Ms-117,FCr

O. 3.117 . sheet 4 Item 34

EBG 1848
BOKTRYKKERI
BOKBINDERI
PAPIRHANDEL
KONTORSAKER
ED·B·GIERTSEN & S
★ BERGEN ★
Ved bestilling av en lignende bok bedes nr. opgit.
No. 503/1½

Item 34

Philosophische
Bemerkungen

XIII

"
die algeb
In der Fra
U
Übergäng
stimmt
Wir k
Menschen
dahin geb
zu verwen
che Zahl
Zahl für
sagen: "
daß sie
gleichen f
Wir kön
Befehl' ± 3
jeden Üb
völlig." (
die auf
sie zu tu
Sicherhei

deine Ar
hörige
(verschi
der ent
meln e

Ms-117,IIv

"Aber sind die Übergänge also durch die algebraische Formel nicht bestimmt?" – Zu der Frage liegt ein Fehler.

Wir verwenden den Ausdruck: "die Übergänge sind durch die Formel ... bestimmt". Wie verwenden wir ihn?

Wir können etwa davon reden, daß Menschen durch Erziehung (Abrichtung) dahin gebracht werden, diese Formeln so zu verwenden, daß alle, wenn sie die gleiche Zahl für x einsetzen, immer die gleiche Zahl für y herausrechnen. Oder wir können sagen: "Diese Menschen sind so erzogen, daß sie alle auf den Befehl '+3' auf der gleichen Stufe den gleichen Übergang machen. Wir könnten die so ausdrücken: "Der Befehl '+3' bestimmt für diese Menschen jeden Übergang von einer Zahl zur nächsten völlig." (Im Gegensatz zu anderen Menschen, die auf diesen Befehl nicht wissen, was sie zu tun haben, oder deren jeder zwar auf Sicherheit, aber in anderer Weise als auf ihn reagiert.)

Wir können andererseits verschiedene Arten von Formeln + zu ihnen gehörige verschiedene Arten der Verwendung (verschiedene Arten der Abrichtung) einander entgegensetzen. Wir nennen dann Formeln einer bestimmten Art (+ der dazugehö-

rigen Verwendungsweise) "Formeln, welche eine Zahl y für ein gegebenes x bestimmen" + Formeln anderer Art solche, "die die Zahl y für ein gegebenes x nicht bestimmen". ($y=x^2+1$ wäre etwa von der ersten Art, $y>x^2+1$, $y=x^2\pm1$, $y=x^2+z$ von der zweiten andern.) ~~Die Aussage~~ Der Satz: "Die Formel ..... bestimmt eine Zahl y" ist dann eine Aussage über die Form der Formel. Und es ist nun zu unterscheiden ein Satz wie ~~: "Die Formel, die ich hingeschrieben habe, bestimmt y"~~ oder "Hier steht eine Formel, die y bestimmt", von einem Satz wie: "die Formel $y=x^2$ bestimmt die ~~die~~ Zahl y für ein gegebenes x". Die Frage: "Steht dort eine Formel, die y bestimmt?" heisst dann ~~einfach~~ dasselbe wie: "steht dort eine Formel dieser Art, oder jener Art?", ~~die~~ was wir aber mit der Frage anfangen sollen: "Ist $y=x^2$ eine Formel die y für ein gegebenes x bestimmt?" ist nicht ohne weiteres klar. ~~Diese~~ Frage könnte man etwa an einen Schüler stellen, um zu prüfen, ob er die Verwendung des Ausdrucks "bestimmen" versteht; oder es könnte eine mathematische Aufgabe sein, zu berechnen finden, ob auf der rechten Seite der Formel nur eine Variable steht, ~~wie~~ z.B. im ~~dem~~ Fall $y=(x^2+z)^2-z(2x^2+z)$.

welche
timmen"
he, "die
icht be
von der
x^2+z von
die For.
ist dann
der For.
erscheiden
~~hingeschrie~~
steht eine
einem
timmt die
Die Frage:
estimmt?"
rt eine
~~die~~ was
n sollen:
gegebenes
iteres klar.
n an einen
ob er die
estimmen"
mathema.
auf der
Variable
$-z(2x^2+z)$.

Man kann nun sagen: "Wie die Formel gemeint wird, das bestimmt, welche Übergänge zu machen sind." Was ist das Kriterium dafür, wie die Formel gemeint ist? Doch wohl die Art + Weise, wie wir sie ständig gebrauchen, wie uns gelehrt wurde, sie zu gebrauchen.

Wir sagen z.B. Einem, der ein uns unbekanntes Zeichen gebraucht: "Wenn Du mit "$\frac{x}{2}$" meinst: x^2, so erhälst Du diesen Wert für y, wenn Du damit $\sqrt{x}$ meinst, jenen." — Frag Dich nun: Wie macht man es; mit "$\frac{x}{2}$" das eine, oder das andere, meinen?

So kann also das Meinen die Übergänge zum Voraus bestimmen.

"Worin liegt dann aber die eigentümliche Unerbittlichkeit der Mathematik?" — Wäre ist für sie nicht ein gutes Beispiel die Unerbittlichkeit, mit der auf 1 2 folgt, auf 2 3, auf 3 4, u.s.w.? — Das heißt doch wohl: in der Kardinalzahlenreihe folgt, — denn in einer andern Reihe folgt ja etwas anderes? Und ist denn diese Reihe nicht eben durch diese Folge definiert? — "Soll das also heißen, Willst Du also sagen, daß es gleich richtig ist wie // wie immer // man zählt + das jeder zählen kann, wie er will?" — Wir

würden es wohl nicht "zählen" nennen, wenn ~~Einer~~ jeder irgendwie Ziffern nacheinander ausspricht; aber es ist freilich nicht einfach eine Frage der Benennung. Denn das, was wir "zählen" nennen, ist ja ein wichtiger Teil der Tätigkeiten unseres Lebens. Das Zählen, + Rechnen, ist doch ja, z.B., nicht einfach ein Zeitvertreib. Zählen ~~ist~~ (+ das heißt: so zählen) ist eine Technik, die täglich in den mannigfaltigsten Verrichtungen unseres Lebens verwendet wird. Und darum lernen wir Zählen, ~~so, wie wir es lernen~~ (mit ~~der unendlichen Mühe~~ endlosem Üben, mit erbarmungsloser Genauigkeit lernen), darum wird unerbittlich darauf gedrungen, daß wir Alle auf "eins" "zwei", auf "zwei" "drei", ~~auf "drei" "vier~~ "sagen, u.s.f.. — "Aber ist dieses Zählen also nur ein Gebrauch; entspricht dieser Folge nicht auch eine Wahrheit?" — Die Wahrheit ist, daß dieses Zählen sich sehr gut bewährt hat. — "Willst Du also sagen, daß "Wahrsein" heißt: brauchbar (oder nützlich) sein?" — Nein, sondern, ~~ich will sagen~~ daß man von der natürlichen Zahlenreihe — ebenso wie von unserer Sprache — nicht sagen kann, sie sei wahr, sondern: sie sei brauchbar +, vor allem, sie werde verwendet ~~gebraucht~~.

"Aber folgt es nicht mit logischer Notwendigkeit, daß Du 2 erhälst, wenn Du zu

1 1zählst + 3, wenn Du zu 2 1zählst, u.s.f.; + ist diese Unerbittlichkeit nicht dieselbe, wie die des logischen Schlusses?" — Doch! Sie ist dieselbe. — "Aber entspricht denn der logische Schluß nicht einer Wahrheit? Ist es nicht wahr, daß das aus diesem folgt?" — Der Satz: 'es ist wahr, daß das aus diesem folgt', heißt einfach: das folgt aus diesem. Und ~~es handelt sich darum~~ wie verwenden wir diesen Satz? — Was würde denn geschehen, wenn wir anders schlössen — wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten?

Da muß man sich klar machen, worin ~~denn das~~ Schließen denn eigentlich besteht. Man wird etwa sagen, es besteht im Übergang von einer Behauptung zu einer andern weiteren. Aber was heißt das? Heißt es, daß Schließen etwas ist, was stattfindet beim Übergang von der einen zur andern Behauptung, also ehe die andere ausgesprochen ist — oder heißt es, daß schließen darin besteht die eine Behauptung auf die andere folgen zu lassen, d.h., nach ihr auszusprechen? Wir stellen uns, verleitet durch die ~~eigentümliche~~ besondere Verwendung des Verbums "schließen", gern vor, das Schließen sei eine eigentümliche Tätigkeit, (ein Vorgang

im Medium des Verstandes, gleichsam ein Brauen der Nebel, aus welchem dann die Folgerung der Schluß auftaucht. Sehen wir aber doch zu, was dabei geschieht! Einerseits gibt es da einen Übergang von einem Satz zum andern auf dem Weg über andere Sätze also durch eine Schlußkette, aber von diesem Übergang brauchen wir nicht zu reden, da er ja eine andere Art von Übergang voraussetzt, nämlich von einem Glied der Kette zum nächsten. //, da er ja aus andern Übergängen zusammengesetzt ist, nämlich von einem Glied der Kette zum nächsten.// Und auch hier giebt es einen Vorgang, den man Übergang zwischen Gliedern nennen kann. An diesem Vorgang ist nun nichts okultes; es ist ein Ableiten des einen Satzzeichens aus dem andern nach einer Regel, ein Vergleichen der beiden mit irgend einem Paradigma das uns das Schema des Übergangs darstellt, oder dergleichen. Es kann auf dem Papier, mündlich, oder 'im Kopf' d.h. in der Vorstellung vor sich gehen. Der Schluß kann aber auch so gezogen werden, daß der eine Satz ohne einen Vorgang der Überleitung nach dem andern ausgesprochen wird, oder die Überleitung besteht nur ~~aus~~ ~~im~~ darin, daß wir ~~dem Aussprechen~~ ~~in den~~ ~~der~~ ~~Worten~~ sagen: "Also:", oder "Daraus folgt:"

oder ~~tt.~~ dergl.. Man nennt es dann "schließen" ("Schluß"), wenn der gefolgerte Satz sich tatsächlich aus der Premisse ableiten läßt.

Was heißt es nun, daß sich ein Satz aus einem andern, vermittels einer Regel, ableiten läßt? Läßt sich nicht alles aus allem vermittels irgend einer Regel ableiten? – Was heißt es, wenn ich z.B. sage: diese Zahl läßt sich durch die Multiplikation jener beiden erhalten? Dies ist offenbar eine Regel, die sagt, daß Du diese Zahl erhalten mußt wenn anders Du richtig multiplizierst, & diese Regel können wir dadurch erhalten, daß wir die beiden Zahlen multiplizieren, oder auch auf andere Weise (obwohl man auch jeden Vorgang, der zu diesem Ergebnis führt, eine 'Multiplikation' nennen kann). Man sagt nun ich habe multipliziert wenn ich ~~z.B.~~ die Multiplikation 165 × 363 ausgeführt habe, aber auch, wenn ich sage: "4 mal 2 ist 8", obwohl hier kein Rechnungsvorgang zum ~~Resultat 8~~ Produkt geführt hat, ~~[illegible]~~ (das ich aber auch hätte ausrechnen können). Und so sagen ~~ich~~ wir auch es werde ein Schluß gezogen wo er nicht errechnet wird.

Aber die Schlußregel muß doch so sein, daß, wenn die Premisse wahr ist, die Folgerung wahr sein muß. Wenn ich also die Premisse als wahr erkannt habe, so muß der Schluß ein solcher sein, daß ein Nicht-Übereinstimmen der Folgerung mit der Realität ausgeschlossen ist. Und das ist nur dadurch möglich daß ich nichts als ein solches Nicht-Übereinstimmen gelten lasse, wenn die Realität mit den Premissen übereinstimmt.

"Ich darf aber doch nur folgern, was wirklich folgt!" – Soll das heißen: nur das, was den Schlußregeln gemäß folgt, – oder soll es heißen: nur das, was nach solchen Schlußregeln folgt, die mit irgend einer Realität übereinstimmen? // die mit der Wirklichkeit übereinstimmen? // Hier schwebt uns in vager Weise vor, daß diese Realität etwas sehr Abstrakes, sehr allgemeines + sehr hartes ist. Die Logik ist eine Art von Ultraphysik, die Beschreibung des 'logischen Bau's' der Welt, den wir durch eine Art Ultraerfahrung wahrnehmen (mit dem Verstande, etwa). Es schweben uns hier vielleicht Schlüsse vor wie dieser: "Der Ofen raucht, also ist das

Ofenrohr wieder verlegt." (Und so wird dieser Schluß gezogen! Nicht so: "Der Ofen raucht + wenn immer der Ofen raucht, ist das Rohr verlegt; also ....".)

Das, was wir 'logischer Schluß' nennen, ist nichts als eine Transformation des Ausdrucks. Die Umrechnung von einem Maß auf ein anderes. Auf der einen Kante eines Maßstabes sind Zoll aufgetragen, auf der andern cm. Ich messe den Tisch in Zoll + gehe dann auf dem Maßstab zu cm über. — Oder so: "Ich fülle ein Gefäß mit Wasser, dann leere ich das Wasser in ein Meßglas Standglas (über) + endlich wäge ich dieses Wasser, um einen andern Ausdruck für den Inhalt des Gefäßes zu erhalten. Und freilich gibt es auch beim Übergang von einem Maß zum andern richtig + falsch; aber mit welcher Realität stimmt hier das Richtige überein? Wohl mit einer Abmachung, oder einem Gebrauch, + etwa mit den praktischen Bedürfnissen.

Wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten, wenn unsere Zollstäbe aus weichem Gummi wären, statt aus Holz + Stahl?" Nun, wir würden nicht das richtige Maß des Tisches kennen ler-

nen." – Du meinst wir würden nicht, oder nicht zuverlässig, das die Maßzahl Maß erhalten, die wir mit unsern harten Maßstäben erhalten. Der wäre also im Unrecht, der den Tisch mit diesem dem dehnbaren weichen Maßstab gemessen hätte mißt + behauptet, er mäße nun 1 m 80 nach unsrer gewöhnlichen Meßart; sagt er aber bloß, der Tisch mißt 1 m 80 nach seiner Meßart, so stimmt das. – "Aber das ist dann doch überhaupt kein Messen!" – Gewiß, es ist nicht was wir 'messen' nennen; kann aber unter Umständen auch 'praktische Zwecke' erfüllen.

Einen Maßstab, der sich bei der Erwärmung außerordentlich stark ausdehnte, würden wir – unter gewöhnlichen Umständen – ~~um~~ deshalb unbrauchbar nennen. Wir könnten uns aber Verhältnisse denken, in denen gerade dies ~~[illegible]~~ das Erwünschte wäre. Ich stelle ~~es~~ mir ~~[illegible]~~ vor, daß wir die Ausdehnung mit freiem Auge wahrnehmen; + Körpern in Räumen von verschiedener ungleicher Temperatur die gleiche Maßzahl der Länge beilegten wenn sie auf dem Maßstab der ~~[illegible]~~ fürs Auge bald länger, bald kürzer ist, gleichweit reichen.

Man kann dann sagen: Was hier
"messen" + "Länge" + "längengleich" heißt
ist etwas Anderes, als was wir gewöhnlich
so nennen. Der Gebrauch dieser Wörter ist
hier ein anderer als der unsere; aber er
ist mit ihm verwandt + auch wir gebrau-
chen diese Wörter auf vielerlei Weise.

Plinius sagte, es sei eine Eigenschaft
der Zahlen, daß nach je zehn eine höhere
Art beginne. (Die logische Struktur der
Welt.-)

"Aber muß denn nicht aus '(x).fx'
fa folgen, wenn (F).Ff so gemeint ist,
wie wir es meinen?" — Und wie äußert
es sich: wie wir es meinen? Nicht durch
die ständige Praxis seines Gebrauchs?
+ etwa noch durch gewisse Gesten +
was dem ähnlich ist. — Es ist aber als
hinge dem Wort "alle", (wenn wir es sagen) noch etwas
an, womit ein anderer Gebrauch un-
vereinbar wäre, nämlich die Bedeutung
"'Alle' heißt doch: alle!" möchten wir
sagen, wenn wir es erklären sollen; +
dabei machen wir eine gewisse Geste + Miene.

