erfüllen: er kann nicht wirklich ~~m i t g e h e n~~ - mit seinem Verstand, mit ^{seiner} Person. Es ist ähnlich, wie man sagt: Diese Tonfolgen geben keinen Sinn, ich kann sie nicht mit Ausdruck singen. Ich kann nicht ~~m i t s c h w i n g e n~~ . Oder, was hier auf dasselbe hinauskommt: ich schwinde nicht mit.

"Wenn er es redet - könnte man sagen - kann er es nur gedankenlos reden". Und hierzu muss nur bemerkt werden, dass das 'gedankenlose' Reden sich von einem ~~anderen~~ anderen wohl auch manchmal durch das unterscheidet, was beim Reden im Redenden an Vorstellungen, Empfindungen, und anderem, vor sich geht, dass aber diese ^{Begleitend} ~~begleitenden~~ ~~Vorgänge~~ nicht das 'Denken' ausmachen [†] und ihr Fehlen noch nicht die 'Gedankenlosigkeit'.

[Siehe Lesen]

Bd XII S. 103/1

226
[193]

Inwiefern ist das logische Argument ein Zwang? "Du^{11a7}
d a s gibst doch ~~das~~ zu,- und d a s zu; dann musst Du auch d a s zugeben!" Das ist die Art, jemanden zu zwingen. D.h., man kann so tatsächlich Menschen zwingen, etwas zuzugeben.- Nicht anders, als wie man Einen etwa dazu zwingen kann, dorthin zu gehen, indem man gebietend mit dem Finger dorthin zeigt.

[193] Denke, ich zeige in so einem Fall mit zwei Fingern zugleich in zwei verschiedenen Richtungen und stelle es damit dem Andern frei, in welcher der beiden Richtungen er gehen will - ein andermal zeige ich nur in e i n e r Richtung; so kann man das auch so ausdrücken: mein erster Befehl habe ihn nicht gezwungen, in e i n e r Richtung zu gehen, wohl aber der zweite. Das ist aber eine Aussage, die angeben soll, welcher Art meine Befehle waren; aber nicht, in welcher Art sie wirken, ob sie den und den tatsächlich zwingen, d.h., ob er ihnen gehorcht.

Es schien zuerst, als sollten diese Über-^{ge}gungen zeigen, dass, 'was ein logischer Zwang zu sein scheint, in Wirklichkeit nur ein psychologischer ist' - und da fragte es sich doch: kenne ich also beide Arten des Zwanges ?!-

Denke Dir, es würde der Ausdruck gebraucht: "Das Gesetz §.... bestraft den Mörder mit dem Tode_x". Das könnte doch nur heissen, dieses Gesetz laute: ^{20 v 20} u.s.w., Jene Form des Ausdrucks aber könnte sich uns aufdrängen, weil das Gesetz Mittel ist, wenn der Schuldige der Bestrafung zugeführt wird.- Nun reden wir von 'Unerbittlichkeit' bei denen, die jemand bestrafen. Da könnte es uns einfallen, zu sagen: ~~das Gesetz ist unerbittlicher als alle Menschen, denn sie können den Schuldigen laufen lassen, das Gesetz richtet ihn hin. //~~ "das Gesetz ist unerbittlich / die Menschen können den Schuldigen

laufen lassen, das Gesetz richtet ihn hin. ~~n~~ (Ja auch: "das Gesetz richtet ihn i m m e r hin".)- Wozu ist so eine Ausdrucksform zu gebrauchen? - Zunächst sagt dieser Satz ja nur, im Gesetz stehe das und das, und die Menschen richten sich manchmal nicht danach. Dann aber zeigt er doch das Bild des ~~e i n e n~~
 ~~einen~~ unerbittlichen' - und vieler laxer Richter. Er dient darum als Ausdruck des Respekts vor dem Gesetz. Endlich aber kann man die Ausdrucksform auch so gebrauchen, dass man ein Gesetz 'unerbittlich' nennt, wenn es eine Möglichkeit der Begnadigung nicht vorsieht, und im entgegengesetzten Fall etwa 'einsichtig'.

Wir reden nun von der 'Unerbittlichkeit' der Logik; und denken uns die logischen Gesetze unerbittlich, unerbittlicher noch, als die Naturgesetze. Wir machen nun darauf aufmerksam, wie das Wort "unerbittlich" auf mehrerlei Weise angewendet wird. Es entsprechen unsern logischen Gesetzen sehr allgemeine Tatsachen der täglichen Erfahrung. Es sind die, die es uns möglich machen, jene Gesetze immer wieder auf einfache Weise (mit Tinte auf Papier z.B.) zu demonstrieren. Sie sind zu vergleichen mit jenen Tatsachen, welche die Messung mit dem Metermass leicht ausführbar und nützlich machen. Das legt den Gebrauch gerade dieser Schlussgesetze nahe, und nun sind wir unerbittlich in der Anwendung dieser Gesetze. Weil wir 'm e s s e n'; und es gehört zum Messen, dass Alle das gleiche Mass haben. Ausserdem aber kann man unerbittliche, d.h., e i n d e u t i g e , von nichteindeutigen Schlussregeln unterscheiden, ich meine von solchen, die uns eine Alternative freistellen.

Bemerkung: ... die Welle der Sprache ...

Die Bemerkung
gegen das Ende
Bd XIII

"Ich kann doch nur folgern, was wirklich folgt !"

- D.h.: was die logische Maschine wirklich hervorbringt. Die logische Maschine, das wäre ~~eine Art Welttäter~~; ein alles durchdringender ätherischer Mechanismus. - ~~Und~~ Vor diesem Bild ^{ist zu} muss man warnen.

Denk Dir ein Material härter und fester als irgend ein anderes. Aber wenn man einen Stab aus diesem Stoff aus der horizontalen in die vertikale Lage bringt, so zieht er sich zusammen; oder ~~denk Dir~~, er biegt^e sich, wenn man ihn aufrichtet und ist dabei so hart, dass man ihn auf keine andre Weise biegen kann.- (Ein Mechanismus aus diesem Stoff, ^{hergestellt} etwa eine Kurbel, Pleuelstange und Kreuzkopf. Andere Bewegungsweise des Kreuzkopfs.)

Oder: eine Stange biegt sich, wenn man ihr eine gewisse Masse nähert; gegen alle Kräfte aber, die wir auf sie wirken lassen, ist sie vollkommen starr. Denk Dir, die Führungsschienen ^{des Kreuzkopfs} biegen sich und strecken sich wieder, wenn die Kurbel sich ihnen nähert und sich wieder entfernt. Ich nähme aber an, dass keinerlei besondere äussere Kraft dazu nötig ist, dies hervorzurufen. Dieses Benehmen der Schienen würde wie das eines lebenden Wesens anmuten.

Wenn wir sagen: "Wenn die Glieder des Mechanismus ganz starr wären, würden sie sich so und so bewegen", was ist das Kriterium dafür, dass sie ganz starr sind? Ist es, dass sie gewissen Kräften widerstehen? oder, dass sie sich so

und so bewegen ?

Denke, ich sage: "das ist das Bewegungsgesetz des Kreuzkopfes (die Zuordnung seiner Lage zur Lage der Kurbel etwa), wenn sich die Länge der Kurbel und der Pleuelstange nicht ändern". Das heisst wohl: Wenn sich die Lagen der Kurbel und des Kreuzkopfes so zueinander verhalten, dann sage ich, dass die Länge der Pleuelstange gleich bleibt.

"Wenn die Teile ganz starr wären, würden sie sich so bewegen": ist das eine Hypothese ? Es scheint, nein. Denn wenn wir sagen: "die Kinematik beschreibt die Bewegungen des Mechanismus unter der Voraussetzung, dass seine Teile vollkommen starr sind", so geben wir einerseits zu, dass diese Voraussetzung in der Wirklichkeit nie zutrifft, andererseits soll es keinem Zweifel unterliegen, dass vollkommen starre Teile sich so bewegen würden. Aber woher diese Sicherheit ? Es handelt sich hier wohl nicht um Sicherheit, sondern um eine Bestimmung, die wir getroffen haben. Wir wissen nicht, dass Körper, wenn sie (nach den und den Kriterien) starr wären, sich so bewegen würden; wohl aber würden wir (unter Umständen) Teile 'starr' nennen, die sich so bewegen - denke in so einem Fall immer daran, dass ja die Geometrie (oder Kinematik) keine Messmethode spezifiziert, wenn sie von gleichen Längen oder vom Gleichbleiben einer Länge spricht.

Wenn wir also die Kinematik etwa die Lehre von der Bewegung vollkommen starrer Maschinenteile nennen, so

- 212 -

liegt hierin einerseits eine Andeutung über die (mathematische) Methode: wir bestimmen gewisse Distanzen als die Längen der Maschinenteile, //von Maschinenteilen//, die sich nicht ändern; andererseits eine A n d e u t u n g über die Anwendung des Kalküls.

Die Härte des logischen Muss. Wie, wenn man sagte: das Muss der Kinematik ist viel härter, als das kausale Muss, das einen Maschinenteil zwingt, sich s o zu bewegen,

wenn der andere sich s o bewegt ?-

Denk Dir, wir würden die Bewegungsweise des 'vollkommen Starren' Mechanismus durch ein kinematographisches Bild, einen Zeichenfilm, darstellen. Wie, wenn man sagen würde, dies Bild sei v o l l k o m m e n h a r t , und damit meinte, wir hätten dieses Bild als Darstellungsweise genommen, - was immer die Tatsachen seien, wie immer sich die Teile des wirklichen Mechanismus biegen, oder dehnen mögen. - Das wäre ähnlich, als dächte man sich die Länge des Meters unendlich hart; weil sie gleichbleibe, wie immer auch die Längen der Dinge sich änderten, weil sie, von den Kräften, die die Dinge ausdehnen und zusammendrücken, unbeeinflusst sei.

Die Maschine (ihr Bau) als Symbol für ihre Wirkungsweise: Die Maschine - könnte ich zuerst sagen, - 'scheint ihre Wirkungsweise schon in sich zu haben'. Was heisst das ?

Indem wir die Maschine kennen, scheint alles Übrige, nämlich die Bewegungen, die sie machen wird, schon ganz bestimmt zu sein.

"Wir reden so, als k ö n n t e n sich diese Teile nur so bewegen, als könnten sie nichts anderes tun."

Wie ist es - : vergessen wir also die Möglichkeit, dass sie sich biegen, abbrechen, schmelzen können, etc. ?
J a ; wir denken in v i e l e n Fällen garnicht daran. Wir gebrauchen eine Maschine, oder das Bild einer Maschine, als Symbol für eine bestimmte Wirkungsweise. Wir teilen z.B. Einem

*Siehe Aufhänger
S. 121*

dieses Bild, mit und setzen voraus, dass er die Erscheinungen der Bewegungen der Teile aus ihm ableitet. (So wie wir jemand eine Zahl mitteilen können, indem wir sagen, sie sei die fünf- undzwanzigste der Reihe, 1, 4, 9, 16,)

"Die Maschine scheint ihre Wirkungsweise schon in sich zu haben" heisst: Du bist geneigt, die künftigen Bewegungen der Maschine in ihrer Bestimmtheit Gegenständen zu vergleichen, die schon in einer Lade liegen und von uns nun herausgeholt werden.

So aber reden wir nicht, wenn es sich darum handelt, dass wirkliche Verhalten einer Maschine vorauszusagen; da vergessen wir, im allgemeinen, nicht die Möglichkeiten der Deformation der Teile etc.

Wohl aber, wenn wir uns darüberwundern, wie wir denn die Maschine als Symbol einer Bewegungsweise verwenden können - da sie sich doch auch ganz anders bewegen kann.

Nun, wir könnten sagen, die Maschine, oder ihr Bild, stehe als Anfang einer Bilderreihe, die wir aus diesem Bild abzuleiten gelernt haben.

Wenn wir aber bedenken, dass sich die Maschine auch anders hätte bewegen können, so erscheint es uns leicht, als müsste in der Maschine als Symbol ihre Bewegungsart noch viel bestimmter enthalten sein, als in der wirklichen Maschine. Es genüge da nicht, dass dies die erfahrungsmässig vorausbestimmten Bewegungen ^{sind} seien, sondern sie müssten eigentlich - in einem mysteriösen Sinne - bereits gegenwärtig sein. Und

es ist ja wahr: die Bewegung des Maschinensymbols ist in anderer Weise vorausbestimmt, als die einer gegebenen wirklichen Maschine.

"Es ist, als könnten wir die ganze Verwendung des Wortes mit einem Schlag erfassen"- Wie w a s z.B. ?-
K a n n man sie nicht - in gewissem Sinne - mit einem Schlag erfassen ? Und in w e l c h e m Sinne kannst Du dies nicht ?
Es ist eben, als könnten wir sie in einem noch viel direkteren Sinne mit einem Schlag erfassen. Aber hast Du dafür ein Vorbild, ?
Nein. Es bietet sich uns nur diese Ausdrucksweise an. ^a Als das Resultat sich kreuzender Bilder // Gleichnisse //.

Du hast kein Vorbild dieser übermässigen Tatsache, aber Du wirst dazu verführt, einen ~~Übermässigen~~ Ü b e r -
A u s d r u c k zu gebrauchen.

Wann denkt man denn: die Maschine hab~~e~~ ihre möglichen Bewegungen schon in irgendeiner mysteriösen Weise in sich ?- Nun, wenn man philosophiert. Und was verleitet uns, das zu denken ? Die Art und Weise, wie wir von der Maschine reden. Wir sagen z.B., die Maschine h a b e (b e s ä s s e) diese Bewegungsmöglichkeiten, wir sprechen von der ideal ~~starr~~ ^{starr} Maschine, die sich nur so und so bewegen k ö n n e.-- Die Bewegungsm ö g l i c h k e i t , was ist sie ? Sie ist nicht die Bewegung ; aber sie scheint auch nicht die blosser physikalische

Siehe: "siehe
s. u. Übermässigkeit"

Bedingung der Bewegung zu sein, etwa, dass zwischen Lager und Zapfen ein gewisser Zwischenraum ist, der Zapfen nicht zu streng ins Lager passt. Denn dies ist zwar ^{nur} ~~er-~~ ^{aber} ~~aber~~ f a h r u n g s m ä s s i g die Bedingung der Bewegung, /man ~~kann~~ könnte sich die Sache auch anders vorstellen. Die Bewegungsmöglichkeit soll mehr wie ^{eben ein} ein Schatten der Bewegung selber sein. Aber kennst Du so einen Schatten ? //Aber hier wieder: Kennst Du so einen Schatten ?// Und unter Schatten verstehe ich nicht irgendein Bild der Bewegung; denn dies Bild müsste ja nicht das Bild gerade d i e s e r Bewegung sein. Aber die Möglichkeit dieser Bewegung muss die Möglichkeit gerade dieser Bewegung sein. (Sieh', wie hoch die Wellen der Sprache hier gehen.)

bed

Die Wellen legen sich, so wie wir uns fragen: wie gebrauchen wir denn, wenn wir von einer Maschine reden, das Wort "Möglichkeit der Bewegung"?- Woher kamen aber ^{die} dann diese seltsamen Ideen ? Nun, ich zeige Dir die Möglichkeit der Bewegung etwa durch ein B i l d der Bewegung: 'also ist die Möglichkeit etwas der Wirklichkeit Ähnliches'. Wir sagen: "es bewegt sich noch nicht, aber es hat schon die Möglichkeit sich zu bewegen",- 'also ist die Möglichkeit etwas der Wirklichkeit sehr Nahes'. Wir mögen zwar bezweifeln, ob die und die physikalische Bedingung, diese Bewegung möglich macht, aber wir diskutieren nie, ob d i e s die Möglichkeit dieser oder jener Bewegung s e i : 'also steht die Möglichkeit der Bewegung zur Bewegung selbst in einer einzigartigen Relation, enger, als die des Bildes zu seinem Gegenstand', denn es kann bezweifelt

werden, ob dies das Bild ~~hier~~ dieses oder jenes Gegenstandes ist.//denn es kann gefragt werden, wessen Bild dies Bild ist.// Wir sagen: "die Erfahrung wird lehren, ob dies dem Zapfen diese Bewegungsmöglichkeit gibt", aber wir sagen nicht: "die Erfahrung wird lehren, ob dies die Möglichkeit dieser Bewegung ist": 'also ist es nicht Erfahrungstatsache, dass diese Möglichkeit die Möglichkeit gerade dieser Bewegung ist'.