"Hacke alle diese Bäume um! — Da,
verstehst Du nicht was 'alle' heißt? (Er hatte
einen stehen gelassen.) Wie hat er gelernt,
was 'alle' heißt? Doch wohl durch Übung.-

Und freilich diese Übung hat nun nicht nur bewirkt, daß er auf den Befehl das tut, sondern sie hat das Wort mit einer Menge von Bildern (vielen + andern) umgeben, von denen das eine oder das andere auftaucht, wenn wir das Wort hören + aussprechen. (Und wenn wir Rechenschaft darüber geben sollen, was die 'Bedeutung' des Wortes ist, greifen wir zuerst ein Bild aus dieser Masse heraus – + verwerfen es dann wieder als unwesentlich, wenn wir sehen, daß einmal dies, einmal jenes auftritt, + manchmal keines.)

Man könnte sagen: Man lernt die Bedeutung von "alle", indem man lernt, daß aus x, y, z ... folgt. – D.h., die Übungen, die den Gebrauch dieses Wortes einüben, lehren, gehen immer darauf hinaus, daß keine Ausnahme gemacht werden darf. //, die den Gebrauch dieses Wortes einüben, seine Bedeutung lehren, zielen immer dahin, daß eine Ausnahme nicht gemacht werden darf. //

"Aus 'alle', wenn es so gemeint ist, muß doch das folgen." – Wenn es wie gemeint ist? Überlege es Dir, wie meinst Du es?" Da schwebt Dir etwa noch ein Bild vor + mehr hast Du nicht. – Nein, es muß

nicht, – aber es folgt: Wir vollziehen diesen Übergang.

Und wir sagen: Wenn das nicht folgt, dann waren es eben nicht alle! – – und das zeigt nur, wie wir mit Worten in so einer Situation reagieren. –

Wir könnten es auch so sagen: Es kommt uns vor, daß, wenn aus (x).fx nicht mehr fa folgen soll, ~~sich~~ außer dem Gebrauch des Wortes "alle" noch etwas anderes sich geändert haben muß hat, etwas, was dem Worte unmittelbar selbst anhängt.

Ist das nicht ähnlich, wie wenn man sagt: "Wenn dieser Mensch anders handelte, da müßte auch sein Charakter ein andrer sein." Nun das kann in manchen Fällen etwas heißen & in manchen nicht. Wir sagen: "aus dem Charakter fließt die Handlungsweise" & so fließt aus der Bedeutung der Gebrauch.

Das zeigt Dir – könnte man sagen – wie fest verbunden gewisse Gesten, Bilder, Reaktionen mit einem ständig geübten Gebrauch sind.

'Es drängt sich uns das Bild auf ....' Es ist sehr interessant, daß sich uns Bilder aufdrängen können.

Wichtig ist, daß in unserer Sprache

– in unserer natürlichen Sprache – 'alle' ein Grundbegriff ist & 'alle außer einem' weniger fundamental; d.h., es gibt dafür nicht ein Wort auch nicht eine charakteristische Geste.

Der ganze Witz des Wortes "alle" ist ja, daß es keine Ausnahme zuläßt. – Ja, das ist der Witz seiner Verwendung in unserer Sprache; aber welche Verwendungsarten wir als 'Witz' empfinden, das hängt damit zusammen, welche Rolle diese Verwendung in unserm ganzen Leben spielt.

(Damit hängt diese Bemerkung zusammen: Wir möchten manchmal sagen: "Es muß doch einen Grund haben, warum auf dieses Thema – in einer Symphonie etwa – gerade das Thema folgt." Als Grund würden wir eine gewisse Beziehung der beiden Themen, eine Verwandtschaft, einen Gegensatz oder dergleichen, anerkennen. – Aber wir können ja eine solche Beziehung konstruieren: sozusagen eine Operation, die das eine aus dem andern erzeugt; aber damit ist uns nur gedient, wenn diese Beziehung eine uns schon wohl bekannte ist. Es ist also als müßte die Folge dieser Themen einem in uns

schon vorhandenen Paradigma entsprechen.

Von einem Gemälde, das zwei menschliche Figuren zeigt, könnte man ähnlich sagen: "Es muß einen Grund haben, warum gerade diese zwei Gesichter uns einen solchen Eindruck machen." Wir möchten – heißt das – diesen Eindruck der beiden Gesichter wo anders wiederfinden – in einem andern Gebiet. – Aber ob er wiederzufinden ist?

Man könnte auch fragen: Welche Zusammenstellung von Themen hat eine Pointe, welche keine? Oder: Warum hat diese Zusammenstellung eine Pointe, + die keine? Das mag nicht leicht zu sagen sein! Oft können wir sagen: "Diese entspricht einer Geste, diese nicht.")

~~Man ist sich oft im Unklaren darüber, worin denn das Folgen + Folgern besteht; was für ein Sachverhalt, oder Vorgang // Prozess // es ist.~~ Diese Unklarheit zeigt sich ~~uns~~ sehr lehrreich deutlich in Russells Darstellung (~~in den~~ 'Principia Math.'...) Daß ein Satz $\vdash q$ aus einem Satz $\vdash p \supset q \cdot p$ folgt, ist hier ein logisches Grundgesetz:

$$\vdash p \supset q \cdot p \cdot \supset \cdot \vdash q.$$

Dieses berechtige uns nun, heißt es, $\vdash q$ aus $\vdash p \supset q \cdot p$ zu schließen. Aber worin besteht

[zu Seite 22]

[Zu Seite 22] Prozedur

denn 'schliessen', diese Tätigkeit, zu der wir berechtigt werden? Doch darin, den einen Satz – in irgend einem Sprachspiel – nach dem andern als Behauptung auszusprechen, ~~+ im oder~~ anzuschreiben & dergl., & wie kann mich jenes Grundgesetz dazu berechtigen?

Russell will doch sagen: "So werde ich schliessen, & so ist es richtig." Er will uns also einmal mitteilen, wie er schliessen will: das geschieht durch eine Regel des Schliessens. Wie lautet sie? Daß dieser Satz jenen impliziert? Doch wohl, daß in ~~diesem Buch in~~ den Beweisen dieses Buchs ein solcher Satz nach einem solchen geschrieben steht. //stehen soll.// wird. – ~~Aber~~ Es soll ja ein logisches Grundgesetz sein, daß es richtig ist, so zu schliessen! – ~~[illegible]~~ Dann müßte das Grundgesetz lauten: "Es ist richtig von .... auf .... zu schliessen", und dieses Grundgesetz sollte nun wohl einleuchten; – aber dann wird uns eben die Regel selbst als richtig, oder berechtigt, einleuchten. "Aber diese Regel handelt doch von Sätzen in einem Buch, ~~oder dergleichen~~, & das gehört doch nicht in die Logik!" – Ganz richtig; die Regel ist wirklich nur

[Zu Seite 22]

eine Mitteilung, daß in diesem Buche nur dieser Übergang von einem Satz zum ~~nächsten~~ andern gebraucht wird, denn die Richtigkeit des Übergangs muß (eben) an Ort & Stelle einleuchten, & der Ausdruck des 'logischen Grundgesetzes' ist dann die Folge der Sätze selbst.

Russell scheint mit jenem Grundgesetz von einem Satz +9 zu sagen: "Er folgt schon – ich brauche ihn nur noch zu folgern." Ganz analog ~~dem~~ heißt es einmal bei Frege, die Gerade, welche je zwei Punkte verbindet, ~~existiere schon~~ sei eigentlich schon da, ehe wir ~~wirklich eine Gerade~~ sie zögen. Und so ist es auch, wenn wir sagen, die Übergänge der Reihe +2 etwa wären eigentlich bereits gemacht, ehe wir sie durch Sprechen oder Schreiben mündlich oder schriftlich machen, – gleichsam nachzögen.

Einem, der dies sagt, könnte man antworten: Du verwendest hier ein Bild: Man kann ~~was~~ die Übergänge, die Einer in einer Reihe machen soll, dadurch bestimmen, daß man sie ihm vormacht. Indem man z. B. die Reihe, die er schreiben soll, in einer etwas anderen Notation hinschreibt vorschreibt, ~~oder wirklich die~~

[Zu Seite 22]

daß er sie nur noch ~~in seine Notation~~ zu übersetzen muß übertragen hat, oder indem man sie wirklich ganz dünn vorschreibt & er hat sie nachzuziehen. Im ersten Fall können wir auch sagen, wir schreiben nicht die Reihe an, die er zu schreiben hat, machen also die Übergänge dieser Reihe selbst nicht; im zweiten Falle aber werden wir gewiß sagen, die Reihe, die er schreiben soll, sei schon vorhanden. Wir würden dies auch sagen wenn wir ihm, was er hinzuschreiben hat, diktieren, obwohl wir dann eine Reihe von Lauten hervorbringen & er eine Reihe von Schriftzeichen. Es ist jedenfalls eine sichere Art die Übergänge, die Einer zu machen hat, zu bestimmen, sie ihm, in irgend einem Sinne, schon vorzumachen. – Wenn wir daher diese Übergänge in einem ganz andern Sinne bestimmen, indem wir ~~ihn~~ nämlich unsern Schüler ((dem Menschen)) einer Abrichtung unterziehen, wie z. B. unsere Kinder sie im Einmaleins & im Multiplizieren erhalten, so nämlich, daß Alle, die so abgerichtet sind, nun beliebige Multiplikationen, die sie nicht ~~schon~~ in ihrer Lehrzeit gemacht haben, auf die gleiche Weise & mit übereinstimmenden Resultaten

[Zu Seite 22] 19

ausführen – wenn also die Übergänge
die Eigen auf den Befehl +2 zu machen
hat durch Abrichtung so bestimmt sind,
daß wir mit Sicherheit voraussagen
können, wie er gehen wird, auch wenn
er diesen Übergang bis jetzt noch nie ge-
macht hat, – dann kann es uns na-
türlich sein, als Bild dieses Sachver-
halts den zu gebrauchen; die Übergän-
ge seien bereits alle gemacht, wir schrie-
ben sie nur noch hin.

" Wie weiß ich, daß ich im Verfolg der
Reihe +2 schreiben muß

200004, 200006

und nicht

200004, 200008? " – Die Frage
ist ähnlich der: wie weiß ich, daß diese
Farbe 'rot' ist?

"Aber Du weißt doch, daß Du immer
die gleichen Zahlenfolge in den Einern schrei-
ben mußt: 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, u.s.w." – Ganz rich-
tig! das Problem muß auch schon in
dieser Zahlenfolge, also auch schon
in der

2, 2, 2, 2 u.s.w. ad inf.

auftreten. – Denn wie weiß ich, daß ich
nach der 500sten 2 "2" schreiben soll? daß
nämlich dann "2" 'die gleiche Zahl' ist? Da,

weiß ich es denn? Und wenn ich es zuvor weiß, was hilft mir dieses Wissen für später? Ich meine: wie weiß ich dann, wenn ~~ich~~ der Schritt wirklich zu machen ~~hatte~~ ist, was ich mit diesem Wissen anzufangen habe?

Wenn für Fortsetzung der Reihe +1 eine Intuition nötig ist, dann auch für Fortsetzung der Reihe +0.

Auf die Frage, worin denn das Schließen besteht, hören wir etwa ~~die Antwort~~: "Wenn ich die Wahrheit der Sätze ..... erkannt habe, so bin ich nun berechtigt ..... hinzuschreiben." — Berechtigt? Hatte ich früher kein Recht, es hinzuschreiben? — "Jene Sätze überzeugen mich von der Wahrheit dieses Satzes." — Aber darum handelt sich's natürlich auch nicht. — "Nach diesen Gesetzen vollzieht der Geist den Übergang die man 'logisch schließt' nennt." // "Nach diesen Gesetzen vollführt der Geist die besondere Tätigkeit des logischen Schließens." // Das ist gewiß interessant + wichtig; aber ist es denn auch wahr? schließt er immer nach diesen Gesetzen? und worin besteht die besondere Tätig.

heit (des Schließens)? — Darum ist es notwendig, zu schauen, wie wir denn in der Praxis der Sprache Schlüsse vollziehen — was denn das Schließen im Sprachspiel für eine Tätigkeit // für ein Vorgang // ist.

Was nennen wir, z. B., 'Schlüsse' bei Russell, oder bei Euklid? Soll ich sagen: die Übergänge von einem Satz zum nächsten im Beweis? Aber wo steht der Übergang? — Ich sage, bei Russell folge dieser Satz (p) aus jenem, (q) wenn ~~er in einem seiner Beweise auf ihn folgt~~ p aus q gemäß ~~ihrer~~ der Stellung der beiden in einem ~~der~~ 'Beweise', + den ~~den Sätzen~~ ihnen beigefügten Zeichen, abzuleiten ist, wenn wir das Buch lesen. Denn, dieses Buch zu lesen, ist ein Spiel, welches gelernt sein will.

Z. B.: In ~~irgend~~ einer Vorschrift steht: "Alle, die über 1m 80 hoch sind, sind in die ..... Abteilung aufzunehmen." Ein Kanzlist verliest die Namen der Leute, * dazu ihre Höhe ‡ Ein anderer teilt sie den + den Abteilungen zu. — "N.N., 1·90m." — "Also N.N. in die ..... Abteilung." Das ist Schließen.

Man ist sich so oft im Unklaren, worin

das Folgen & Folgern eigentlich besteht;
was für ein Sachverhalt oder Vorgang Prozess es
ist. Und dies kommt von der eigentüm-
lichen Verwendung dieser Verben. Es wird
uns nahe gelegt, daß Folgen das Bestehen
bei einer Verbindung zwischen Sätzen
ist, der wir beim Folgern nachgehen.
(Wie man etwa einer elektrischen Leitung
nachgeht.) [Seite 15–19]

Wird es nun experimentell festge-
stellt, ob sich ein Satz aus dem andern
ableiten läßt? – Es scheint, ja! Denn ich
schreibe gewisse Zeichenfolgen hin, welche
mich dabei nach gewissen Paradigmen –
dabei ist es allerdings wesentlich, daß ich
kein Zeichen übersehe, oder daß es sonst
wie abhanden kommt – + ~~wenn~~ was bei die-
sem Vorgang ~~das + das~~ entsteht heraus kommt,
~~so~~ davon sage ich, es folge. — Dagegen ist ein
Argument dies: wenn 2 und 2 Äpfel
nur 3 Äpfel geben, d.h., wenn 3 Äpfel da
liegen, nachdem ich 2 + wieder 2 hinge-
legt habe, sage ich nun nicht: "2+2
ist also doch nicht immer 4"; sondern:
"Einer muß irgendwie weggekommen sein".
Aber in welchem Sinne ich ein
Experiment, wenn ich dem schon hinge-
schriebenen Beweis nur folge? Man kann

te sagen: "Wenn Du diese Kette von Umformungen ansiehst, - kommt es Dir ~~da~~ nicht auch so vor, als stimmten sie mit den Paradigmen?"

Wenn das also ein Experiment genannt werden soll, dann wohl ein psychologisches. - ~~Denn~~ Der Ausbau des Stimmens kann ja auf einer Einstellung beruhen. Und so ist es ja auch manchmal, wenn wir uns verrechnen.

Man sagt auch: "Das kommt mir heraus." Und es ist doch wohl ein Experiment, das zeigt, daß dies mir herauskommt.

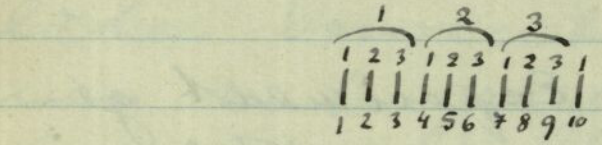
Man könnte sagen: Das Resultat des Experiments ist dies, daß ich am Ende, beim Resultat des Beweises angelangt, mit Überzeugung sage: "Ja, es stimmt."

Was ist die charakteristische Verwendung des Vorgangs der Ableitung als Rechnung - im Gegensatz zur Verwendung des Vorgangs als Experiment?

Wir betrachten die Berechnung als Demonstration einer inneren Eigenschaft (einer Eigenschaft des Wesens) der Strukturen. Aber was heißt das?

Als Urbild der 'inneren Eigenschaft' könnte dieses dienen:

$$10 = 3 \times 3 + 1$$



Wenn ich nun sage: 10 Striche bestehen notwendig aus 3 mal 3 Strichen + einem Strich — das besagt doch nicht: wenn zehn Striche dastehen, so stehen immer die Ziffern + Bogen rundherum! — Setze ich sie aber zu den Strichen hinzu, so sage ich, ich demonstriere nur das Wesen jener Gruppe von Strichen. — Aber bist Du sicher, daß sich die Gruppe beim Dazuschreiben jenen Zeichen nicht geändert (verändert) hat? — "Ich weiß nicht; aber eine bestimmte Zahl von Strichen stand da; + wenn nicht 10 so eine andere + dann hatte die eben andere Eigenschaften." —

Man sagt: die Rechnung 'enthaltet' die Eigenschaft der Hundert. Was besagt es eigentlich: 100 bestehe aus 50 + 50? Man sagt: der Inhalt der Kiste besteht aus 50 Äpfeln + 50 Birnen. Aber wenn Einer sagte: "der Inhalt der Kiste besteht aus 50 Äpfeln + 50 Äpfeln" —, wir wüßten zunächst nicht, was er meint. —

Wenn man sagt: "Der Inhalt der Kiste be-
steht aus 2 mal 50 Äpfeln"; so heißt das
entweder, es seien da zwei Abteilungen
zu 50 Äpfeln; oder es handelt sich etwa um
eine Verteilung, in der jeder 50 Äpfel er-
halten soll. Ich höre nun, daß man
aus dieser Kiste 2 Personen beteilen
kann.