Wir achten auf unsere eigene Ausdrucksweise, diese Dinge betreffend, verstehen sie aber nicht, sondern missdeuten sie. Wir sind, wenn wir philosophieren, wie Wilde, wie primitive Menschen, die die Ausdrucksweise zivilisierter Menschen hören, sie missdeuten und nun die seltsamsten ~~Schlüsse~~ ^{Schlüsse} aus ~~ihrer~~ dieser Deutung ziehen.

Denke Dir, es verstünde Einer ~~hier~~ unsere Vergangenheitsform nicht: "er ist hier gewesen".-- Er sagt: ~~hier~~ "er i s t", das ist die Gegenwart, also sagt ^{der} jener Satz, dass die Vergangenheit in einem gewissen Sinne gegenwärtig ist".

"Aber ich meine nicht, dass, was ich jetzt (beim Erfassen) tue, die künftige Verwendung k a u s a l und erfahrungsmässig bestimmt, sondern dass, in einer s e l t - s a m e n Weise, diese Verwendung selbst in ^{irgendwie} irgendeinem Sinne, gegenwärtig ist."- Aber 'in i r g e n d ~~e~~ einem Sinne' ist sie es ja ! (Wir sagen ja auch: "die Ereignisse der vergangenen Jahre sind mir gegenwärtig".) Eigentlich ist an dem, was Du

sagst, falsch nur der Ausdruck: "in seltsamer Weise". Das
 Ubrige ist richtig; und seltsam erscheint der Satz nur, wenn
 man sich zu ihm ein anderes Sprachspiel vorstellt, als das,
 worin wir ihn tatsächlich verwenden. (^{Ein Freund} Jemand sagte mir, er
 habe sich als Kind darüber gewundert, wie denn der Schneider
 'e i n K l e i d n ä h e' - er dachte, dies heisst, ^{heisse} es werde
 durch blosses Nähen ein Kleid erzeugt, ^{indem} ~~man etwa Faden~~
nämlich Faden an Faden ^{genäht wurde.} ~~legt und aneinander näht.~~)

Die unverstandene Verwendung des Wortes wird
 als Ausdruck eines seltsamen V o r g a n g s gedeutet.
 (Wie man sich die Zeit als seltsames Medium , die Seele als
 seltsames Wesen denkt)

Die Schwierigkeit aber entsteht hier in allen
 Fällen durch die Vermischung //Verwechslung// von "ist" und
 "heisst".

Die Verbindung, die keine kausale, erfahrungs-
 mässige, sondern eine viel strengere und härtere sein soll,
 ja so fest, dass das Eine irgendwie schon das Andere i s t ,
 ist immer eine Verbindung in der Grammatik.

Woher weiss ich, dass dies Bild meine Vorstel-
 lung von der S o n n e ist? - Ich n e n n e es Vorstellung
 k von der Sonne. Ich v e r w e n d e es als Bild der S o n n e.

"Es ist, als könnten wir die ganze Verwendung des Wortes mit einem Schlag erfassen."- Wir sagen ja, dass wir es tun. D.h., wir beschreiben ja, manchmal, was geschieht //was wir tun//, mit diesen Worten. Aber es ist an dem, was geschieht, nichts Erstaunliches, nichts Seltsames. Seltsam wird es, wenn wir dazu geführt werden, zu denken, dass die künftige Entwicklung auf irgendeine Weise schon im Akt des Erfassens gegenwärtig sein muss und doch nicht gegenwärtig ist.-
 sei
 Denn wir sagen, es bestehe kein Zweifel, dass wir das Wort verstehen und andererseits liegt seine Bedeutung in seiner Verwendung. Es ist kein Zweifel, dass ich jetzt S c h a c h spielen will; aber das Schachspiel ist dies Spiel durch a l l e s e i n e R e g e l n (u.s.f.). Weiss ich also nicht, was ich spielen wollte, ehe ich gespielt h a b e ? Oder aber, sind ~~alle~~ alle Regeln in meinem Akt der Intention enthalten ? Ist es nun Erfahrung, die mich lehrt, dass auf diesen Akt der Intention für gewöhnlich diese Art des Spielens folgt ? Kann ich also doch nicht sicher sein, was ich zu tun beabsichtigte ? Und wenn dies Unsinn ist, welcherlei über-starre Verbindung besteht zwischen dem Akt der Absicht und dem Beabsichtigten ?-- Wo ist die Verbindung gemacht zwischen dem Sinn der Worte "Spielen wir eine Partie Schach !" und allen Regeln des Spiels ? - im Regelverzeichnis des Spiels, im Schachunterricht, in der täglichen Praxis des Spielens.

III 21

Die logischen Gesetze sind allerdings

Ts-222,105

der Ausdruck von 'Denkgewohnheiten', aber auch von der Gewohnheit z u d e n k e n ~~//des Denkens//~~. D.h., man kann sagen, sie zeigten: wie Menschen denken und auch, w a s Menschen "denken" nennen.

Siehe auch S 173

*Bemerkung über Frege'sche Semantik
im Notizbuch*

214 Frege nennt 'ein Gesetz des menschlichen Fürwahrhaltens': "Es ist den Menschen unmöglich, einen Gegenstand als von ihm selbst verschieden anzuerkennen".- Wenn ich denke, dass mir das unmöglich ist, so denke ich, dass ich v e r s u c h e , es zu tun. Ich schaue also auf meine Lampe und sage: "diese Lampe ist verschieden von ihr selbst". (Aber es rührt sich nichts.) Ich sehe nicht etwa, dass es falsch ist, sondern ich kann damit garnichts anfangen.* (Ausser, wenn die Lampe im Sonnenlicht flimmert, dann kann ich das ganz gut durch diesen Satz ausdrücken.*) Man kann sich auch in eine Art Denkkampf versetzen, in welchem man t u t ; ^{sich ausstellt} als versuchte man, das Unmögliche zu denken ~~//etwas 'Unmögliches' zu denken//~~ und es gelänge nicht. Ähnlich, wie man auch t u n kann, als versuchte man (vergeblich) einen Gegenstand aus der Ferne durch blosses Wollen an sich ^{heran} zu ziehen. (Dabei schneidet man ^{etwa} gewisse Gesichter, so, als wollte man dem Ding durch Mienen zu verstehen geben, es solle herkommen.) *Siehe Bemerkung über Identität*

209 Die Sätze der Logik sind 'Denkgesetze',
'weil sie das Wesen des menschlichen Denkens zum Ausdruck bringen'- richtiger aber: weil sie das Wesen, die Technik* des Denkens zum Ausdruck bringen, oder zeigen. Sie zeigen, was das Denken ist, und auch Arten des Denkens.

* Watson

III c 4

S Die Logik - kann man sagen - zeigt, was wir
unter "Satz" und unter "Sprache" verstehen.-

Irre!

Denk Dir diese seltsame Möglichkeit: Wir hätten uns bisher immer in der Multiplikation 12×12 verrechnet. Ja, es ist unbegreiflich, wie das geschehen konnte, aber es ist geschehen. Also ist alles falsch, was man so ausgerechnet hat !-- Aber was macht ^{es} ~~das~~ ? Es macht ja garnichts !- Dann muss also etwas falsch sein in unsrer Idee von Wahrheit ^{arithmetischen} und Falschheit der mathematischen Sätze.

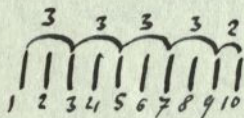
265

IV a 2

Aber ist es denn unmöglich, dass ich mich in der Rechnung geirrt habe? Und wie, wenn mich ein Teufelchen irrt, so dass ich irgend etwas immer wieder übersehe, so oft ich auch, Schritt für Schritt nachrechne. Sodass, wenn ich aus der Verhexung erwachte, ich sagen würde: "Ja, war ich denn blind!" - Aber welchen Unterschied macht es, wenn ich dies 'annehme'? Ich könnte dann sagen: "Ja ja, die Rechnung ist gewiss falsch - aber so rechne ich. Und das nenne ich nun addieren, und diese Zahl (die Summe dieser beiden)."

266

Denke, jemand würde so behext, dass er rechnete:



also $4 \times 3 + 2 = 10$

Nun soll er seine Rechnung anwenden. Er nimmt viermal 3 Nüsse und noch 2, und verteilt sie unter 10 Leute; und jeder erhält e i n e Nuss: denn er teilt sie, den Bögen der Rechnung entsprechend, aus und so oft er Einem eine zweite Nuss gibt, ist sie verschwunden.

Widerpruch

267

Man könnte auch sagen; Du schreitest in dem Beweis von Satz zu Satz; aber lässt Du Dir ~~dann~~^e dann auch eine

Kontrolle dafür gefallen, dass Du richtig gegangen bist ?- Oder sagst Du bloss, "Es m u s s stimmen" und misst alles andere mit dem Satz, den Du erhältst ?

268

Denn, wenn es s o ist, dann schreitest Du nur von Bild zu Bild.

269

Es könnte praktisch sein, mit einem Masstab zu messen, der die Eigenschaft hat, sich auf etwa die Hälfte seiner Länge zusammen zu ziehen, wenn er aus diesem Raum in jenen gebracht wird. Eine Eigenschaft, die ihn unter andern Verhältnissen zum Masstab untauglich machen würde.

Es könnte praktisch sein, beim Abzählen einer Menge, unter gewissen Umständen, Ziffern auszulassen; sie abzuzählen: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10.

Was geht da vor, wenn Einer versucht, eine Figur mit ihrem Spiegelbild durch Verschieben in der Ebene zur Deckung zu bringen und es ihm nicht gelingt? Er legt sie in verschiedener Weise aufeinander; blickt auf die Teile, die sich nicht decken, ist unbefriedigt, sagt etwa: "es muss doch gehen", und legt die Figuren wieder anders zusammen.

Was geht vor, wenn Einer versucht, ein Gewicht aufzuheben und es ihm nicht gelingt, weil das Gewicht zu schwer ist? Er nimmt die und die Stellung ein, fasst das Gewicht an und spannt die und die Muskeln an, dann lässt er es los und gibt etwa Zeichen der Unbefriedigung.

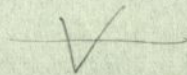
Worin zeigt sich die geometrische, logische, Unmöglichkeit der ersten Aufgabe?

"Nun er hätte doch an einem Bild oder in anderer Weise zeigen können, wie das aussieht, was er im zweiten Versuch anstrebt." — Aber er behauptet, das auch im ersten Fall zu können können, indem er zwei gleiche, kongruente, Figuren miteinander zur

IV 62

- 241 -

Deckung bringt.- Was sollen wir nun sagen ? Dass diese bei-
den Fälle eben verschieden sind ? Aber so sind ja auch Bild
und Wirklichkeit im zweiten Fall.



2812

IV 63

Was wir liefern, sind eigentlich Bemerkungen zur Naturgeschichte des Menschen; aber nicht kuriose Beiträge, sondern ^{Feststellungen von Fakten} ~~solche Feststellungen~~, an denen ^{welchen} niemand gezweifelt hat, und die dem Bemerkwerden nur entgehen, ~~weil sie ständig vor unsern Augen sind.~~ // weil sie sich ständig vor unsern Augen herumtreiben. //

252

IV c 1

Wir lehren jemand eine Methode, Nüsse unter Leute zu verteilen; ein Teil dieser Methode ist das Multiplizieren zweier Zahlen im Dezimalsystem.

Wir lehren jemand ein Haus errichten; dabei auch, wie er sich die genügenden Mengen von Material, etwa Brettern, anschaffen soll, hiezu eine Technik des Rechnens. Die Technik des Rechnens ist ein Teil der Technik des Hausbaus.

Leute verkaufen und kaufen Scheid^tholz; die Stösse werden mit einem Masstab gemessen, die Masszahlen der Länge, Breite, Höhe multipliziert, und was dabei herauskommt ,

ist die Zahl der Groschen, die sie zu fordern und zu geben haben. Sie wissen nicht, 'warum' dies so geschieht, sondern sie machen es einfach so: so wird es gemacht.- Rechnen diese Leute nicht ?

253

Wer so rechnet, muss er einen 'arithmetischen Satz' aussprechen ? Wir lehren freilich die Kinder das Einmaleins in Form von S ä t z c h e n , aber ist das wesentlich ? Warum sollten sie nicht einfach: r e c h n e n l e r n e n ? Und wenn sie es können, haben sie nicht Arithmetik gelernt ?

254

Aber in welchem Verhältnis steht dann die Begründung eines Rechenvorgangs zu der Rechnung selbst ?

255

"Ja, ich verstehe, dass dieser Satz aus diesem folgt."- Verstehe ich, w a r u m ~~erfolgt~~ er folgt, oder verstehe ich nur, d a s s er folgt ?

256

Wie, wenn ich gesagt hätte: Jene Leute zahlen für's Holz auf Grund der Rechnung ; sie lassen sich die Rechnung als Beweis dafür gefallen, dass sie soviel zu zahlen haben.- Nun, es ist einfach eine Beschreibung ihres Vorgehens (Benehmens).

258

IV c 3

Jene Leute - würden wir sagen - verkaufen das Holz nach dem Kubikmass -- aber haben sie darin recht ? Wäre es nicht richtiger, es nach dem Gewicht zu verkaufen - oder nach der Arbeitszeit des Fällens - oder nach der Mühe des Fällens, gemessen am Alter und an der Stärke des Holzfällers ? Und warum sollten sie es nicht für einen Preis hergeben, der von alledem unabhängig ist: jeder Käufer zahlt ein und dasselbe, wieviel immer er nimmt (man hat ^{schon} gefunden, dass man so leben kann). Und ist etwas dagegen zu sagen, dass man das Holz einfach verschenkt ?

259

Gut; aber wie, wenn sie das Holz in Stösse von

beliebigen, verschiedenen Höhen schlichteten und es dann zu einem Preis proportional der Grundfläche der Stösse verkaufen ?

Und wie, wenn sie dies sogar mit den Worten begründeten: "Ja, wer mehr Holz kauft, muss auch mehr zahlen."

260

Wie könnte ich ihnen nun zeigen, dass - wie ich sagen würde - der nicht wirklich mehr Holz kauft, der einen Stoss von grösserer Grundfläche kauft ?- Ich würde z.B. einen, nach ihren Begriffen, kleinen Stoss nehmen und ihn durch Umlegen der Scheiter in einen 'grossen' verwandeln. Das k ö n n t e sie überzeugen - vielleicht aber würden sie sagen: "ja, jetzt ist es v i e l Holz und kostet mehr"- und damit wäre es Schluss.- Wir würden in diesem Falle wohl sagen: sie meinen ~~nicht~~ ^{mit} "viel Holz" und "wenig Holz" einfach nicht das Gleiche, wie wir; und sie haben ein ganz anderes System der Bezahlung, als wir.