"Die 100 Äpfel in der Kiste bestehen aus
50 und 50" - hier ist wichtig der un-
zeitliche Charakter von 'bestehen'.
Denn es heißt nicht, sie bestünden
jetzt, oder für einige Zeit aus 50 und 50.

Was ist denn das Charakteristi-
sche der 'inneren Eigenschaften'? Daß
sie immer, unveränderlich in dem Dinge
bestehen, das sie ausmachen; gleichsam
unabhängig von allen äußeren Gesich-
tern. Wie die Konstruktion einer Ma-
schine auf dem Papier nicht bricht,
wenn die Maschine selbst den äußeren
Kräften erliegt. — Oder ich möchte sagen:
Daß sie nicht Wind & Wetter unterwor-
fen sind, wie das Physikalische der Din-
ge; sondern unangreifbar wie Schemen.

Statt, "100 bestehen aus 50 und 50",

könnte man sagen: "ich lasse 100 aus 50 und 50 bestehen".

"Aber bin ich also in einer solchen Lage nicht gezwungen zu gehen, wie ich gehe?" – Gezwungen? Ich kann doch wohl gehen, wie ich will! – "Aber wenn Du im Einklang mit den Regeln bleiben willst, musst Du so gehen." – Durchaus nicht; ich nenne etwas anderes 'Einklang'. – "Ja, aber dann veränderst Du eben den Sinn des Wortes 'Einklang', oder den Sinn der Regel." – Nein; wer sagt, was hier 'verändern' & was 'gleich bleiben' heißt?

Wieviele Regeln immer Du mir angibst, ich gebe Dir eine Regel, die meine Verwendung Deiner Regeln rechtfertigt.

"Du darfst doch das Gesetz jetzt nicht auf einmal anders anwenden!" – Wenn ich darauf antworte: "Ach ja, ich hatte es ja so angewandt!" oder: "Ach, so sollte ich es anwenden –!", dann spiele ich mit. ~~Sage~~ Antworte ich aber einfach: "Anders? – Das ist doch nicht anders!" – was willst Du tun?

Inwiefern ist ein das logische Argument ein Zwang? – "Du gibst doch *das* zu, – + *das* zu; dann mußt Du auch *das* zugeben!" Das ist die Art jemanden zu zwingen. D. h., man kann so, tatsächlich, Menschen zwingen, etwas zuzugeben. – Nicht anders, als wie man Einen etwa dazu zwingen kann, dorthin zu gehen, indem man gebietend mit dem Finger dorthin zeigt.

Denke, ich zeige *in diesem Fall* mit zwei Fingern zugleich in zwei verschiedenen Richtungen + stelle es damit dem Andern frei, in welcher der beiden er gehen will – ein andermal (*aber*) zeige ich nur in *einer* Richtung; so kann man das auch so ausdrücken: mein erster Befehl habe ihn nicht gezwungen in *einer* Richtung zu gehen, wohl aber der zweite. Das ist aber eine Aussage, die angeben soll ~~[illegible]~~ welcher ~~über die~~ Art meine ~~der~~ Befehle waren, ~~welche ich gegeben habe~~; aber nicht in welcher Art sie wirken, ob sie den + den tatsächlich zwingen, d.h., ob er ihnen gehorcht.

Ist eine Berechnung ein Experiment? – Ist es ein Experiment, wenn ich morgens aus dem Bett steige? Aber könnte dies nicht ein Experiment sein, –

welches zeigen soll, ob ich nach so + so viel Stunden Schlafes die Kraft habe mich zu erheben? Und was fehlt dieser Handlung dazu, dies Experiment zu sein? – Bloß, daß sie nicht zu diesem Zwecke, d.h., in in der Verbindung mit einer solchen Untersuchung ausgeführt wird. Experiment ist etwas durch den Gebrauch, der davon gemacht wird.

Wäre es möglich, daß Leute heute ihre Berechnungen durchgingen + von den Schlüssen befriedigt wären, morgen aber ganz andre Schlüsse ziehen wollen, + einen andern Tag wieder andere?

Da, kann man sich nicht denken, daß dies mit einer Gesetzmäßigkeit so geschähe, daß, wenn er einmal diesen Übergang macht, er 'eben darum' das nächste Mal einen andern macht, + darum (etwa z.B.) das nächste Mal wieder den ersten? (Ähnlich, wie wenn in einer Sprache die Farbe, die einmal "rot" genannt wird, darum beim nächsten Male anders genannt würde + beim übernächsten wieder "rot", u.s.f. dies könnte Menschen so natürlich sein. Man könnte es ein Bedürfnis nach Abwechslung nennen.)

Ist es nicht so: Solange man denkt, es kann nicht anders sein, sieht man logische Schlüsse

Das heißt wohl: solange das + das gar nicht in Frage gezogen wird.

Die Schritte, welche man nicht in Frage zieht, sind logische Schlüsse. Aber man zieht sie nicht darum nicht in Frage, weil sie 'sicher der Wahrheit entsprechen' – oder dergl. – sondern, dies ist eben was man 'Denken', 'Sprechen', 'Schließen', 'Argumentieren', nennt. Es handelt sich hier gar nicht um irgend eine Entsprechung des Gesagten mit der Realität; vielmehr ist die Logik vor einer solchen Entsprechung; nämlich in dem Sinne, in welchem die Festlegung der Meßmethode vor der Richtigkeit oder Falschheit einer Längenangabe.

§ "Wenn wir nicht in Grundem übereinstimmen, können wir nicht argumentieren." – Vielmehr: ohne diese Übereinstimmung die nennen wir es wohl nicht 'argumentieren'.

"Nach Dir könnte also jeder die Reihe fortsetzen, wie er will; + also auch auf irgend

eine Weise schließen!" Wir werden es dann nicht "die Reihe fortsetzen" nennen + auch wohl nicht "schließen".

Denn, daß ihn Schlußgesetze nicht zwingen, das + das zu reden, oder zu schreiben, darüber sind wir ja einig. Und wenn Du sagst, er könne es zwar reden, aber er kann es nicht denken, so sage ich nur, das beste nicht: er könne es, quasi trotz aller Anstrengung, nicht denken, sondern es heißt: zum 'Denken' gehört für uns wesentlich, daß er – beim Reden, Schreiben, etc. – solche Übergänge macht. Und jenen sage ich, daß die Grenze zwischen dem, was wir noch 'denken' + dem, was wir nicht mehr ~~denken~~ nennen so wenig scharf gezogen ist, wie die Grenze zwischen dem, was noch "Gesetzgebung" genannt wird + dem was wir nicht mehr so nennen.

Nun muß ich dies aber qualifizieren: Denn man kann ja doch sagen, daß die Schlußgesetze uns zwingen, in dem Sinne nämlich, wie andere Gesetze in der menschlichen Gesellschaft. Der Kanzlist, der so schließt, wie ~~er's tut~~ in ( ), muß es so tun, er wäre bestraft worden, wenn er anders schlösse. Wer anders

schließt kommt allerdings in Konflikt: z.B. ~~vor allem~~ mit der Gesellschaft, aber auch (noch) mit andern praktischen Folgen.

Und auch daran ist mehr, als ich oben sagte, wenn ~~einer~~ man "Einer" sagt: "Er kann es nicht denken." ~~[illegible]~~ Man will etwa sagen: Er kann es nicht mit persönlichem Inhalt erfüllen: er kann nicht wirklich mitgehen, mit seinem Verstand, mit seiner Person. Es ist ähnlich, wie man sagt: Diese Tonfolgen geben keinen Sinn, ich kann sie nicht mit Ausdruck singen. Ich kann nicht mitschwingen. Oder, was hier auf dasselbe hinauskommt: ich schwinge nicht mit.

"Wenn er es redet – könnte man sagen – kann er es nur gedankenlos reden". Und hierzu muß nur bemerkt werden, daß das 'gedankenlose' Reden sich von einem andern wohl auch manchmal ~~dadurch~~ durch das unterscheidet, was beim Reden im Redenden an Vorstellungen, Empfindungen ~~etc.~~ und anderem vorsichgeht, daß aber diese begleitenden Vorgänge nicht das 'Denken' ausmachen & ihr Fehlen an sich noch nicht, was wir 'Gedankenlosigkeit' nennen. // und ihr

Fehlen
Mangel noch nicht die 'Gedankenlosigkeit'.

Beweis
Wenn man einen Rechnungsgang als Experiment auffasst, so ist das Resultat des Experiments jedenfalls nicht das, was man das Resultat des Beweises nennt. Das Resultat der Rechnung ist der Satz, mit welchem sie abschließt; das Resultat des Experiments ist: daß ich von diesen Sätzen durch diese Regeln zu diesem Satz geführt wurde.

Aber nicht daran haftet unser Interesse, daß die & die (oder alle) Menschen von diesen Regeln so geleitet worden sind (oder so gegangen sind); es gilt uns als selbstverständlich, daß die Menschen – 'wenn sie richtig denken können' – so gehen. Wir haben jetzt aber einen Weg erhalten, vorauszusagen durch die Fußstapfen derer, die so gegangen sind. Und auf diesem Weg geht nun der Verkehr vor sich – zu verschiedenen Zwecken.

Wenn wir sagen: "dieser Satz folgt aus jenem", so ist hier "folgen" wieder unzeitig

lich gebraucht. (Und das zeigt, daß dieser Satz nicht das Resultat eines Experiments aussagt.)

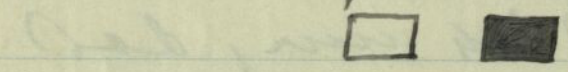
Vergleiche damit: "Weiß ist heller als schwarz". Auch dieser Ausdruck ist sinnlos + auch er spricht das Bestehen einer internen Relation aus.

"Diese Relation besteht aber eben" - möchte man sagen. Aber die Frage ist: Hat dieser Satz einen Gebrauch - + welchen? Denn einerseits weiß ich nun, daß mir dabei ein Bild vorschwebt - aber das garantiert mir die Verwendung nicht - + daß die Worte einen deutschen Satz geben. Aber es fällt hier auf, daß die Worte hier anders gebraucht werden, als im alltäglichen Fall einer mitteilenden Aussage. - Wie etwa der Kaufmann bemerken kann, daß die Aussagen, die er gewöhnlich über kreisförmige + gerade macht, anderer Art sind, als die, die im Euklid stehen. - Denn wir sagen: dieser Gegenstand ist heller als jener, oder, die Farbe dieses Dings ist heller als die Farbe jenes, + dann ist etwas jetzt heller + dann später dunkler sein.

Woher die Empfindung, "weiß ist heller als schwarz" sage etwas über das Wesen der beiden Farben aus?-

Aber ist die Frage überhaupt richtig gestellt? Was meinen wir denn mit dem 'Wesen' von Weiß oder schwarz? Wir denken etwa an 'das Innere', 'die Konstitution', aber das ergibt hier doch keinen Sinn. Wir sagen etwa auch: "Es liegt im Weiß, daß es heller ist....".

Ist es nicht so: das Bild eines schwarzen + eines weißen Flecks



dient uns zugleich als Paradigma dessen was wir unter "heller" + "dunkler" verstehen + als Paradigma für "weiß" + für "schwarz". In so fern 'liegt' nun die Dunkelheit 'im' schwarz, als sie beide von diesem Fleck dargestellt werden. Er ist dunkel dadurch daß er schwarz ist = aber richtiger gesagt: er heißt "schwarz" + damit, in unserer Sprache, auch "dunkel". Diese Verbindung, eine Verbindung der Paradigmen + Namen ist in unserer Sprache hergestellt. Und unser Satz ist übersichtlich, weil er nur die Verbindung der Worte "weiß", "schwarz" + "heller" mit einem

Paradigma ausspricht.

Man kann Mißverständnisse vermeiden, dadurch daß man erklärt, es sei Usus, zu sagen: "die Farbe dieses Körpers ist heller, als die Farbe jenes", es müsse heißen: "dieser Körper ist heller als jener". D.h., man schließt jene Ausdrucksform aus unserer Sprache aus.

Wir könnten auch sagen: Wenn wir den Schluß gesetzen ~~folgen~~ (Schlußregeln) folgen, so liegt darin immer auch ein Deuten dieser Regeln. // so liegt in einem Folgen immer auch ein Deuten. //

"Aber wir folgern doch diesen Satz aus jenem, weil er tatsächlich folgt! Wir überzeugen uns doch, daß er folgt." Wir überzeugen uns, daß, was hier steht, aus dem folgt, was dort steht. Und dieser Satz ist zeitlich gebraucht.

Wie ist es aber wenn ich mich davon überzeuge daß das Schema dieser Stricke

/////

gleichzahlig ist dem Schema dieser

Eckpunkte

(ich habe die Schemata sie absichtlich einprägsam gemacht), indem ~~man~~ ich zuordne

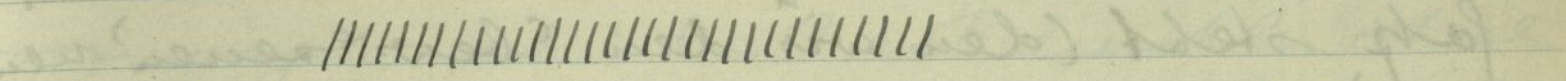
Nun, wovon überzeuge ich mich denn, wenn ich diese Figur ansehe? Ich sehe einen Stern mit fadenförmigen Fortsätzen. —

Aber ich kann von der Figur so Gebrauch machen: Fünf Leute stehen im Fünfeck aufgestellt; an der Wand stehen Stäbe wie die Striche in ( ); ich sehe auf die Figur ( ) + sage: "ich kann jedem der Leute einen Stab geben."

Ich könnte die Figur ( ) als schematisches <u>Bild</u> davon auffassen, daß ich fünf Leuten je einen Stab gebe.

Wenn ich nämlich erst ein beliebiges Vieleck zeichne —

* dann eine beliebige Reihe von Strichen.



so kann ich nun durch * Zuordnung herausfinden, ob ich oben so viele Ecken habe, wie unten Striche. (Ich weiß nicht, wo herum kommen wurde.) Und so kann ich auch sagen, ich habe mich durch das Finden der Projektionslinien davon überzeugt, daß am oberen Ende der Figur ( ) so viel Striche stehen, wie der Stern unten Ecken hat. (Zeitlich!) In dieser Auffassung gleicht die Figur nicht einem mathematischen Beweise (sofern, wie es ein mathematischer Beweis ist, wenn ich einer Gruppe ~~von Kindern~~ Leuten einen Apfel austeile * finde, daß jeder gerade einen Apfel kriegen kann).

Ich kann die Figur ( ) aber als mathematischen Beweis auffassen. Geben wir den Schemata ( ) + ( ) Namen! ( ) heiße "Hand" (H.), ~~das~~ ( ) "Studentus" (S.)

Ich habe bewiesen, daß die Hand soviel Striche hat, wie der Studentus Ecken. Und

dieser Satz ist wieder unzeitlich.

Der Beweis – kann ich sagen – ist eine Figur, an deren einem Ende gewisse Sätze stehen + an deren anderem Ende ein Satz steht (den wir den 'bewiesenen' nennen).

Man kann also Beschreibung so einer Figur sagen: in ihr folge der Satz ..... aus ..... + ... Das ist eine Form der Beschreibung eines Musters, das z.B. auch ein Ornament sein könnte. Ich kann also z.B. sagen: "In dem Beweise, welcher auf jener Tafel steht, folgt der Satz p aus q + r" + dies ist einfach eine Beschreibung dessen, was dort geschrieben ist. Es ist aber nicht der mathematische Satz, daß p aus q + r folgt. Dieser hat eine ganz andere Anwendung. Er sagt – so könnte man es ausdrücken – daß es sinn hat, von einem Beweise (Muster) zu reden, in welchem p aus q + r folgt. Wie man sagen kann, der Satz "weiß ist heller als schwarz" sagt, daß es sinn habe, von zwei Gegenständen zu reden, von denen das hellere weiß, das andere schwarz sei, aber nicht von zwei Gegenständen, von denen das hellere schwarz, das andre weiß sei.