261

Frege sagt im Vorwort der Grundgesetze d. Arithm.:
"..... hier haben wir eine bisher unbekannte Art der Verrücktheit"- aber er hat nie angegeben, wie diese 'Verrücktheit' wirklich aussehen würde.

262

(Eine Gesellschaft, die so handelt, würde uns vielleicht an die "Klugen Leute" in den Märchen erinnern.)

[Der Satz S 173: "so oft..." kommt vielleicht besser heraus]

263

Worin besteht die Ubereinstimmung der Menschen ^{bezüglich der} ~~in Bezug auf die~~ Anerkennung einer Struktur als Beweises ? Darin, dass sie Worte als S p r a c h e gebrauchen ? Als das, was wir "Sprache" nennen.

Denke Dir Menschen, die Geld im Verkehr gebrauchten, nämlich Münzen, die so aussehen wie unsere Münzen, aus Gold oder Silber sind und geprägt; und sie geben sie auch für Waaren her -- aber jeder gibt für die Waaren, was ihm gerade gefällt und der Kaufmann gibt dem Kunden nicht mehr, oder weniger, je nachdem er bezahlt; kurz, dies Geld, oder was so aussieht, spielt bei ihnen eine ganz andere Rolle als bei uns. Wir würden uns diesen Leuten viel weniger verwandt fühlen, als solchen, die noch gar kein Geld kennen, und eine primitive Art des Tauschhandels treiben.- "Aber die Münzen dieser Leute werden doch auch einen Zweck haben !"- Hat denn alles, was man tut, einen Zweck ? Etwas religiöse Handlungen -.

Es ist schon möglich, dass wir geneigt wären, Menschen, die sich so benhmen, Verrückte zu nennen. Aber doch nennen wir nicht alle die Verrückte, die in den Formen unserer Kultur ähnlich handeln, Worte 'zwecklos' verwenden. (Denke an die Krönung eines Königs !)

264?

V

IV cl 1

Zum Beweis gehört Übersichtlichkeit. Wäre der Prozess, durch den ich das Resultat erhalte, unübersehbar, so könnte ich zwar das Ergebnis, dass diese Zahl herauskommt, ver-

IV d 2

- 176 -

merken - welche Tatsache aber soll es mir bestätigen ? ich
weiss nicht: 'was herauskommen s o l l '.

228

Sind unsere selbst gewählte ewig
+ unveränderlich?

Wäre es möglich, dass Leute heute eine unserer Berechnungen durchgingen und von den Schlüssen befriedigt wären, morgen aber ganz andre Schlüsse ziehen wollen, und einen ~~ganzen~~ andern Tag wieder andere?

Ja, kann man sich nicht denken, dass dies mit einer G e s e t z m ä s s i g k e i t so geschähe; ^{! das} dass, wenn er einmal diesen Übergang macht, er 'e b e n d a r u m' das nächste Mal einen andern macht, und darum (etwa) das nächste Mal wieder den ersten? (Ähnlich, wie wenn in einer Sprache die Farbe, die einmal "rot" genannt wird, darum beim nächsten Male anders genannt würde und beim übernächsten wieder "rot", u.s.f.; dies könnte Menschen so natürlich sein. Man könnte es ein Bedürfnis nach Abwechslung nennen.)

IV f1

- 173 -

?

Wer uns erinnert: "Die Kette der Gründe hat ein Ende", stellt den Ursprung der Kette mit ihrer Mitte zusammen, dass wir den Unterschied wahrnehmen, 'Schau das ß an- und schau das an! Präg' Dir diese beiden Formen ein!'

229

Ist es nicht so: Solange man denkt, ^{TE 21} es kann nicht anders sein, zieht man logische Schlüsse.

Das heisst wohl: ^S Solange das und das gar nicht in Frage gezogen wird.

Die Schritte, welche man nicht in Frage zieht, sind logische Schlüsse. Aber man zieht sie nicht darum nicht

IV g 2

in Frage, weil sie 'sicher der Wahrheit entsprechen'- oder dergl.-
 sondern, dies ist eben, was man 'Denken', 'Sprechen', 'Schliessen',
 'Argumentieren', nennt. Es handelt sich hier garnicht um irgend
 eine Entsprechung des Gesagten mit der Realität; vielmehr
 ist die Logik v o r einer solchen Entsprechung; nämlich in
 dem Sinne, in welchem die Festlegung der ~~Methoden~~ Messmethode
 v o r der Richtigkeit oder Falschheit einer Längenangabe.

Siehe S. 143
 Ist die Reihenfolge willkürlich
 > 3 Bemerkungen, auch Bd VII 6/33/5
 Bd XIII

216

Wird es nun experiment^ell festg^estellt, ob
 sich ein Satz aus dem andern ableiten lässt? - Es scheint,
 ja! Denn ich schreibe gewisse Zeichenfolgen hin, richte
 mich dabei nach gewissen Paradigmen^{lings} - dabei ist es aller~~dings~~
 wesentlich, dass ich kein Zeichen übersehe, oder dass es
 sonstwie abhanden kommt - und was bei diesem Vorgang entsteht,
 davon sage ich, es folge.-- Dagegen ist ein Argument dies:
 Wenn 2 und 2 Äpfel nur 3 Äpfel geben, d.h., wenn 3 Äpfel dalie-
 gen, nachdem ich zwei und wieder zwei hingelegt habe, sage
 ich nun nicht: "2+2 ist also doch nicht immer 4"; sondern:
 "Einer muss irgendwie weggekommen sein".

217

Aber inwiefern mache ich ein Experiment, wenn
 ich dem schon hingeschriebenen Beweis nur folge? Man
 könnte sagen: "Wenn Du diese Kette von Umformungen ansiehst,-
 kommt es Dir nicht auch so vor, als
 stimmten sie mit den Paradigmen?"

218

Wenn das also ein Experiment genannt werden soll, dann wohl ein psychologisches.- Der Anschein des Stimmens kann ja auf einer Sinnestäuschung beruhen. Und so ist es ja auch manchmal, wenn wir uns verrechnen.

Man sagt auch: "Das kommt mir heraus." Und es ist doch wohl ein Experiment, das zeigt, dass dies m i r herauskommt.

219².

Man könnte sagen: Das Resultat des Experiments ist dies, dass ich, am Ende, beim Resultat des Beweises angelangt, mit Überzeugung sage: "Ja, es stimmt."

227

23

Ist eine Berechnung ein Experiment ?- Ist es ein Experiment, wenn ich morgens aus dem Bett steige ? Aber könnte dies nicht ein Experiment sein, - welches zeigen soll, ob ich nach so und soviel Stunden Schlafes die Kraft habe, mich zu erheben ?

- 158_a-

Und was fehlt dieser Handlung dazu, dies Experiment zu sein ?-
Bloss, dass sie nicht zu diesem Zwecke, d.h., in der Verbindung
mit einer solchen Untersuchung ausgeführt wird, E x p e r i -
m e n t ist etwas durch den Gebrauch, der davon gemacht wird.

Kas

Ist ein Experiment, in welchem wir die Beschleunigung beim freien Fall beobachten, ein physikalisches Experiment, oder ist es ein psychologisches, das zeigt, was Menschen, unter solchen Umständen, sehen? -- Kann es nicht beides sein? Hängt das nicht von seiner Umgebung ab: von dem, was wir damit machen, darüber sagen?

284

Wenn man einen Beweis als Experiment auffasst,^{Tab}
so ist das Resultat des Experiments jedenfalls nicht das, was
man das Resultat des Beweises nennt. Das Resultat der Rechnung
ist der Satz, mit welchem sie abschliesst; das Resultat des

Experiments ist: dass ich von diesen Sätzen durch diese Regeln zu diesem Satz geführt wurde.