Ms-117,38

?

Denken wir uns, wir hätten das Paradigma für "heller" + "dunkler" in Form eines weißen + schwarzen Flecks gegeben, + nun leiten wir mit seiner Hilfe – sozusagen – ab: daß rot dunkler ist als weiß.

Der durch ( ) bewiesene Satz dient nun als neue Vorschrift zum Konstatieren der Gleichzahligkeit: Hat man eine Menge von Gegenständen ~~als~~ in Form ~~einer~~ der Hand angeordnet + eine andre als die Ecken eines Drudenfußes, so sagen wir ~~nun~~, die beiden Mengen seien gleichzahlig.

"Aber ist das nicht blaß, weil wir H. + D. schon einmal zugeordnet haben + gesehen, daß sie gleichzahlig sind?" – Ja, aber, wenn sie es in einem Fall waren, wie weiß ich, daß sie es jetzt wieder sein werden? – "Weil es eben im Wesen der H. + des D. liegt, daß sie gleichzahlig sind." – Aber wie konntest Du das durch die Zuordnung heraus-bringen? (Ich dachte die Zählung, oder Zuordnung, ergibt nur, daß diese beiden Gruppen, die ich jetzt vor mir habe, gleichzahlig – oder ungleichzahlig – sind.)

– "Aber wenn er nun eine H. Dinge hat + einen D. Dinge + er ordnet sie nun tatsächlich einander zu, so ist es doch nicht möglich, daß er etwas anderes erhält, als daß sie gleichzahlig sind." – Und daß es nicht möglich ist, das sehe ich doch aus dem Beweis." – Aber ist es denn nicht möglich? Wenn er z.B. – wie ein Andrer sagen könnte würde – eine der Zuordnungslinien zu geben übersieht. Aber ich gebe zu, daß er in der angenommenen ~~unendlichen~~ Mehrzahl der Fälle immer das gleiche Resultat erhalten wird *+, erbrächte er es nicht, sich für irgendwie gestört halten würde. Und wäre es nicht so, so würde dem ganzen Beweis der Boden entzogen. Wir entscheiden uns nämlich, das Beweisbild statt einer Zuordnung der Gruppen zu gebrauchen; wir ordnen sie nicht zu, sondern vergleichen statt dessen die Gruppen mit denen des Beweises (in welchem allerdings zwei Gruppen einander zugeordnet sind*x).

Ich könnte als Resultat des Beweises auch sagen: "Eine H. + ein D. heißen 'gleichzahlig'". // heißen von nun an 'gleichzahlig'".

⇒ Oder: Der Beweis erforscht nicht das Wesen der beiden Figuren, aber er spricht aus, was ich von nun an zum Wesen der Figuren ⇒

rechnen werde. —— Was zum Wesen gehört, lege ich unter den Paradigmen der Sprache nieder.

Wenn ich sage "Dieser Satz folgt aus jenem", so ist das die Anerkennung einer Regel. Sie geschieht auf Grund des Beweises. D.h.: ich lasse mir diese Kette (diese Figur) als Beweis gefallen. —— "Aber könnte ich denn anders? Muß ich mir sie nicht ~~als~~ gefallen lassen?" — Warum sagst Du, Du müssest? Doch darum, weil Du am Schlusse des Beweises etwa sagst: "Ja — ich muß diesen Schluß anerkennen." Aber das ist doch nur der Ausdruck Deiner unbedingten Anerkennung. —

Das Wort, glaube ich: die Worte "Das muß ich zugeben" werden in zweierlei Fällen gebraucht: wenn wir einen Beweis erhalten haben — aber auch in Bezug auf den einzelnen Schritt selber des Beweises.

Und worin äußert es sich denn, daß der Beweis mich zwingt? Doch darin, daß ich darauf vorgehe, daß ich mich weigere einen andern Weg zu gehen. Als letztes Argument, gegen Einen, der so nicht gehen wollte, würde ich nur noch sagen: "Da siehst Du denn nicht.....!" — +

das ist doch kein Argument.

"Aber, wenn Du recht hast, wie kommt es dann, daß sich alle Menschen (oder doch alle normalen Menschen) diese Figuren als Beweise dieser Sätze gefallen lassen?" — Ja, es besteht eine große + interessante — Übereinstimmung.

Denk Dir Du hättest eine Reihe von ~~100~~ Kugeln, von Dir ~~sie seien mit römischen Ziffern numeriert~~; Du numerierst sie nun ~~zuerst~~ mit + es geht von 1 bis 100 arabischen Ziffern; dann machst Du nach je zehn (die sich in ~~dieser~~ der Numerierung nun deutlich hervorheben) einen größeren Abstand; in jedem Reihenstück von je 10 machst Du einen, etwas kleineren, Abstand in der Mitte, also zwischen 5 + 5 Reihen — so werden die 10 übersichtlich; nun nimmst Du die Zehnerstücke + legst sie ~~unter einander~~ eins unter das andere; + machst in der Mitte der Kolonne einen etwas größeren Abstand, also zwischen ~~je~~ 5 Reihen + 5 Reihen; nun numerierst Du die Reihen von 1 bis 10. Ich kann dann sagen, ich habe Eigenschaften dieser hundert Kugeln entfaltet. — Nun aber denke Dir, daß dieser ganze Vorgang, dies Experiment mit den

hundert Kugeln, gefilmt wurde. Ich sehe nun auf der Projektionsleinwand doch nicht ein Experiment, denn das Bild eines Experiments ist doch nicht selbst ein Experiment. – Aber das 'mathematisch Wesentliche' sehe ich nun auch in der Projektion! Denn es erscheinen da zuerst 100 Flecken, dann werden sie in Zehnerstücke eingeteilt, usw. usw..

Ich könnte also sagen: der Beweis dient mir nicht als Experiment, wohl aber als Bild eines Experiments.

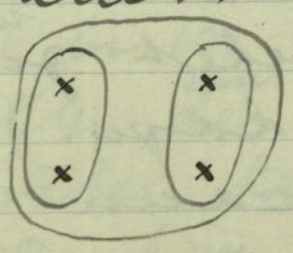
Lege 2 Äpfel auf die leere Tischplatte, schau daß niemand in ihre Nähe kommt & der Tisch nicht erschüttert wird; nun lege noch 2 Äpfel auf die Tischplatte; nun zähle die Äpfel, die da liegen. Du hast ein Experiment gemacht; das Ergebnis der Zählung ist wahrscheinlich 4. (Wir würden das Ergebnis des Experiments so ~~aussprechen~~ darstellen: wenn man unter den & den Umständen erst 2 & dann noch 2 Äpfel auf einen Tisch legt, verschwindet zumeist meistens keiner, noch kommt einer dazu.) Und ganz analoge ähnliche Experimente kann man, mit dem gleichen Ergebnis, mit allerlei festen

Körpern – Bohnen, Büchern, Stäben etc. – ausführen. – So lernen ja die Kinder bei uns rechnen, denn man läßt sie drei Bohnen hinlegen + noch drei Bohnen + dann zählen „was da liegt". Käme dabei einmal 5 einmal 7 heraus (weil, wie wir jetzt sagen würden, einmal von selbst eine dazu, einmal eine weg käme), so würden wir zunächst Bohnen als für den Rechenunterricht ungeeignet erklären. Geschähe das Gleiche aber mit Stäben, Fingern, Strichen + den meisten andern Dingen, so hätte das Rechnen damit ein Ende.

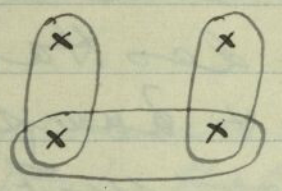
"Aber wäre dann nicht doch noch 2+2=4?" – Dieses Sätzchen wäre damit unbrauchbar geworden. –

Wenn wir geldstücke Geld in eine Lade legen + später finden wir sie es nicht mehr dort, so sagen wir: "Von selbst ist sind sie es nicht verschwunden." Dies ist ein wichtiger Satz der Physik.

"Du brauchst ja nur auf die Figur



zu sehen, um zu sehn, daß 2+2=4 ist."—
Dann brauche ich nur auf die Figur



zu schauen, um zu sehen, daß 2+2+2=4 ist.

~~Addieren mit Tonreihen: Addiere die Tonreihe der ersten 4 Takte der Melodie ... zu der Tonreihe der ersten 8 Takte~~

Zählen mittels musikalischer Tonreihen Themen. Vergleiche die Anzahlen dieser beiden Reihen von Strichen

||||||||||||| ||||||||||||||||

indem Du ~~erst~~ einmal für jeden Strich in der ersten Reihe, ~~dann für jeden Strich der zweiten~~ einen Ton des Themas ..... pfeifst; dann für jeden Strich in der zweiten Reihe. (Addieren etc. mittels musikalischer Themen solcher mit Hilfe einer Tonreihe.)

Wir lehren jemand eine Methode, Nüsse unter Leute zu verteilen; ein Teil dieser Methode ist das Multiplizieren zweier Zahlen im Dezimalsystem.

Wir lehren jemand ein Haus errichten; dabei auch, wie er sich die genügen-

den Mengen von Material, etwa Brettern, zu schaffen soll, hiezu eine Technik des Rechnens. Die Technik des Rechnens ist ein Teil der Technik des Hausbaues.

Leute verbauen & bauen Scheit. Holz; die Stöße werden mit einem Maß stab gemessen, die Maßzahlen der Länge, Breite, Höhe multiplizieren; & was dabei herauskommt ist die Zahl der Groschen, die sie zu fordern & zu geben haben. Sie wissen nicht, 'warum' dies so geschieht, sondern sie machen es einfach so; so wird es gemacht. — Rechnen diese Leute nicht?

Wer so rechnet, muß er einen 'arithmetischen Satz' aussprechen? Wir lehren freilich die Kinder das Einmaleins in Form von Sätzchen, aber ist das wesentlich? Warum sollten sie nicht einfach: rechnen lernen? Und wenn sie es können, haben sie nicht Arithmetik gelernt?

Aber in welchem Verhältnis steht dann die Begründung eines Rechenvorgangs zu dem Rechenvorgang (selbst)? // zu der Rechnung selbst? //

"Da ich verstehe, daß dieser Satz aus diesem folgt." – Verstehe ich warum er folgt, oder verstehe ich nur, daß er folgt?

Wie, wenn ich gesagt hätte: Jene Leute zahlen fürs Holz auf Grund der Rechnung; sie lassen sich die Rechnung als Beweis dafür gefallen, daß sie so viel zu zahlen haben. – Nun, es ist einfach eine Beschreibung ihres Vorgehens (Benehmens).

Wer uns erinnert: "die Kette der Gründe hat ein Ende", stellt den Ursprung der Kette mit ihrer Mitte zusammen, daß wir den Unterschied wahrnehmen. "Schau das an – schau das an! Präg' dir diese beiden Formen ein!"

Die Logik – kann man sagen – zeigt, was wir unter "Satz" & unter "Sprache" verstehen. –

Trenne die Gefühle (Gebärden, Gesten) der Übereinstimmung von dem, was Du mit dem Beweise machst!

Jene Leute – würden wir sagen – verkaufen das Holz nach dem Kubikinhalt – – aber

haben sie darin recht? Wäre es nicht richtiger, es nach dem Gewicht zu verkaufen – oder nach der Arbeitszeit des Fällens – oder nach der Mühe des Fällens, gemessen am Alter + an der Stärke des Holzfällers? Und warum sollten sie es nicht für einen Preis hergeben, der von alle dem unabhängig ist: jeder Käufer zahlt einund dasselbe, wieviel immer er nimmt (man hat gefunden, daß man so leben kann). Und ist etwas dagegen zu sagen, daß man das Holz einfach verschenkt?

Gut; aber wie wenn sie das Holz in Stöße von beliebigen, verschiedenen Höhen schlichteten, + es dann zu einem Preis proportional der Grundfläche der Stöße verkauften?

Und wie, wenn sie dies sogar mit den Worten begründeten: "Ja, wer mehr Holz kauft, muß auch mehr zahlen."

Wie könnte ich ihnen nun zeigen, daß – wie ich sagen würde – der nicht wirklich mehr Holz kauft, der einen Stoß von größerer Grundfläche kauft? – Ich würde z.B. einen, nach ihren Begriffen, kleinen Stoß

nehmen + ihn durch Umlegen der Scheiten in einen 'großen' verwandeln. Das könnte sie überzeugen – vielleicht aber würden sie sagen: "ja, jetzt ist es viel Holz + kostet mehr" – + dachten wäre es schlecht. – Wir würden in diesem Falle (wohl) sagen: sie meinen mit "viel Holz" + "wenig Holz" einfach nicht das Gleiche, wie wir; + sie haben ein ganz anderes System der Bezahlung, als wir.

Frege sagt im Vorwort der Grundgesetze d. Arithm.: "..... hier haben wir eine bisher unbekannte Art der Verrücktheit" – aber er hat nie angegeben, wie diese 'Verrücktheit' wirklich aussehen würde.

(~~Manches~~ Eine Gesellschaft, die so handelt, würde uns vielleicht an die "~~Kinder~~ Leute" von den Märchen erinnern.)

Einfluß der Darstellungsform:

Wer auf einer Straße spazierengeht + (nun) umkehrt, um den Rückweg anzutreten, nachhause zu gehen, der kehrt ~~nicht~~ bei einem Baum, bei einem Haus, bei einer Brücke, Biegung der Straße, nun, nicht an beliebiger Stelle in offenem Gelände (sozusagen ohne

grund). Tut er dies zu einem ~~bestimmten~~ Zweck? (Wörter, die wir dem Rythmus zu liebe in den Satz einfügen.)

?. Worin besteht die Übereinstimmung der Menschen (bezüglich) in der Anerkennung einer Struktur als eines Beweises? Darin, daß sie Worte als Sprache gebrauchen? Als das, was wir "Sprache" nennen.

Denke die Menschen, die Geld im Verkehr gebrauchten, nämlich Münzen, die ganz so aussehen wie unsre Münzen, aus Gold oder Silber sind + geprägt, + sie geben sich auch für Waaren her — aber jeder gibt ~~dem Kaufmann~~ für die Waaren, was ihm gerade gefällt + ~~dieser~~ der Kaufmann gibt den Kunden nicht mehr, oder weniger, je nachdem er bezahlt, kurz, dies Geld, oder was so aussieht, spielt bei ihnen eine ganz andere Rolle, als bei uns. Wir würden uns diesen Leuten viel weniger verwandt fühlen, als solchen, die noch gar kein Geld kennen & eine primitive Art des Tauschhandels treiben. — "Aber die Münzen dieser Leute werden doch auch irgend einen Zweck haben!" — Hat denn alles, was man tut einen Zweck? Etwa religiöse Handlungen — —.

Es ist schon möglich, daß wir gezwungen wären, Menschen, die sich so benehmen, Verrückte zu nennen. Aber doch nennen wir nicht alle (die) Verrückte, die in den Formen unserer Kultur ähnlich handeln, Worte 'zwecklos' verwenden. (Denke an die Krümmung eines Kreises!)

Können wir es 'die Gleichung
74202 + 25798 = 100000 beweisen' nennen, wenn wir die Zahlen der beiden Seite untereinander schreiben + addieren. aber heißt auch das ein Beweis: zähle 74202 Sandkörner ab, dann 25798, schütte sie zusammen + zähle sie.

Ich will sagen: zum Beweis gehört Übersichtlichkeit.

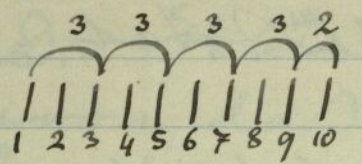
Wäre der Prozess, durch den ich das Resultat erhalte, nicht unübersehbar, nicht überblickbar, so könnte ich zwar das Ergebnis der Tatsache, daß diese Zahl herauskommt, vermerken, aber wie soll ich es zur Bestätigung dessen, was aber soll ich diese verwenden einer Tatsache gebrauchen? Ich weiß nicht: 'was herauskommen soll'. // vermerken welche Tatsache aber soll es mir bestätigen? ich weiß nicht: '.....'. // [Ursprünglich hieß es: "*, aber ich ich wußte nicht, zum Be-

tigung welcher Tatsache ich dies Resultat verwenden sollte, denn ich könnte nicht sagen: '.....'.]

?. Habe ich die Zahlen addiert + 100000 erhalten, so sage ich nun: Wenn Du soviel + soviel Sandkörner zusammenschüttest + keines kommt weg, so mußt Du im ganzen so viele Körner haben.