232

Aber nicht daran haftet unser Interesse, dass die und die (oder alle) Menschen von diesen Regeln so geleitet worden sind (oder so gegangen sind); es gilt uns als selbstverständlich, dass die Menschen -'wenn sie richtig denken können'- so gehen. Wir haben jetzt aber einen Weg erhalten, sozusagen durch die Fusstapfen derer, die so gegangen sind. Und auf diesem Weg geht nun der Verkehr vor sich — zu verschiedenen Zwecken.

E 61

Erfahrung lehrt mich freilich, wie die
Rechnung ausgeht; aber damit erkenne ich sie noch nicht an.

Die Erfahrung hat mich gelehrt, dass das
diesmal herausgekommen ist, dass es für gewöhnlich herauskommt;
aber sagt das der Satz der Mathematik? Die Erfahrung hat mich
gelehrt, dass ich diesen Weg gegangen bin. Aber ist d a s
die mathematische ~~Aufgabe~~ ^{Aussage}? - Was sagt er aber? In welchem
Verhältnis steht er zu diesen Erfahrungssätzen? Der mathema-
tische Satz hat die Würde einer Regel.

D a s ist wahr daran, dass Mathematik
Logik
~~logisch~~ ist: sie bewegt sich in den Regeln unsrer Sprache. Und
das gibt ihr ihre besondere Festigkeit, ihre abgesonderte und
unangreifbare Stellung.

Mathematik über den Verstand hinausgeleitet

Aber wie -, dreht sie sich in diesen Re-
geln h i n und h e r? - Sie schafft immer neue und neue Re-
geln:

baut immer neue ~~Verkehrsstrassen~~ // Strassen des Verkehrs //; in-
dem sie ^{das Netz der alten weiterbaut.} ~~die alten verlängert.~~

~~Was ist Mathematik? - Nun, was in den
Mathematikbüchern steht.~~

Aber bedarf sie denn dazu nicht einer
Sanktion? Kann sie das Netz denn beliebig weiter-
führen? Nun, ich könnte ja sagen: der Mathematiker erfindet
immer neue Darstellungsformen. Die einen, angeregt durch
praktische Bedürfnisse, andere aus ästhetischen Bedürfnissen,
und noch manerlei anderen. Und denke Dir hier einen Garten-
architekt^{en}, der Wege für eine Gartenanlage entwirft; es kann
~~sein~~ sein
wohl geschehen, dass er sie bloss als ornamentale Bänder auf
dem Reissbrett zieht und garnicht daran denkt, dass jemand je
auf ihnen gehen wird.

Der Mathematiker ist ein Erfinder, kein Entdecker.

Erfahrung lehrt, dass beim Auszählen, wenn wir
die Finger einer Hand brauchen, oder irgend eine Gruppe von Din-
gen, die so |||| ausschaut, und an ihnen abzählen: Ich, Du,
Ich, Du, etc., ~~das letzte Wort das gleiche ist, wie das erste.~~
//, das erste Wort auch das letzte ist. // "Aber muss es
denn nicht so sein?" --- Ist es denn so unvorstellbar, dass
Einer die Gruppe |||| (z.B.) als Gruppe ||||

sieht, in der die beiden Mittelstriche verschmolzen sind und dementsprechend den Mittelstrich zweimal zählt? (Ja, das Gewöhnliche ist es nicht.-)

darauf

Wie aber ist es, wenn ich Einen erst ~~drauf~~ aufmerksam mache, dass das Ergebnis des Auszählens durch den Anfang vorausbestimmt ist, und er es nun versteht und sagt: "Ja freilich,- es muss ja so sein !" Was ist das für eine Erkenntnis ?- Er hat sich etwa das Schema aufgezeichnet:

ist

Und sein Raisonement wäre etwa: "Es ist doch s o , wenn ich auszähle.- Also muss "

Könnte ich nicht sagen; zwei Wörter - schreiben wir sie "non" und "ne" - hätten dieselbe Bedeutung, sie seien beide Verneinungszeichen $\bar{1}$ aber

$$\text{non non } p = p$$

und

$$\text{ne ne } p = \text{ne } p ?$$

+(In den Wortsprachen bedeutet eine doppelte Verneinung sehr oft eine Verneinung.)- Warum nenne ich dann aber beide "Verneinungen"? Was haben sie miteinander gemein? Nun, es ist klar, dass ein grosser Teil ^{ihres Verwendung ist, haben gemeinsam} ihres Gebrauchs ^{den beiden gemeinsam} beiden gemeinsam ist. Das ~~ist~~ ^{ist} aber unser Problem noch nicht. Denn wir möchten (doch) sagen: Auch, dass die doppelte Verneinung eine Bejahung ist, muss für beide stimmen, wenn wir nur die Verdoppelung entsprechend auffassen. Aber wie? - Nun so, wie es z.B. durch Klammern ausgedrückt werden kann:

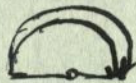
$$(\bar{1} \text{ ne } p) = \text{ne } p, \quad \text{ne } (\text{ne } p) = p$$

(Wir denken gleich an einen analogen Fall ~~der Geometrie~~: "Zwei halbe Drehungen addiert heben einander auf", "Zwei halbe Drehungen addiert sind eine halbe Drehung".)

[Figuren]



I



II

Es kommt eben darauf an, wie wir sie addieren. (Ich könnte es ebenso wohl ^{zwei} "sie addieren" nennen, ^{nebeneinander, oder hintereinander} einen Gegenstand zweimal zu ^{schalten} drehen, wie das Schema ~~sinn~~ I zweigt; oder auch, ihn einmal um 180° zu drehen und dann, gleichsam, um diese Drehung zu bekräftigen, ihn in die erste Stellung zurück, und noch einmal im ersten Sinn zu drehen (II). // ^{(sind) untereinander} gehalten, oder ^{nebeneinander} //

(^{wir} Hier stossen wir ^{hier} auf eine merkwürdige und charakteristische Erscheinung in philosophischen Untersuchungen: Die Schwierigkeit - könnte ich sagen - ist nicht, die Lösung zu finden, sondern, etwas als die Lösung anzuerkennen, was aussieht, als wäre es erst eine Vorstufe zu ihr. "Wir haben schon alles gesagt. - Nicht etwas, was daraus folgt, sondern eben d a s ist die Lösung !"

Das hängt, glaube ich, damit zusammen, dass wir fälschlich eine Erklärung erwarten; während eine Beschreibung die Lösung der Schwierigkeit ist, wenn wir sie richtig in unsere Betrachtung einordnen. Wenn wir bei ihr verweilen und nicht versuchen, über sie hinauszukommen.)

~~(Die Schwierigkeit ist hier: Halt zu machen.)~~

und ein Rest

"Das ist bereits alles, was sich darüber sagen lässt."

Abend

"non non p" als Verneinung des verneinten Satzes a u f f a s -
 im besonderen Fall // das besteht etwa darin //
 s e n , das ist etwa: eine Erklärung der Art ~~XXXXXXXXXXXX~~

"non non p = non (non p)" ~~(zu)~~ geben.

2. §

"Wenn 'ne' eine Verneinung ist, so muss ~~ne~~ 'ne ne p',
 entsprechend
 ~~ne~~ wenn es nur ~~richtig~~ aufgefasst wird, gleich p sein."

"Wenn man 'ne ne p' als ^{Verneinung} Negation von p nimmt, muss man die Verdoppelung anders auffassen."

Man möchte sagen: "'Verdoppelung' heißt dann etwas anderes, d a r u m ergibt sie jetzt eine Verneinung"; also: das s sie jetzt eine Verneinung ergibt ist die Folge ihres anderen Wesens ~~Hier anderer Bedeutung //~~ "Ich meine sie jetzt als Verstärkung", würde man sagen.
 sehen prüfen die Meinung durch
 Wir setzen statt der Meinung den

Wir richten unser Augenmerk auf den Ausdruck in dieser

258.

Ausdruck der Meinung. // Meinung. // Sid N° 60 // Ausdr. d. M.

Wir stellen unsern Blick auf den Ausdruck M. ein // Wir untersuchen den Ausdruck der Rechte setzen Blick auf den

Worin mag das gelegen haben, dass, als ich die doppelte Verneinung sagte, nich sie als Verstärkung meinte? In den Umständen, unter denen ich den Ausdruck gebrauche, im Bild, das mir etwa dabei vorschwebt, im Ton meiner Rede (so wie ich auch im Ton die Klammern in "ne (ne p)" wiedergeben kann). Die Verdoppelung als Verstärkung meinen, ist dann von der Art; es als Verstärkung aussprechen. Die Verdoppelung als Aufhebung meinen, heisst z.B. Klammern setzen (auch im gesprochenen Ausdruck).-

"Ja, aber diese Klammern selbst können doch verschiedene Rollen spielen; denn wer sagt, dass sie in 'non (non p)' im gewöhnlichen Sinn als Klammern aufzufassen seien und nicht irgendwie anders; etwa die erste als Trennungsstrich zwischen den zwei beiden 'non', die zweite als Schlusspunkt des Satzes?"- Niemand sagt es. Und Du hast ja Deine Auffassung jetzt wieder durch Worte ersetzt. Was die Klammern bedeuten, wird sich in ihrem Gebrauch zeigen und, in anderm Sinn, liegt es etwa im Aspekt (gesehenen Rhythmus) des Gesichtseindrucks von 'non (non p)'.

Bedeutungen

Soll ich nun sagen: die Bedeutung von "non" und "ne" seien etwas verschieden? Sie seien verschiedene Abarten der Verneinung? - Das würde niemand sagen. Denn, würde man einwenden, heisst dann "geh nicht in dieses Zimmer!" Vielleicht nicht genau dasselbe, wenn wir die Regel aufstellen "nicht nicht" solle als

Verneinung gebraucht werden ^(nicht) ~~und~~ nicht als Bejahung)?- Dagegen ~~aber~~ möchte man ^{sagen} einwenden: "Wenn die beiden Sätze 'ne P' und 'non P' ganz dasselbe sagen, wie kann dann 'ne ne' nicht dasselbe bedeuten wie 'non non'?" Aber hier setzen wir eben einen Symbolismus voraus, -d.h., nehmen ^{einen} ihm zum Vorbild, -in welchem aus "ne p = non p" folgt, dass ^{"ne" + "non"} die beiden Wörter in allen Fällen ~~gleich~~ gleich verwendet werden.

Die Drehung um 180° und die Verneinung sind ^{in sich} im besonderen Fall tatsächlich dasselbe, und die Anwendung des Satzes 'non non p = p' von der Art der Anwendung einer ^{bestimmten} Geometrie.

^{Denke}
Denken wir, ich fragte: Zeigt es sich uns klar, wenn wir die Sätze aussprechen "dieser Stab ist 1m lang" und "hier steht 1 Soldat", dass wir mit "1" verschiedenes meinen, dass "1" verschiedene Bedeutungen hat? - Es zeigt sich uns gar nicht. Besonders, wenn wir einen Satz sagen wie: "Auf je 1m steht 1 Soldat, auf 2m 2 Soldaten, u.s.w.". Gefragt, ^M "meinst Du dasselbe mit den beiden Einsen", würde man etwa antworten: ^F "freilich meine ich dasselbe: - e i n s !" (wobei man etwa einen Finger in die Höhe hebt).

Was meint man damit: 'ne ne p', auch wenn es nach dem Übereinkommen 'ne p' bedeutet, k ö n n t e auch als aufgehobene Verneinung gebraucht werden? - Man möchte sagen: "'ne', mit der Bedeutung, die wir ihm gegeben haben, könnte sich

selbst aufheben, wenn wir es nur richtig applizieren". Was meint man damit? (Die beiden halben Drehungen in der gleichen Richtung könnten einander aufheben, wenn sie entsprechend zusammengesetzt würden.) "Die Bewegung der Verneinung 'ne' kann sich selbst aufheben // ist imstande, sich selbst aufzuheben // ". Aber wo ist diese Bewegung? Man möchte natürlich von einer geistigen Bewegung der Verneinung reden, zu deren Ausführung das Zeichen 'ne' nur das Signal gibt.

S

Wir können uns (leicht) Menschen mit einer 'primitiveren' Logik denken, in der es etwas unserer Verneinung Entsprechendes nur für ^{Bestimmte} gewisse Sätze gibt; für solche etwa, die keine Verneinung enthalten. In der Sprache dieser Menschen könnte man dann einen Satz wie "Er geht in dieses Haus" verneinen; sie würden aber eine Verdoppelung der Verneinung ~~immer nur~~ ^{bloß} als Wiederholung der Verneinung, nie als ~~ihre~~ Aufhebung, verstehen.

Die Frage, ob für diese Menschen die Verneinung dieselbe Deutung hat, wie für uns, wäre dann analog der, ob die Ziffer '2' für Menschen, deren Zahlenreihe mit 5 ~~ix~~ endet, dasselbe bedeutet wie für uns.

7 § 2 S 258

Wer " $\sim\sim p = p$ " (oder auch " $\sim\sim p \equiv p$ ") einen "notwendigen Satz der Logik" nennt (nicht, eine Bestimmung über die von uns angenommene Darstellungsart) der hat auch die Tendenz zu sagen,

dieser Satz gehe aus der Bedeutung der Verneinung hervor. Wenn in einer dialektischen Redeweise die verdoppelte Verneinung als Verneinung gebraucht wird, wie in "er hat nirgends nichts gefunden", so sind wir geneigt, zu sagen: *e i g e n t l i c h* heisse das, er habe überall etwas gefunden. Überlegen wir, was dieses "eigentlich" heisst !-

Unser Problem könnte man sehr klar so stellen:

Angenommen, wir hätten zwei Systeme der Längenmessung; eine Länge wird in beiden durch ein Zahlzeichen ausgedrückt, diesem folgt ein Wort, welches ^{das} das Masssystem angibt. Das eine System bezeichnet eine Länge als "n Fuss" und Fuss ist eine Längeneinheit im gewöhnlichen Sinne; im andern System wird eine Länge mit "n W" bezeichnet und ~~ixFuss~~

$$1 \text{ Fuss} = 1 \text{ W} .$$

Aber: $2 \text{ W} = 4 \text{ Fuss}$, $3 \text{ W} = 9 \text{ Fuss}$, usw.- Also heisst der Satz "dieser Stock ist 1 W lang" dasselbe wie, "dieser Stock ist 1 Fuss lang". Frage: Hat in diesen beiden Sätzen "W" und "Fuss" dieselbe Bedeutung ? - *Die Frage sollte lauten: "ist W = Fuss?"*

Nun wir sagen ja.....

Die Frage ist falsch gestellt. Das sieht man, wenn wir Bedeutungsgleichheit durch eine Gleichung ausdrücken. Die Frage kann dann nur lauten: "Ist $W = \text{Fuss}$, oder nicht ?"- Die Sätze, in denen diese Zeichen stehen, verschwinden in dieser Betrachtung.- Ebenso wenig kann man natürlich in dieser Terminologie

fragen, ob "ist" das gleiche bedeutet wie "ist"; wohl aber, ob "ε" das gleiche bedeutet wie "=". Nun, wir sagten ja:
~~1 Fuss = 1 W, aber: Fuss ≠ W.~~

Hat (nun) "ne" dieselbe Bedeutung wie "non" ? -
 Kann ich "ne" statt "non" setzen ?- "Nun, an gewissen Stellen wohl, an andern nicht". - Aber danach fragte ich nicht. Meine Frage war: kann man, ohne weitere Qualifikation, "ne" statt "non" gebrauchen ?- Nein.