Aber ist es denn unmöglich, daß ich mich in der Rechnung geirrt habe? Und ~~[illegible]~~ wie, wenn mich ein Teufelchen irrt, so daß ich irgend etwas immer wieder übersehe, so oft ich auch, Schritt für Schritt, nachrechne. So daß, wenn ich aus der Verhexung erwachte, ich sagen würde: "Ja war ich denn blind!" — Aber welchen Unterschied macht es, wenn ich dies 'annehme'? Ich könnte dann sagen: "Ja, ja, die Rechnung ist gewiß falsch — aber so rechne ich. Und das nenne ich nun addieren, + diese Zahl die Summe dieser beiden!"

Denke, jemand würde so behext, daß er rechnete:



"also: 4x3 + 2 = 10"

Nun soll er seine Rechnung anwenden. Er nimmt viermal 3 Nüsse + noch 2, + verteilt sie unter 10 Leute; + jeder erhält eine Nuß. + Denn Er teilt sie ~~nämlich~~, den Bögen der seiner Rechnung entsprechend, aus + ~~soviel~~ sooft er ~~einem der Leute~~ Einem eine zweite Nuß gibt, ist sie verschwunden. weg.

Man könnte auch sagen: Du schreibst in dem Beweis von Satz zu Satz: aber hast Du Dir denn auch eine Konstruktion dafür gefallen, daß Du richtig gegangen bist? – Oder sagst Du bloß, "Es muß stimmen" + mißt (nur) alle andre mit dem Satz, den Du erhalst?

Denn, wenn es so ist, dann schreibst Du nur von Bild zu Bild.

Es könnte probehalber sein, mit einem Maßstab zu messen, der die Eigenschaft hat, sich auf eine seiner Kanten die Hälfte zusammenzuziehen, wenn er ~~man~~ ihn an diesem Raum in jenen ~~bringt~~ gebracht wird. Eine Eigenschaft die ihm unter andern

Ms-117,53

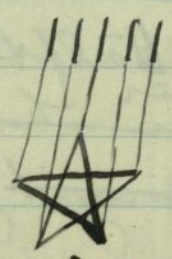
Verhältnissen zum Maßstab untauglich unbrauchbar machen würde.

Es könnte praktisch sein, ~~wenn~~ ~~wir~~ beim Abzählen (einer Menge), unter gewissen Umständen, Ziffern auszulassen, sie ~~etwa~~ abzuzählen: "1,2,4,5,7,8,10".

Wovon überzeuge ich Einen, der jene Abbildung im Film des Versuchs mit den 100 Kugeln verfolgt?

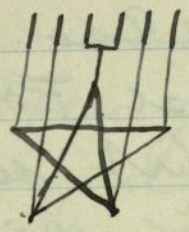
Man könnte sagen: davon, daß sich dies so zugetragen hat. – Aber das wäre keine mathematische Überzeugung. – – Aber kann ich denn nicht sagen: ich präge ihm einen Vorgang ein? (I make him familiar with a certain motion) Dieser Vorgang ist die Umgruppierung einer Reihe von 100 Dingen in 10 Reihen zu 10. Und dieser Vorgang ist tatsächlich immer wieder leicht durchzuführen. Und davon kann er mit Recht überzeugt sein.

Und so prägt (auch) der Beweis durch Ziehen der Projektionslinien



einen Vorgang ein, den der 1→1 Zuordnung der

H. + des D.. – "Aber überzeugt es mich nicht auch davon, daß diese Forderung möglich ist?" – Wenn das heißen soll: daß Du sie immer ausführen kannst –, so muß das denn auch nicht wahr sein. Aber das Ziehen der Projektionslinien überzeugt uns davon, daß oben soviele Striche sind, wie unten Ecken; + es liefert eine Vorlage, (um) danach solche Figuren einander zuzuordnen. – "Aber zeigt die Vorlage sie dadurch nicht, daß es geht? In dem Sinne, in welchem es nicht ginge, wenn oben statt IIIII die Figur IIIIII stünde?" – Wieso? geht es denn da nicht? So z.B.:



'So hab ich's ja nicht gemeint!" – Dann zeig mir, wie Du's meinst, + ich werde es machen.

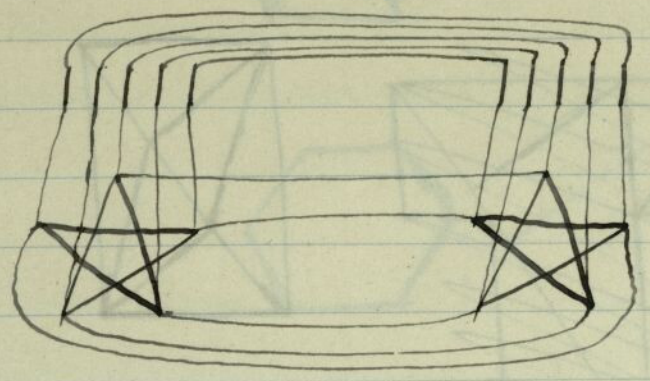
Aber kann ich denn nicht sagen, die Figur zeige, wie eine solche Zuordnung möglich ist – + muß sie darum also nicht auch sehen, daß sie möglich ist?" –

Was war denn damals der Sinn davon, daß wir vorschlugen den Formen der

5 parallelen Striche + des Fünfecksterns Namen beizulegen? Was ist damit geschehen, daß ~~man ihnen~~ sie Namen erhalten gebriegt haben? Es wird dadurch (wohl) etwas über die Art des Gebrauchs dieser Figuren angedeutet. ~~Und zwar~~ Nämlich: daß man sie auf einen Blick als die ~~+ die~~ erkennt; man denkt ~~nicht~~ dran, ihre Striche oder Ecken abzuzählen zu zählen, sondern erkennt sie als Gestalttypen, wie man Messer + Gabel, die Buchstaben + Ziffern erkennt. //; man denkt zählt dazu nicht ihre Striche oder Ecken; nicht dran.... ~~sondern~~ sie sind für uns Gestalttypen, wie Messer + Gabel, die Buchstaben + Ziffern. //

Ich kann also auf den Befehl: "Zeichne eine H.!" (z.B.) diese Form unmittelbar ~~reproduzieren~~ wiedergeben. — Nun lehrt mich der Beweis eine Zuordnung der jener beiden Formen. (Ich möchte sagen, es seien in dem Beweis nicht bloß einfach diese individuellen Figuren zugeordnet, ~~sondern~~ die Formen selbst. Aber das heißt doch nur, daß ich mir jene Formen gut einpräge; als Paradigmen einpräge.) Kann ich nun, wenn ich (~~die Formen~~) H. + D. einander so zuordnen will, nicht in Schwierigkeiten geraten — indem etwa eine Ecke unten zuviel, oder oben ein Strich zu viel ist? — "Aber doch nicht, wenn Du wirk-

lich wieder H. + D. gezeichnet hast! - Und das läßt sich ja beweisen; sieh diese Figur an!"

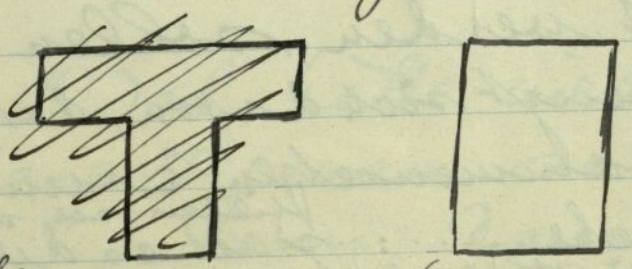


- Diese Figur lehrt mich eine neue Art der Kontrolle dafür, daß ich wirklich die gleichen Figuren hingezeichnet habe; aber kann ich, wenn ich mich genau nach dieser Vorlage richten will, nicht dennoch in Schwierigkeiten geraten? Ich sage aber: ich bin sicher, daß ich normalerweise in keine Schwierigkeiten kommen werde.

Was tut nun diese Überlegung? —

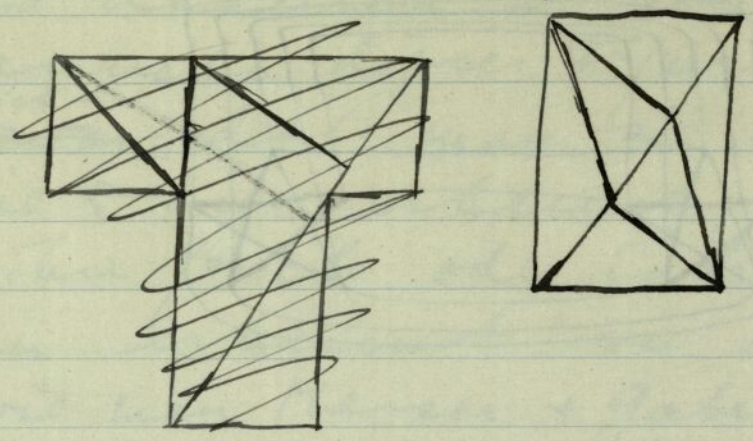
[S. 59.]

Es gibt ein Geduldspiel, das darin besteht, eine gewisse Figur, z.B. diese:



aus gegebenen Teilen (Plättchen) zusammen

zusehen. Die Teilung der Figur ist eine solche, so, daß es uns schwer wird, die richtige Zusammenstellung der Teile zu finden. Sie sei etwa diese:



Was findet der, dem die Zusammensetzung gelingt? — Er findet: eine Lage — an welche er früher nicht gedacht hat. — Gut; aber dann muß man also nicht sagen: er überzeugt sich davon, daß man ~~ein Viereck~~ + ein Sechseck ~~Teile~~ so zusammenlegen kann? — Aber sag mir: — dieses Dreieck + das Sechseck, welche man so zusammenlegen kann: sollen sie schon so ineinander liegen, oder noch nicht, + erst so zusammengelegt werden? // : sollen es sind es die, die sein, welche schon so ineinander liegen, oder die, welche erst so zusammengelegt werden sollen? //

// er überzeugt sich davon, daß man diese Teile so zusammensetzen kann? — Aber ~~sind~~ liegen sie schon das Rechteck, ~~diese~~ Dreiecke.....: sind es die, welche oder das Rechteck bilden, oder Dreiecke, die erst so zusammengesetzt werden sollen? // [Im letzteren Falle S. 59 auslassen.]

"Ich h

und

so

zusa

habe

sich

zusa

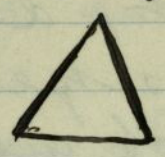
Wen

das

setzen

nicht

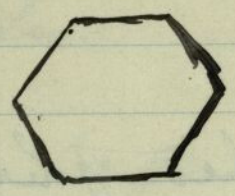
"Ich habe nicht gewußt, daß man



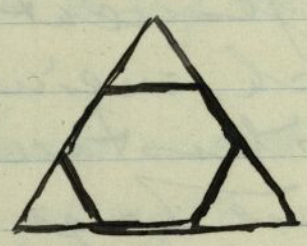
?

und

[Zu S. 57.]

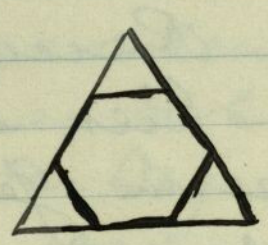


so



zusammenlegen kann."

Kann man auch sagen: "Ich habe ~~[illegible]~~ gedacht, man könne sie nicht so



zusammenlegen"?

Wer sagt: "Ich hätte nicht geglaubt, daß man diese Figuren so zusammensetzen kann", dem kann man doch nicht, auf das zusammengesetzte

geduldspiel zeigend, sagen: "So, Du hast nicht geglaubt, daß man die Stäbe so zusammen setzen kann?" — Er würde antworten: "Ich meine: ich habe an diese Art der Zusammensetzung gar nicht gedacht."

Denken wir uns die physikalischen Eigenschaften der Teile des Geduldspiels so, daß sie in die gesuchte Lage nicht kommen können. Ich meine aber nicht, daß man einen Widerstand empfindet, wenn man sie in diese Lage bringen will, sondern man macht einfach alle anderen Versuche, nur den nicht, die Stäbe können auch durch Zufall nicht in diese Lage. Es ist gleichsam diese Lage aus dem Raum ausgeschlossen. Als wäre hier ein "blinder Fleck", etwa in unserem Gebirn. — Und ist es denn nicht so, wenn ich glaube, alle möglichen Stellungen versucht zu haben & an dieser, wie durch Verhexung, immer vorbeigegangen bin?

Kann man nicht sagen: die Figur, die Dir die Lösung zeigt, beseitigt eine Blindheit; oder auch, sie ändert Deine Geometrie? Sie zeigt Dir gleichsam eine neue

Dimension des Raumes. (Wie wenn man einer Fliege den Weg aus dem Fliegenglas zeigte.)

Ein Wesen hat diese Lage mit einem Bann umzogen (belegt) + aus unserm Raum ausgeschlossen.

Die neue Lage ist wie aus dem Nichts entstanden. Dort, wo früher nichts war, dort ist jetzt auf einmal etwas.

In wiefern hat Dich denn die Lösung davon überzeugt, daß man das + das kann? – Du konntest es ja früher nicht – + jetzt kannst Du es etwa. –

Du hast mir einen Weg gezeigt, den ich bisher nicht gesehen hatte. – Aber war dieser Weg nicht immer schon im Raum? – Das heißt nichts. Der Weg, von dem ich rede, ist ein wirklicher Weg – der mir nun zur als Vorlage dient. – Aber Du hast doch früher geglaubt, daß es diesen Weg nicht gibt! – Das heißt: ich bin nicht im Stande gewesen, mir diesen Weg vorzustellen. – Aber Du hast also versucht, Dir ihn vorzustellen – wie hast Du das gemacht? – Ich habe verschiedenes getan, was man in diesem

?

Fall "versuchen ....." nennt. Was tue ich denn, wenn ich versuche, das Geduldsspiel richtig zusammenzustellen + es nicht treffe? Nun ich mache verschiedene Zusammenstellungen dieser Figuren. Ist an diesen Zusammenstellungen etwas falsch? - Ich bin unbefriedigt, ich zerstöre sie wieder; ich sage auch: "das muss herauskommen" + zeige auf den Raum der fertigen Figur. - Wenn es mir gelingt diesen Wunsch zu treffen, so bin ich befriedigt, sage, es sei mir gelungen. — + Nein, das ist nicht genug: ich bin befriedigt, wenn es mir gelingt, dies, diese Zusammenstellung dieser Figuren, zu legen. Das heißt also: - wenn ich sie lege.

Worauf mache ich aufmerksam? - Darauf, daß der Wunsch die Figur zu legen in diesem Falle anders aussieht, als in dem Falle, in welchem ich wünsche, diese Zusammenstellung, auf welche ich im Bild zeigen kann, in der Lage zu legen. Der Wunsch sieht anders aus, das ~~Probieren~~ Versuchen Probieren sieht anders aus, aber die Lösung sieht in beiden Fällen gleich aus.

Und der mich 'überzeugt hat, daß man es machen kann', hat mir im einen Fall eine Vorlage gegeben – + das heißt hier: 'mich in Stand setzen, es zu machen'. Im anderen Fall hätte er mir etwa gezeigt, daß er die Kraft hat, etwas zu tun, wo. zu ich (nicht) die Kraft habe.

"Ja, Du hast mich überzeugt, daß die H + der S gleichzahlig sind." – Wie hat er mich überzeugt? Er hat mir ein Bild gezeigt, das ich bis dahin nicht gesehen hatte. – Ja, aber er hat Dich dadurch von der Möglichkeit dieses Bildes überzeugt, an die Du früher nicht geglaubt hattest. – Aber hier muß man sich fragen: worin es bestand, 'nicht an diese Möglichkeit zu glauben'? Ich hatte etwa 'versucht', sie zu sehen (siehe oben), aber sie nicht gesehen. Und das heißt doch: ich hatte das Bild nicht gesehen.

Besser wäre es gewesen, zu sagen: er hatte mir eine Möglichkeit gezeigt, die ich nicht gekannt hatte. – Aber warum bin ich hier geneigt, zu sagen, er habe mir eine Möglichkeit gezeigt, + nicht einfach 'ein Bild'? Denn ich könnte ja

immer, wenn man mir irgend ein Bild zeigt, das ich bisher noch nicht gesehen hatte, sagen: "Da, du hast mir gezeigt, daß dies möglich ist." Und doch fiele das niemandem ein. — Obwohl das auch einfach die Formel sein könnte, mit der man ausdrückt; man habe das (Mögliche) noch nicht gesehen.

Nun, die Möglichkeit ist doch wohl eine, die früher beschrieben wurde, z.B.: "die Figuren auf diese Weise einander zuzuordnen". Und diese Aufgabe ist von der Art der des Geduldspiels.