"'ne' und 'non' heissen in diesem Fall genau dasselbe." - Und zwar, was ? - "Nun, man solle das und das nicht tun." - Aber damit hast Du nur gesagt, dass ^{hier} in diesem Fall ~~ne p = non p~~ ist und das leugnen wir nicht.

Wenn Du erklärst: $ne\ ne\ p = ne\ p,$
 $non\ non\ p = p,$ so gebrauchst Du die beiden Wörter eben in verschiedener Weise; und hält man dann an der Auffassung fest, dass, was sie in gewissen Kombinationen ergeben, von ihrer Bedeutung 'abhängt', der Bedeutung, die sie mit sich herumtragen, dann muss man also sagen, sie müssen verschiedene Bedeutungen haben, wenn sie, auf gleiche Weise zusammengesetzt, verschiedene Resultate ergeben können.

Man möchte etwa von der Funktion des Wortes in diesem Satz reden. Aber worin besteht diese Funktion ? Wie

Wie von der Funktion eines Hebels in einer Maschine

tritt sie zutage ? Denn es ist ja nichts verborgen ! wir sehen ja den ganzen Satz. Die ^{Wirksamkeit} Funktion muss sich im Laufe des Kalküls zeigen.

Was bedeutet
"ne non p" ?
"non ne p" ?

Man will aber sagen: "'Non' tut dasselbe mit 'p', was 'ne' tut: es kehrt ihn um". Aber das sind nur andere Worte für: "non p = ne p" (~~was nur gilt, wenn "p" nicht selbst ein verneinter Satz ist~~). Immer wieder der Gedanke, ^{des Bedeuten} dass, was wir vom Zeichen sehen, nur eine Aussenseite zu einem Innern ist, worin sich die eigentlichen Prozesse des Sinnes und der Bedeutung ^{des Meinens} abspielen //die eigentlichen Operationen der Meinung abspielen//.

Wenn aber der Gebrauch der Zeichen seine Bed.
Ist es nun nicht merkwürdig, dass ich sage, das Wort "ist" werde in zwei verschiedenen Bedeutungen (als 'ε' und '=') ^{will} gebraucht, und nicht sagen möchte, seine Bedeutung sei sein Gebrauch als ~~'ε' und '=' ?~~ //seine Bedeutung sei sein Gebrauch als Kopula und Gleichheitszeichen?//

Man möchte sagen, diese beiden Arten des Gebrauchs geben nicht e i n e Bedeutung; die Personalunion durch das gleiche Wort sei ein ^{sei nicht wesentlich sei bloßer Umstand} unwesentlicher Zufall.

Aber wie kann ich entscheiden, welches ein wesentlicher und welches ein unwesentlicher, zufälliger, Zug der Notation ist? Liegt denn eine Realität hinter der Notation, nach der sich ihre Grammatik richtet ?

Denken wir an einen ähnlichen Fall im Spiel:

Im Damespiel wird eine Dame dadurch gekennzeichnet, dass man zwei Spielsteine aufeinanderlegt. ~~Wird~~ man nicht sagen, es sei für das Spiel unwesentlich, dass eine Dame aus zwei Steinen besteht? ^{so gesprochen wird}

Sagen wir: Die Bedeutung eines Steines (einer Figur) ist ihre Rolle im Spiel. - Nun werde vor Beginn jeder Schachpartie durch das Los entschieden, welcher der Spieler Weiss erhält. Dazu ^{hält} halte ~~der~~ eine Spieler in jeder geschlossenen Hand einen Schachkönig ^{und} der andere wähle ⁺ ~~auf gut Glück~~ eine der beiden Hände. ~~Wird~~ man es nun zur Rolle des Königs im Schachspiel rechnen, dass er ~~es~~ beim Auslosen verwendet wird?

Ich bin ~~geneigt~~ // also geneigt // auch im Spiel zwischen wesentlichen und unwesentlichen Regeln zu unterscheiden. Das Spiel, möchte ich sagen, hat nicht nur Regeln, sondern auch einen Witz.

Wozu das gleiche Wort? Wir machen ja im Kalkül keinen Gebrauch von dieser Gleichheit! Wozu für Beides die gleichen Steine? - Aber was heisst es hier "von der Gleichheit Gebrauch machen"? Ist es denn nicht ein Gebrauch, wenn wir eben das gleiche Wort gebrauchen?

Hier scheint es nun, als hätte der Gebrauch des gleichen Worts, des gleichen Steines, einen Zweck - wenn die Gleichheit nicht zufällig, unwesentlich, ist. Und als sei der

Zweck, dass man den Stein wiedererkennen, und wissen könne, wie man zu spielen hat. Ist davon einer physikalischen oder einer logischen Möglichkeit die Rede? Wenn das Letztere, so gehört eben ^{ins} die Gleichheit der Steine zum Spiel.

Das Spiel soll doch durch die Regeln bestimmt sein! Wenn also eine Spielregel vorschreibt, dass zum Auslosen vor der Schachpartie die Könige ^{zunehmen} sind, so gehört das, wesentlich, zum Spiel. Was ^{Regel} könnte man dagegen einwenden? - Dass man den Witz dieser Vorschrift nicht ^e einsehe. Etwa, wie man auch den Witz einer Vorschrift nicht ^ä einsehe, jeden Stein dreimal umzudrehen, ehe man mit ihm zieht. Fänden wir diese Regel in einem Brettspiel, so würden wir uns wundern, und Vermutungen über den ^{ursprüngl.} Zweck ^{so} einer Regel anstellen. ("Solite diese Vorschrift verhindern, dass man ohne Überlegung zieht?")

"Wenn ich den Charakter des Spiels richtig verstehe, könnte ich sagen, "so gehört das nicht wesentlich dazu".

Denken wir uns aber die beiden Ämter in einer Person vereinigt als ein altes Herkommen.

Man sagt: der Gebrauch des gleichen Wortes ist hier unwesentlich, weil die Gleichheit keine Übergänge überbrückt. //weil die Gleichheit der Wortgestalt hier nicht dazu dient, einen Übergang zu vermitteln.// Aber damit beschreibt man nur den Charakter des

Spiels, welches man spielen will.

VI a. 11
revers

"Was bedeutet das Wort 'a' im Satz (F a)?"

"Was bedeutet das Wort a im Satz Fa der Herr
Jochen ausgesprochen hat?"

"Was bedeutet das Wort in diesem Satz?"

12
208

(Damit hängt ~~diese Bemerkung~~ zusammen: ^{VI 6-1} Wir möch-

ten manchmal sagen, "es muss doch einem Grund haben, warum auf
dieses Thema ^{einen Sonatensatz} -in ~~einer Symphonie~~ etwa- gerade d a s Thema folgt".

Als Grund würden wir eine gewisse Beziehung der beiden Themen, eine
Verwandschaft, einen Gegensatz, oder dergleichen, anerkennen.-

Aber wir können ja eine solche Beziehung konstruieren: sozusagen
eine Operation, die das eine Thema aus dem andern erzeugt; aber da-
mit ist uns nur gedient, wenn diese Beziehung eine uns ^{wohlvertraute} wohlbekannte
ist. Es ist also, als müsste die Folge dieser Themen einem in uns

schon vorhandenen Paradigma entsprechen.

Von einem Gemälde, das zwei menschliche Gestalten zeigt, könnte man ähnlich sagen: "Es muss einen Grund haben, warum gerade d i e s e zwei Gesichter uns einen solchen Eindruck machen." Wir möchten- heisst das- diesen Eindruck der beiden Gesichter w o a n d e r s wieder finden- i n e i n e m a n d e r e n Gebiet.- Aber o b e r wieder zu finden ist?

Man könnte auch fragen: Welche Zusammenstellung von Themen hat eine P o i n t e, welche k e i n e? Oder: W a r u m hat diese Zusammenstellung eine P o i n t e und d i e keine? Das mag nicht leicht zu sagen sein! Oft können wir sagen: "Diese entspricht einer Geste, diese nicht.")