Frage dich: in welchem Verhältnis steht die Aufgabestellung zur Lösung. Da, man kann wohl sagen: die Aufgabe "beschreibt" die Lösung. Verschiedene Anwendungen des Wortes "beschreiben".

Es schien zuerst, als sollten diese Überlegungen zeigen, daß "wo ein logischer Zwang zu sein scheint, in Wirklichkeit nur ein psychologischer ist" — + da fragte es sich doch: kennen wir also beide Arten des Zwanges?! —

Heute hörte ich wurde der Ausdruck gebraucht: "Das Gesetz § ..... bestraft den

Mörder mit dem Tode." Das könnte doch nur heißen, dieses Gesetz laute: u.s.w.. Diese jene Form des Ausdrucks aber könnte sich uns aufdrängen, weil das Gesetz Mittel ist, wenn der Schuldige der Bestrafung zugeführt wird. – Nun reden wir von 'Unerbittlichkeit' bei denen, die jemand bestrafen. Da könnte es uns einfallen zu sagen: das Gesetz ist unerbittlicher, als alle Menschen, denn sie können den Schuldigen laufen lassen, das Gesetz richtet ihn hin. //: das Gesetz ist unerbittlich: die Menschen können den Schuldigen laufen lassen, (ja .....). ....// (Oder sogar: "das Gesetz richtet ihn immer hin".) – Wozu ist so eine Ausdrucksform zu gebrauchen? – Zunächst sagt dieser Satz ja nur, im Gesetz stehe das & das, & die Menschen richten sich manchmal nicht danach. Dann aber zeigt er doch das Bild des einen unerbittlichen – & vieler laxer Richter. Er dient darum als Ausdruck des Respekts vor dem Gesetz. Endlich aber kann man die Ausdrucksform auch so gebrauchen, daß man ein Gesetz 'unerbittlich' nennt, wenn es eine Möglichkeit der Begnadigung nicht vorsieht & im entgegengesetzten Fall etwa 'einsichtig'.

Wir reden nun von der 'Unerbittlichkeit' der Logik; + deuten uns die logischen Gesetze unerbittlich, ~~[illegible]~~ unerbittlicher noch, als die Naturgesetze. Wir machen nun darauf aufmerksam, wie das Wort "unerbittlich" auf mehrerlei Weise angewendet wird. Es entsprechen unsern logischen Gesetzen sehr allgemeine Tatsachen der täglichen Erfahrung. Es sind die, die es uns möglich machen, jene Gesetze immer wieder auf einfache Weise (z.B. mit Tinte auf Papier) zu demonstrieren. Sie sind zu vergleichen mit jenen Tatsachen, welche die Messung mit dem Meterstab (maß) leicht ausführbar + nützlich machen. Das legt den Gebrauch gerade dieser Schlußgesetze nahe, + nun sind wir unerbittlich in der Anwendung dieser Gesetze. Weil wir 'messen'; + es gehört zum Messen, daß Alle das gleiche Maß haben.

Außerdem aber kann man unerbittliche, d.h. eindeutige, von nicht eindeutigen Schlußregeln unterscheiden, ich meine von solchen, die uns eine Alternative freistellen.

Ich sagte, 'ich lasse mir das + das als Beweis dieses Satzes gefallen' – aber kann ich mir die Figur, die die Stücke des Geduldspiels zusammengefügt zeigt, nicht als Beweis dafür gefallen lassen, daß man jene Stücke zu diesem Ganzen zusammensetzen kann?

Aber denke nun eines der Stücke liege so, daß ~~sein Bild im~~ das Spiegelbild des entsprechenden Teils der Vorlage ist. Er will nun die Figur nach der Vorlage zusammensetzen, glaubt sieht, es muß gehen, kommt aber nicht auf den Einfall das Stück umzuwenden + findet daß ihm das Zusammensetzen nicht gelingt.

Wie schätzt man: wieviel Uhr es ist; ich meine aber nicht, nach äußeren Anhaltspunkten, dem Stand der Sonne, der Helligkeit im Zimmer u. dergl. – Man fragt sich etwa: "wieviel Uhr kann es sein?", überlegt einen Augenblick; d. h. hier: man hält sich ruhig, stellt sich vielleicht etwa das Zifferblatt vor; + dann sagt spricht man die + die Zeit aus. – Oder man überlegt sich mehrere Möglichkeiten.

ten: man denkt sich eine Zeit, dann eine andre, + bleibt endlich bei einer stehen. So + ähnlich geht es vor sich. — Aber ist nicht der Einfall von einem Gefühl der Überzeugung begleitet; + heißt das nicht, daß er nun mit ~~irgend~~ einer inneren Uhr übereinstimmt? — Nein, ich lese die Zeit von keiner Uhr ab; ein Gefühl der Überzeugung ist in so fern da, als ich mir ohne Empfindungen des Zweifels ~~sagen~~ mit Ruhe + Sicherheit eine Zeit sage. — Aber schnappt ~~[illegible]~~ nicht etwas bei dieser Zeitangabe ein? — Nichts, das ich wüßte; wenn Du nicht das Zur-Ruhe-Kommen der Überlegung, das Stehenbleiben bei auf einer Zahl so nennst. Ich hätte auch hier nie von einem 'Gefühl der Überzeugung' geredet, sondern gesagt: "ich habe eine Weile überlegt + mich dann dafür entschieden, daß es ..... Uhr ist. Wonach aber hab' ich mich entschieden? Ich hätte vielleicht gesagt: "bloß nach dem Gefühl"; das heißt nur: ~~[illegible]~~ ich habe es dem Einfall überlassen. — Aber Du mußtest Dich doch wenigstens zum Schätzen in einen bestimmten Zustand versetzen;

und Du nimmst doch nicht jede Vorstellung irgend einer Zeitangabe, als Angabe der richtigen Zeit! — Wie gesagt: ich hatte mich gefragt, "wieviel Uhr mag es sein?", d.h. ich habe diese Frage nicht, z.B., in einem Erzählung gelesen, noch sie als Ausspruch eines Andern zitiert, noch mich im Aussprechen dieser Worte geübt, usf. — nicht unter diesen Umständen habe ich die Worte gesprochen. — Aber unter welchen also? — Nun, ich ~~[illegible]~~ + dachte an mein Frühstück + ob es heute spät damit würde. Solcherart waren die Umstände. — Aber siehst Du denn wirklich nicht, daß Du doch in einem, wenn auch (gleichsam) quasi ungreifbaren, für das Schätzen der Zeit charakteristischen Zustand, gleichsam in einer dafür charakteristischen Atmosphäre warst? — Ja, das Charakteristische war, daß ich mich fragte: "Wieviel Uhr mag es sein?" — + hat dieser Satz eine bestimmte Atmosphäre, wie soll ich sie von ihm selbst trennen können? Es wäre mir nie eingefallen, der Satz hätte einen solchen Dunstkreis, wenn mir nicht eingefallen, ich nicht daran gedacht hätte,

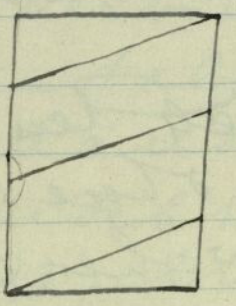
wäre, wie man sie auch anders — als Zitat, im Scherz, als Sprechübung, etc. — sagen kann. Und da wollte ich auf einmal sagen, da erschien es mir auf ein. mal: ich müßte die Worte doch irgendwie besonders gemeint haben; nämlich nicht anders, als in jenen anderen Fällen. Es hätte sich mir das Bild von der besonderen Atmosphäre aufgedrängt; ich sehe sie förmlich vor mir — solange ich nämlich nicht auf das sehe, was nach meiner Erinnerung wirklich gewesen ist.

Und so das Gefühl der Sicherheit anbelangt: so sage ich mir manchmal: "ich bin sicher, es ist so viel Uhr", + in mehr oder weniger sicherem Tonfall, etc. Fragst Du mich nach dem Grund für diese Sicherheit, so habe ich keinen.

Wenn ich sage: ich lese es aus meiner inneren Uhr ab, so ist das ein Bild, dem doch nur entspricht, daß ich diese Vergangene gemacht habe. Und der Zweck des Bildes ist in diesem Fall, wie dem anderen anzugeben. Ich strebe mich, die beiden verschiedenen Fälle auseinanderzuhalten.

Von großer Wichtigkeit ist die Idee der ~~Unfreifbarkeit~~ jenes Zustandes beim Schätzen der Zeit. ~~schätzen~~ der Zeitschätzung. Warum ist er unfreifbar? Ist es nicht, weil wir ~~es~~, was an dem Zustand, in welchem wir uns befinden, greifbar ist, uns weigern, zu dem spezifischen Zustand zu rechnen, den wir postulieren?

Man kann ein Rechteck aus zwei Parallelogrammen + zwei Dreiecken zusammensetzen. Beweis:



Ein Kind würde die Zusammensetzung eines Rechtecks aus diesen Bestandteilen schwer treffen + davon überrascht sein, daß zwei Seiten der Parallelogramme in eine gerade Linie fallen, wo doch die Parallelogramme schief sind. - Es könnte ihm vorkommen, daß das Rechteck gleichsam durch Zauberei aus diesen Figuren wird. Da ~~-~~ es muß zugeben, daß sie nun ein Rechteck bilden, aber durch einen Bruch, durch eine vertrackte

stellung, auf unnatürliche Weise.

Ich kann mir denken, daß das Kind, wenn es die beiden Parallelogramme in der Weise zusammengelegt hat, seinen Augen nicht traut, wenn es sieht daß sie so zusammenpassen. 'Sie sehen nicht aus, als ob sie so zusammenpaßten.' Und ich könnte mir denken, daß man sagte: Es erscheint uns nur durch ein Blendwerk, als gäben sie das Rechteck – in Wirklichkeit haben sie ihre Natur verändert, sie sind nicht mehr die Parallelogramme.

Aber kann ich den Satz der Geometrie nicht auch ohne Beweis glauben, z.B. auf die Versicherung eines Anderen hin? – Und was verliert der Satz, wenn er seinen Beweis verliert? – Ich soll hier wohl fragen: "was kann ich mit ihm anfangen?!", denn darauf kommt es an. Den Satz auf die Versicherung des Anderen annehmen – wie geht sich das? Ich kann ihn z.B. in weiteren Sprachoperationen verwenden, oder ich verwende ihn bei der Beurteilung eines physikalischen Sachverhalts. Versichert mich jemand z.B., 13 mal 13 sei 396, + ich glaube ihm,

so werde ich mich nun wundern, daß ich 396 Nüsse nicht in 13 Reihen zu je 13 Nüsse legen kann + vielleicht annehmen die Nüsse hätten sich von selbst vermehrt.

Aber ich fühle mich versucht, zu sagen: man könne nicht glauben, daß 13 × 13 = 396 ist, man könne diese Zahl nur mechanisch vom Andern annehmen. Aber warum soll ich nicht sagen, ich glaubte es? ~~Es~~ Ist denn, es glauben ~~ist~~ ~~je~~ kein geheimnisvoller Akt, der, sozusagen, unterirdisch // unter der Erde // mit der richtigen Rechnung in Verbindung ~~steht~~ ist? Ich kann doch jedenfalls sagen: "ich glaube es", + nun danach handeln.

Man möchte (hier) fragen: "Was tut der, der glaubt, daß 13 × 13 = 396 ist?" Und man kann die Antwort kann sein: antworten: Nun, das wird davon abhängen, ob er z.B. die Rechnung selber gemacht + sich (dabei) verschrieben hat, – oder ob sie zwar ein Anderer ~~A~~ gemacht hat, er aber doch weiß, wie man so eine Rechnung macht, – oder ob er nicht multiplizieren kann, aber weiß daß ~~396~~ das Produkt die Zahl der Leute ist, die in 13 Reihen zu je 13 stehen, – kurz davon, was er denn mit der Gleichung 13 × 13 = 396 anfangen kann.

denn, sie prüfen, ist etwas mit ihm anfangen.

Denkt man nämlich an die arith. metische Gleichung als den Ausdruck einer einfachen Relation, so möchte man sagen: "Er kann ja gar nicht glauben, daß 13×13 dies ergibt, weil das ja beim Multiplikation von 13 mit 13, oder beim Ergeben ist, wenn 396 am Ende steht." Das Wort "aber" (nur), daß man das Wort "glauben" für den Fall einer Rechnung + ihres Resultats auf das Resul. tat einer Rechnung nicht anwenden will, - oder nur dann, wenn man die richtige Rechnung vor sich hat.

"Was glaubt der, der glaubt 13×13 ist 396?" - Wie tief dringt er - könnte man sagen - mit seinem Glauben in das Verhältnis dieser Zahlen ein? Denn bis zum Ende - wollen wir sagen - kann er nicht dringen, sonst könnte er es nicht glauben. // oder er könnte es nicht glauben. //

Aber wann dringt er in die Verhältnisse der Zahlen ein? Gerade während er sagt, daß er glaubt .....? Darauf wirst Du nicht bestehen - denn es ist leicht zu

sehen, daß jener dieser Schein nur durch die Oberflächenform ~~[illegible]~~ unsrer Grammatik – wie man es nennen könnte – er zeugt wurde wird.

Denn ich will sagen: "Man kann nur sehen, daß 13×13 = 369 ist, & man kann auch das nicht glauben. Man kann nur, und man kann mehr noch, mehr oder weniger blindlings blind eine Regel annehmen." Und was tue ich, wenn ich dies sage? Ich mache einen Schnitt; zwischen der einer Rechnung mit ihrem Resultat (d.i. einem bestimmten Bild, einer bestimmten Vorlage) – & einem dem Experiment Versuch (mit ...) mit seinem ~~Ergebnis~~ Ausgang.

Ich möchte sagen: "Wenn ich glaube, daß $\overset{13}{x} \times \overset{13}{y} = \overset{169}{z}$ ist – & es kommt ja vor, daß ich so etwas glaube, sage, daß ich es glaube – so glaube ich nicht den mathematischen Satz, denn der steht am Ende eines Beweises, ist das Ende eines Beweises; sondern ich glaube, daß dies die Formel ist, die dort & dort steht, die ich so & so erhalten werde, u. dergl.." – Und dies klingt ja, als dränge ich in den Vorgang des Glaubens eines solchen Satzes ein. Während ich nur – in ungeschickter Weise – auf den

fundamentalen Unterschied der Rollen deute – eines arithmetischen Satzes + eines Erfahrungssatzes, im Gegensatz zu ihrer scheinbaren Ähnlichkeit.

Denn ich sage eben unter gewissen Umständen: "ich glaube, daß $x \times y = z$ ist". Was meine ich damit? — Was ich sage! — Wohl aber ist die Frage interessant: unter was für Umständen sage ich dies; + wie sind sie charakterisiert im Gegensatz zu denen von (einer ~~eines Satzes~~ der Aussage): "ich glaube, es wird regnen"? Denn was uns beschäftigt ist ja dieser ~~Unterschied~~ Gegensatz. Wir verlangen danach ein Bild zu erhalten von der Verwendung der mathematischen Sätze + ~~auch~~ der Sätze "ich glaube, daß ....." wo auf das "daß" ein ~~mathematischer~~ Satz (der Mathematik) folgt. //, wo ein mathematischer Satz der Gegenstand des Glaubens ist. //

"Du glaubst doch nicht den mathematischen Satz." Das heißt: "mathematischer Satz" bezeichnet mir eine Rolle, ein Sprachspiel, worin ein Glauben nicht vorkommt. // eine Rolle für den Satz, eine Funktion, in der ein Glauben nicht vorkommt. //

Vergleiche: "Wenn Du sagst: 'ich glaube, daß das Rochieren so + so geschieht', so glaubst

Du nicht die Schachregel, sondern Du glaubst etwa, daß ~~dies~~ so eine Regel des Schach lautet."

~~Was nenne ich~~ "Man kann nicht glauben, die Multiplikation 13×13 liefere ~~[illegible]~~ 369, weil das Resultat zur Rechnung gehört." — Was nenne ich "die Multiplikation 13×13"? Nur das richtige Multiplikationsbild, an dessen unterem Ende 369 steht? oder auch eine "falsche Multiplikation"?

Wie ist festgelegt, welches Bild die Multiplikation 13×13 ist? — Ist es nicht durch die Multiplikationsregeln bestimmt? — Aber wie, wenn Dir mit Hilfe dieser Regeln heute etwas anderes herauskommt, als was in allen Rechenbüchern steht? Ist das nicht möglich? — "Nicht, wenn Du die Regeln anwendest, wie sie!" — Freilich nicht! Aber das ist ja ein Pläonasmus. Und wo steht, wie sie anzuwenden sind — + wenn es wo steht; wo steht, wie dies anzuwenden ist? Und das heißt nicht nur: in welchem Buch steht es, sondern auch, in welchem Kopf? — Was ist also die Multiplikation 13×13 — oder, wonach soll ich mich beim Multiplizieren richten: nach den Regeln, oder nach der Multiplikation, die

in den Rechenbüchern steht? # wenn diese beiden nämlich nicht übereinstimmen. — Nun, es kommt tatsächlich nie vor, daß der, welcher rechnen gelernt hat, bei dieser Multiplikation hartnäckig etwas anderes herausbringt, als was in den Rechenbüchern steht. Sollte es aber geschehen; so würden wir ihn für abnorm erklären, + von seiner Rechnung weiter keine Notiz nehmen.

"Du gibst <u>das</u> zu — dann mußt Du <u>das</u> zugeben." — Er <u>muß</u> es zugeben — + dabei ist es möglich, daß er es nicht zugibt. —

"Ich werde Dir zeigen, warum Du es zugeben mußt." — Ich werde Dir einen Fall vor Augen führen, welcher, wenn Du ihn bedenkst, Dich bestimmen wird, so zu urteilen.

Wie können ihn denn die Manipulationen des Beweises dazu bringen, etwas zuzugeben?

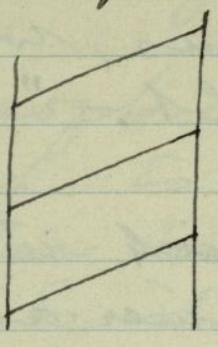
"Du wirst doch zugeben, daß 5 aus 3 und 2 besteht!"

IIIII

Ich will es nur zugeben, wenn ich damit

nichts zugebe. Außer – daß ich dieses Bild verwenden will.

Man könnte z.B. die Figur



als Beweis dafür nehmen, daß 100 Parallelogramme, so zusammengesetzt, einen geraden Streifen geben müssen. Wenn man dann wirklich 100 zusammenfügt, erhält man nun etwa einen schwach gebogenen Streifen. Jener Beweis hat uns aber bestimmt, das Bild + die Ausdrucksweise zu gebrauchen: Wenn sie keinen geraden Streifen geben, sind sie ungenau hergestellt.

Denke nun, wie dann mich das Bild, das du mir zeigst (oder der Vorgang) dazu verpflichten, nun so + so immer zu urteilen!

Da, liegt hier ein Experiment vor, so ist eines ja doch zu wenig, mich zu irgend einem Urteil zu verbinden.

Der Beweisende sagt: "Schau diese

Figur an! Was wollen wir dazu sagen? Nicht, daß ein Rechteck aus ..... besteht?–"

Oder auch: "Das nennst Du doch 'Parallelogramme' + das 'Dreiecke' + so sieht es doch aus, wenn eine Figur aus andern besteht.–"

"Ja, Du hast mich überzeugt: ein Rechteck besteht immer aus ....." – Würde ich auch sagen: "Ja Du hast mich überzeugt: dieses Rechteck (das des Beweises) besteht aus ....."? Und dies wäre ja doch der bescheidenere Satz; den auch der zugeben sollte, der etwa den allgemeinen Satz (noch) nicht zugibt. Seltsamerweise aber scheint der, der das zugibt, nicht den bescheideneren geometrischen Satz zuzugeben, sondern gar keinen Satz der Geometrie. Freilich, – denn bezüglich des Rechtecks des Beweises hat er mich ja von nichts überzeugt. (Über diese Figur, wenn ich sie früher gesehen hätte, wäre ich ja in keinem Zweifel gewesen.) Ich habe aus freien Stücken, was diese Figur anbelangt, alles zugestanden. Und er hat mich nur mittels ihrer überzeugt. – Aber anderseits, wenn er mich nicht einmal bezüglich dieses Rechtecks von etwas überzeugt hat, wie dann erst von

einer Eigenschaft anderer Rechtecke?

Wir halten gefl. deutlich an der kindischen Schwierigkeit fest.

Wer philosophiert, leidet unter einem Sprachkrampf. Es ist der sprachliche Übergang in die krampffreie Stellung (Lage) zu suchen. // Es ist der sprachliche Übergang zu suchen in die krampffreie Lage. //

S Wenn ich ein Rechteck als auf diese Weise zusammengefügt sehe, so vergleiche ich dies damit dem Vorgang: meine Blicke dringen in das Innere des Gefüges der Figur + sehen dort diese Zusammenfügung. Man könnte (könnte) ja auch sagen: "ich könnte es nicht zusammengesetzt sehen, wenn es nicht zusammengesetzt wäre."

S "Ich wusste nicht, daß diese Formen aus diesen Formen besteht." — So hat's Dich das Bild gelehrt.

Du hast etwas Neues gesehen — + willst sagen, Du habest erkannt, daß das Alte so + so zusammengesetzt ist.

S' "Ich habe nicht gewusst, daß die Rechtecke so zu

aus diesen Formen besteht."

Es ist, als wäre die Form aus diesen Formen gemacht, geschweißt.

'Ja, die Form sieht nicht so aus, als könnte sie aus zwei windschiefen Teilen bestehen.'

Was überrascht Dich? Doch nicht, daß Du jetzt diese Figur vor Dir siehst! Mich überrascht etwas in dieser Figur. – Aber in dieser Figur geht ja nichts vor!

Mich überrascht die Zusammenstellung des Schiefen mit dem Graden. Mir wird – gleichsam – schwindlig. Das ist vergleichbar damit, daß Einem schwindlig wird, der eine Spirale ansieht.

'Mich überrascht, daß die windschiefen Stücke ein Gerades geben. (Ich hätte es nicht gedacht.)' – Ja, das ist so, als hätte ich sie zusammengesetzt. Sie haben nicht ausgesehen als würden sie zu etwas Geradem zusammenpassen, ich hatte mir etwas Winkeliges erwartet. – Aber kann ich mir denn beim Anblick der geteilten Rechtecksfigur etwas Winkeliges erwarten?! –

Eher könnte ich sagen: "Es will

mir nicht recht ein, daß diese Stücke das ergeben." Das ist (aber) gleichsam ein Ausdruck des Schwindels.

Ich sage aber doch wirklich: "Ich habe mich überzeugt, daß man die Figur aus diesen Teilen legen kann", wenn ich nämlich etwa die Abbildung der Lösung des Geduldspiels gesehen habe.

Wenn ich nun einem das sage, so will ich doch sagen: "Versuch nur! Diese Stücke, richtig gelegt, geben wirklich die Figur." Ich will ihm aufmunternd etwas zu tun + sage ihm einen Erfolg voraus. Und die Voraussage beruht auf der Leichtigkeit, mit der sich die Figur aus den Stücken legen läßt, sobald man (weiß) wie.

S [S. 90] Du bist erstaunt über das, was dir der Beweis zeigt. Aber bist Du erstaunt darüber, daß sich diese Stücke haben fügen lassen? Nein. Du bist erstaunt, nur wenn Du dir sagst, daß zwei solche Stücke diese Form geben. Wenn Du Dich also in die Situation hineindenkst: Du habest Dir etwas anderes erwartet + nun sähest Du das Ergebnis.

Ms-117,83

"Aus dem folgt unerbittlich das." Ja, in dieser Demonstration geht es aus ihm hervor.

Und eine Demonstration ist die für den, der sie als Demonstration anerkennt. Wer sie nicht anerkennt, wer ihr nicht als Demonstration folgt, der trennt sich von uns eben, ehe es zu einer "Rede" zur Sprache kommt. // der trennt sich von uns, noch ehe es zu der zur Sprache kommt. //

IIIII Hier haben wir etwas, was unerbittlich anschaut. Und doch: 'unerbittlich' kann es nur in seinen Folgen sein! Denn sonst ist es nur ein Bild.

Worin besteht denn die Fernwirkung – wie man's nennen könnte – dieses Diagrammes?

Ich habe einen Beweis gelesen – nun bin ich überzeugt. – Wie, wenn ich diese Überzeugtheit sofort vergäße!

Denn es ist ein eigentümliches Vorgehen; daß ich den Beweis durchlaufe + dann sein Ergebnis annehme. — Ich meine: so machen wir es eben. Das ist

so bei u
unserer

drei, u
daß ich

Und ist
so an
Gruppen

Spiel s
wie eine
aussich
(etwa de
ich ihn
führen:
dann
pen ein
er, so
einande

ich bei
ich als
gut wie

so bei uns der Brauch, oder eine Tatsache unserer Naturgeschichte.

"Wenn ich fünf habe, so habe ich drei, und zwei." —— Aber woher weiß ich, daß ich fünf habe? – Nun, wenn es so

IIIII aussschaut.–

Und ist es auch gewiß, daß, wenn es so ausschaut, ich es immer in solche Gruppen zerlegen kann?

Es ist Tatsache, daß wir das folgende Spiel spielen können: Ich lehre Einen, wie eine Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfergruppe aussieht, + ich lehre ihn Striche einander (etwa durch Striche) eins zu eins zuordnen; dann lasse ich ihn immer je zweimal den Befehl ausführen: "Zeichne eine Fünfergruppe" – + dann den Befehl: "Ordne die beiden Gruppen einander zu"; + da zeigt es sich, es zeigt sich, daß er, so gut wie immer, die Striche restlos einander zuordnet.

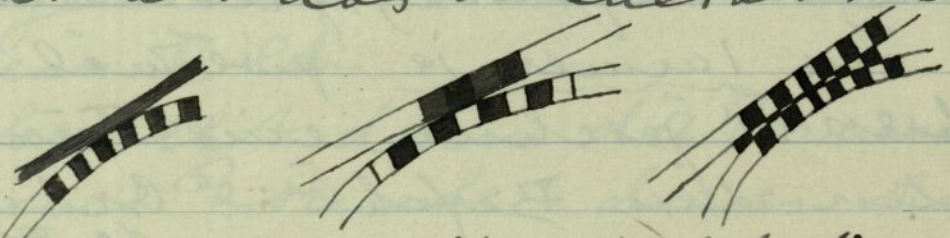
Oder auch: es ist Tatsache, daß ich bei der 1→1 Zuordnung dessen, was ich als Fünfergruppen hinzeichne, so gut wie nie in Schwierigkeiten komme.

Ich soll das Geduldspiel zusammen-

legen, ich versuche hier + her, bin zweifel-
haft, ob ich es zustande bringen werde.
Nun zeigt mir jemand das Bild der Lösung:
– nun sage ich – ohne irgend einen Zweifel –
"jetzt kann ich's!" – Ist es denn sicher,
daß ich es nun zusammenbringen werde? –
Aber die Tatsache ist: ich zweifle nicht daran.

Wenn nun jemand fragte: "Worin
besteht die Fernwirkung jenes Bildes?" –
Doch in seiner Anwendung, wo immer es sei.

Ich sagte einmal es sei Zeichen
Erfahrungstatsache; daß die Tangente ei-
ner variablen Kurve ein Stück mit die-
ser gemeinsam läuft; + wenn dies eine Figur
zeige, so nicht als das Resultat eines
Experiments.



Man könnte auch sagen: Du siehst hier, daß
Stücke einer kontinuierlichen variablen
Kurve gerade sind. – Aber sollte ich nicht
sagen: – "Das nennst Du doch eine 'Kurve'! –
Und nennst Du dieses Stückchen nun 'krumm'
oder 'gerade'? – Das nennst Du doch eine 'Ge-
rade', + sie enthält dieses Stück."

Aber warum sollte man nicht für
variable streben, ~~die sowohl sie~~ einer Kurve,

die
~~aber~~
~~als~~ auch in einer Geraden liegen, können ~~[illegible]~~ //, die
~~sowohl~~ in einer ~~Gerade~~ Kurve ~~[illegible]~~ eigen, aber auch in einer
Geraden ~~Linie~~ können liegen,// ein neues Wort ge
brauchen? // für visuelle Gestalten einer
Kurve, die, allein betrachtet, keine Krümmung
zeigen, einen neuen Namen gebrauchen.?//

"Das Experiment des Ziehens dieser
Linien hat doch gezeigt, daß sie einander sich nicht
in einem Punkt berühren." – Daß sie sich
nicht in einem Punkt berühren? Wie sind
'sie' definiert? Oder: kannst Du mir zeigen,
wie es ist, wenn sie sich 'in einem Punkt
berühren'? Denn warum soll ich nicht
einfach sagen: das Experiment hat ergeben,
daß sie – nämlich eine Krumme & eine gerade
Linie – einander berühren? Denn ist das
nicht, was ich "Berührung" solcher Linien
nenne?

[Siehe S. 88]

Wie, wenn jemand sagte: "Die Erfah-
rung lehrt mich, daß diese Linie

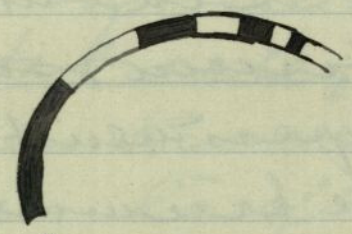
Krumme ist"? – Da wäre zu sagen, daß hier
die Worte "diese Linie", die auf dem Papier
gezogene Strich bedeuten. gezogene physikalische Linie bedeuten. Man
kann ja tatsächlich den Versuch anstellen.

+ diesen Strich verschiedenen Menschen zeigen + fragen: "Was siehst Du; eine gerade, oder eine krumme Linie?" —

Wenn aber jemand sagte: "Ich stelle mir jetzt eine krumme Linie vor", + wir ihm darauf sagen: "Da siehst Du also, daß diese Linie eine krumme ist" — was für einen Sinn hätte das?

[Zu S. 87]

Zeichnen wir einen Kreis aus ~~abwechselnd~~ schwarzen + weißen Stücken, die kleiner + kleiner werden.



"Welches dieser Stücke - von links nach rechts - erscheint Dir schon als gerade?" Dies ist ein Experiment.

Nun kann man aber doch auch sagen: "Ich stelle mir einen Kreis vor aus schwarzen + weißen Stücken, eines ist groß, gekrümmt, die folgenden werden immer kleiner, das sechste ist schon gerade." Wo liegt hier das Experiment?

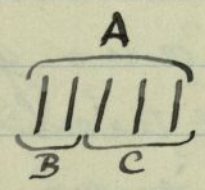
Zu der Vorstellung kann ich rechnen, aber nicht experimentieren.

Zu einer Demonstration einigen wir uns mit jemand. Einigen wir uns ~~[illegible]~~

in ihr nicht, so trennen sich unsere Wege, ehe es zu einem Verkehr mittels dieser Sprache kommt.

Es ist ja nicht wesentlich daß der Eine den Andern mit der Demonstration überzeuge überrede //zwingt//. Es können ja beide sie sehen (lesen), + anerkennen.

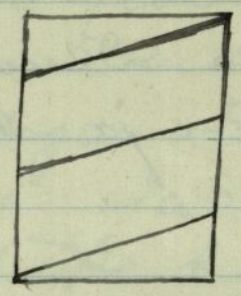
"Du siehst doch – es kann doch keinem Zweifel unterliegen, daß eine Gruppe wie A wesentlich



aus einer wie B + einer wie C besteht!" – Ich sage auch – d.h., ich drücke mich auch so aus – daß die Gruppe, die Du hingezeichnet hast, aus den beiden kleineren besteht; aber ich weiß nicht, ob jede Gruppe, die ich eine von der Art (oder Gestalt) von der Gestalt der ersteren ersten nennen würde, unbedingt aus zwei Gruppen von der Art B + C jener kleineren zusammengesetzt sein wird. – – Ich glaube aber, es wird wohl immer so sein (meine Erfahrung hat mich dies vielleicht gelehrt) + darum will ich als Regel annehmen: Ich will eine Gruppe dann + nur dann eine von der Gestalt A nennen, wenn sie in

zwei Gruppen wie B + C zerlegt werden kann.

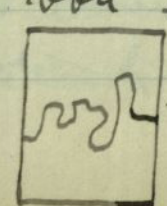
Und so wirkt auch die Zeichnung als Beweis



"Ja wahrhaftig! zwei Parallelogramme stellen sich zu dieser Form zusammen!" (Das ist sehr ähnlich, wie wenn ich sagte: "Ja wirklich! eine Kurve kann aus graden Stücken bestehen.") – Ich hätte es nicht gedacht. – Ja – nicht, daß die Teile dieser Figur oben diese Figur ergeben! Das heißt ja nichts. – Sondern ich erstaune nur, wenn ich denke, ich hätte das obere Parallelogramm (ahnungslos) auf das untere gestellt + sähe nun dieses Ergebnis.

Und man könnte sagen ≠: der Beweis beweist eben das, was Dich überrascht. // der Beweis hat mich von dem überzeugt – was mich überrascht. //

Denn warum sage ich, jene Figur überzeugt mich von etwas, + nicht geradeso auch diese:



sie
Sie geht doch auch, daß zwei solche Stäbe ein Rechteck geben. "Aber das ist unin-
teressant", will man sagen. Und warum
ist es uninteressant?

Wenn man sagt: "Diese Form besteht aus diesen Formen" – so denkt man sich die Form als eine feine Zeichnung, ein fei-
nes Gestell von dieser Form, auf das glei-
sam die Dinge gespannt sind, die diese
Form haben. (Platos Auffassung der Eigenschaft!)

Hiermit ist ein Zusammenhang, den ich oben schrieb: "... daß eine Gruppe wesent-
lich aus ..... besteht".

Wann besteht denn eine Gruppe 'we-
sentlich' aus .....? Das hängt natürlich von der Art der Verwendung der Bezeich-
nung ab, die wir der Gruppe geben. – Meine
Hand hat zwar 5 Finger, aber ich habe nicht gesagt: die Finger meiner Hand bestehen wesentlich aus 3 + 2 (Fingern).

Nun, wesentlich ist es, 'wenn es nicht anders sein kann', + es kann nicht anders sein, wenn die Gruppe mit ihrer Tei-
lung als Paradigma dienen soll.

Der wesentliche Zug ist ein Zug der Darstellungsart.

?

Sieh den Satz an: "Wann besteht denn eine Gruppe 'wesentlich' aus....?" + viele andere, die ich immer wieder gebrauche. Er soll ja heißen: "Wann sagen wir denn: 'eine Gruppe besteht wesentlich....'?" ~~Dies zeigt, wie sehr man geneigt ist, den grammatischen Satz in die Form einer nicht-grammatische Form zu bleiden.~~

Also wird also der grammatische Satz in nicht-grammatische Form gekleidet.

?/ Was ist Dein Ziel in der Philosophie? – Ich zeige der Fliege den Ausweg aus dem Fliegenglas. zeigen.

Dieser Weg zu finden ist, unter gewissen Umständen unmöglich; unter andern ganz leicht, und unter wieder anderen ungemein schwer.

~~Dieser Weg ist in einem Sinne, unmöglich zu finden, + * in einem andern Sinne, ganz leicht~~

"Diese Form besteht aus diesen Formen. Du hast mir eine wesentliche Eigenschaft dieser Form gezeigt." – Du hast mir ein neues Bild gezeigt.

Es ist als hätte Gott sie so zusammengesetzt. — Wir bedienen uns also eines Gleichnisses. Die Form wird zum ätherischen Wesen, welches diese Form hat; es ist als wäre sie ein für allemal

so zusammengesetzt worden (von dem, der die wesentlichen Eigenschaften in die Dinge gelegt hat). Denn wenn wir die Form zum Ding das aus Teilen besteht, so ist (also) der Verursacher der Form ± der, welcher auch Licht + Dunkelheit, Farbe + Härte, etc, geschaffen hat. (Denke jemand sagte: "Die Form.... ist aus diesen Teilen zusammengesetzt; wer hat sie zusammengesetzt? Du?")

Man hat das Wort "Sein" für eine sublimierte, übersinnliche Art von Existieren gebraucht.

// Man hat den Infinitiv "Sein" als Wort für eine sublimiere, übersinnliche Art von existieren verwendet. // Betrachte nun den Satz: "Rot ist (z.B.). Freilich, niemand gebraucht ihn je. Wenn ich mir aber doch einen Gebrauch für ihn erfinden sollte, so wäre es; als einleitende Formel zu Aussagen, die dann von dem Wort "rot", z.B., Gebrauch machen sollen. Beim Aussprechen der Formel blicke ich auf ein Muster der Farbe Rot.

Einen Satz, wie "Rot ist." ist man versucht auszusprechen, wenn man die Farbe mit Aufmerksamkeit betrachtet: also in der gleichen Situation, in welcher man die Existenz eines Dings feststellt (eines Blattähnlichen Insekts z.B.).

Und ich will sagen: wenn man

den Ausdruck gebraucht x x," der Beweis hat mich gelehrt – hat auch davon überzeugt – daß es sich so verhält", (so) ist man noch immer in jenem (demselben) Gleichnis.

Ich hätte auch sagen können: Weselich ist nie die Eigenschaft des Gegenstandes, sondern das Verhältnis der Begriffe.

'Ist (Wenn) die Gestalt der Gruppe dieselbe, (ist,) so muß sie sich so teilen lassen! Denn das gehört zur Gestalt.

~~immer wieder gesagt~~

Wir sind immer zu sehr geneigt, von ~~unerhörten~~ den seltsamsten, nie dagewesenen, Vorgängen zu reden, statt bloß von alltäglichen, allbekannten.

Ein gewisser Behaviorismus ist darum nachahmbar, weil er uns darin übt, an das zu denken, was wir kennen, statt ... womit wir vertraut sind, statt an Fiktionen, die uns die unsere Sprache nahelegt. (Ähnlich: Zeit + Uhr)

Wir werden aber durch unsere Spekulationen gegen unseren Willen zum Ausgefallenen, Seltsamen geführt + es bedarf immer wieder eines Entschlusses + einer Anstrengung, zum Wohlbekannten zurückzukehren!

"Das ist mir nie aufgefallen", – obwohl ich es hundertmal gesehen habe. — Der Zweck eines Experiments ist es nicht, Dich aufmerksam zu machen auf das, was Du schon längst wußtest.

Warum wirken die philosophischen Fragen so beunruhigend, irritierend? Oder soll ich sagen: die philosophischen Fragen entspringen einer (gewissen) Irritation, denn der Denkkrampf ist eben von Irritation begleitet. (Ähnlichkeit mit dem Nägelbeißen.) // Oder soll ich sagen: die philosophischen Fragen gehen aus Beunruhigung hervor; der Denkkrampf.....//

Man kann sagen: Der Philosophierende muß immer wieder trachten zur Ruhe zu kommen.

"War die Gestalt (der Gruppe) dieselbe, so muß sie dieselben Aspekte, Möglichkeiten der Teilung, haben. Hat sie andere (Aspekte), so ist es nicht die gleiche Gestalt; sie hat sich dann vielleicht irgendwie den gleichen Eindruck gemacht; aber dieselbe Gestalt ist sie nur, wenn Du sie auf gleiche Weise zerteilen kannst."

Es ist doch als würde dies das

Wesen der Gestalt aussprechen. – Aber ich sage doch: wer über das Wesen spricht –, konstatiert blos eine Übereinkunft. Und da möchte man doch entgegnen: es gibt doch nichts Verschiedeneres, als ein Satz über die Tiefe des Wesens + einer – über eine bloße Übereinkunft. Wie aber, wenn ich antworte: der Tiefe des Wesens entspricht das tiefe Bedürfnis nach dieser Übereinkunft?

Wenn ich aber sage: "es ist als spräche dieser Satz das Wesen der Gestalt aus", so meine ich: es ist doch, als spräche dieser Satz eine Eigenschaft des Wesens Gestalt aus! – Und nun kann man sagen: das Wesen, von dem er eine Eigenschaft aussagt, + das ich hier das Wesen "Gestalt" nenne, ist das Bild, das wir mit dem Wort "Gestalt" untrennbar verbunden erscheint. // das Bild, das ich nicht umhin kann, mir beim Wort "Gestalt" zu machen.

Wie lernen wir denn schließen? Oder lernen wir es nicht?

Weiß das Kind, daß aus der doppelten Verneinung die Bejahung folgt? – Und wie überzeugt man es davon? Wohl dadurch, daß man ihm einen Vorgang zeigt (eine doppelte Umkehrung, zweimalige

Ms-117,96

Drehung um 180°, u. dergl.) den es nun als Bild der Verneinung annimmt.

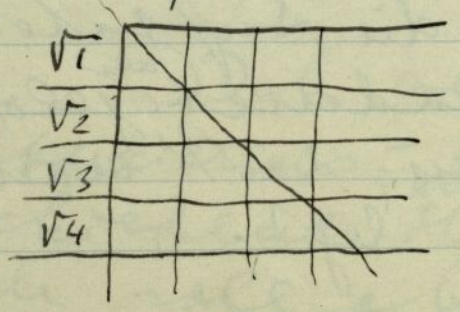
Und man macht den Sinn von "(x)·fx" klar, indem man darauf dringt, daß aus ihm "fa" folgt.

Ist ein Experiment, in welchem wir die Beschleunigung beim freien Fall beobachten, ein physikalisches Experiment, oder ist es ein psychologisches, das zeigt, was Menschen, unter solchen Umständen, sehen? — Kann es nicht beides sein? Hängt das nicht von seiner Umgebung ab ⁝ von dem, was wir damit machen, darüber sagen?

Könnte man nicht sagen: ein bestimmtes Experiment ist etwas erst im Raum einer Theorie?

Ansätze

In wiefern beweist die Diagonalmethode, daß es eine Zahl gibt die — sagen wir — keine Quadratwurzel ist? — Es ist natürlich äußerst leicht zu zeigen, daß es Zahlen gibt die keine Quadr.-W. sind — aber wie zeigt es diese Methode?



Haben wir denn einen allge-

meinen Begriff davon, was es heißt: zeigen daß es eine Zahl gibt die keine dieser unendlichen Menge ist?

Denken wir, jemand hätte diese Aufgabe erhalten eine Zahl zu nennen die von allen $\sqrt[2]{n}$ verschieden ist; er hätte aber vom ~~der~~ Diagonalverfahren nichts gewußt + hätte die Zahl $\sqrt[3]{2}$ als Lösung genannt; + gezeigt daß sie keine $\sqrt[2]{n}$ ist. — Oder er hätte gesagt: nimm die $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142\ldots$ + subtrahiere 1 von der ersten Dezimale, im übrigen aber solle die Stelle mit $\sqrt{2}$ übereinstimmen $1{\cdot}3142\ldots$ kann keine $\sqrt{n}$ sein.

"Nenne mir eine Zahl die mit $\sqrt{2}$ an jeder zweiten Dezimalstelle übereinstimmt!" Was fordert diese Aufgabe? — Die Frage ist: ist sie befriedigt durch die Antwort: Es ist die Zahl die man nach der Regel erhält: entwickle $\sqrt{2}$ + addiere ~~1 oder subtrahiere~~ 1 oder −1 zu jeder zweiten Dezimalstelle?

Es ist ebenso wie die Aufgabe: Teile einen Winkel in 3 Teile dadurch als gelöst betrachtet werden kann, daß man 3 gleiche Winkel an einander legt.

[Ansätze]

Wenn einem auf die Aufforderung: "Zeige mir eine Zahl die von allen diesen verschieden ist", die Diagonalregel zur Antwort gegeben wird, warum soll er nicht sagen: "Aber so habe ich's ja nicht gemeint!"? Was Du mir gegeben hast ist eine Regel Zahlen successive herzustellen, die von jeder von diesen nach der Reihe verschieden sind.

"Aber warum willst Du das nicht auch eine Methode nennen, eine Zahl zu kalkulieren?" – Aber was ist hier die Methode des Kalkulierens + was das Kalkulierte? Du wirst sagen sie seien eins, denn es hat nun Sinn zu sagen man kann nun z. B. sagen: die Zahl D ist größer als ... + kleiner als ....; man kann sie quadrieren etc. etc..

Ist die Frage nicht eigentlich: Wozu kann man diese Zahl brauchen. Ja, das klingt sonderbar; – ~~aber es~~ Aber es heißt eben in welcher mathematischen Umgebung steht sie.

Ich vergleiche also Methoden des Kalkulierens: – Aber da gibt es ja sehr verschiedene Arten + Weisen Methoden des Vergleichens. Ich soll aber in irgend einem Sinne

die Resultate der Methoden mit einander vergleichen. Aber da wird schon alles unklar, denn in einem Sinne haben sie nicht jede ein Resultat, oder es ist nicht von vornherein klar was hier in jedem Falle als das Resultat zu betrachten ist. Ich will sagen es ist hier jede Gelegenheit gegeben die Bedeutungen zu drehen & zu wenden. —

Sagen wir einmal — nicht: "Die Methode gibt ein Resultat", sondern: "sie gibt eine unendliche Reihe von Resultaten". Wie vergleiche ich ~~eine~~ unendliche Reihen von Resultaten? Ja, da gibt es sehr verschiedenes, was ich so nennen kann.*

/ Es heißt hier immer: Blicke weiter um Dich!

/ Das Resultat einer Kalkulation in der Wortsprache ausgedrückt ist mit Mißtrauen zu betrachten. Die Rechnung beleuchtet die Bedeutung des Wortausdrucks. Sie

[Ansätze]

ist das feinere Instrument zur Bestimmung der Bedeutung. Willst Du wissen was der Wortausdruck bedeutet, so schau auf die Rechnung; nicht umgekehrt. Der Wortausdruck wirft nur einen matten allgemeinen Schein auf die Rechnung; die Rechnung aber ein grelles klares helles Licht auf den Wortausdruck. (Als wolltest Du die Höhen zweier Berge nicht durch Höhenmessung vergleichen sondern durch ihr scheinbares Verhältnis wenn man sie von unten anschaut.)

'Ich will Dich eine Methode lehren wie Du in einer Entwicklung allen diesen Entwicklungen nach der Reihe ausweichen kannst.' So eine Methode ist das Diagonalverfahren. – "Also erzeugt sie eine Reihe, die von allen diesen verschieden ist." Ist das richtig? – Ja; wenn Du nämlich diese Worte auf diesen, oben beschriebenen Fall anwenden willst.

Wie wäre es mit dieser Konstruktionsmethode: Die Diagonalzahl wird durch Addition oder Subtraktion von 1 erzeugt, aber

ob zu addieren oder zu subtrahieren ist erfährt man erst, wenn man die ursprüngliche Reihe um mehrere Stellen fortgesetzt hat. Wie wenn man nun sagte: die Entwicklung der Diagonalreihe holt die Entwicklung der andern Reihen nie ein; – Gewiß die Diagonalreihe weicht jeder der Reihen aus wenn sie sie trifft, aber das nützt ihr nichts da die Entwicklung der andern Reihen ihr wieder voraus ist. Ich kann hier doch sagen: es gibt immer eine der Reihen für die ~~sich~~ nicht ~~wird~~ bestimmt ist ob sie vor der Diagonalreihe verschieden ist oder nicht. Man kann sagen: sie laufen einander ins Unendliche nach aber immer die ursprüngliche Reihe voran.

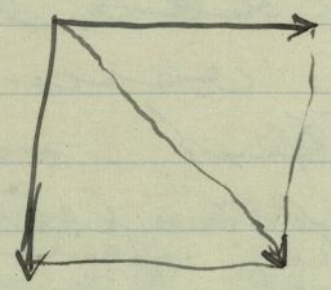
"Aber Deine Regel reicht doch schon ins Unendliche, also weißt Du doch schon genau daß ~~[illegible]~~ die D-Reihe von jeder andern verschieden ist sein wird!" – – –

Es heißt nichts zu sagen: "Also sind die X-Zahlen nicht abzählbar". Man könnte

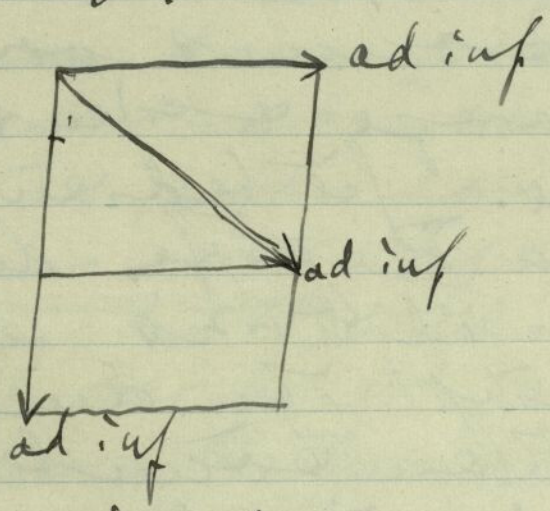
103
[Ansätze]

etwa sagen: Den Zahlbegriff X nenne ich unabzählbar, wenn festgesetzt ist, daß, ~~seine Zahlen~~ welche (der unter ihn fallenden) ~~seiner~~ Zahlen immer Du in eine Reihe bringst die Diagonalzahl dieser Reihe auch unter ihn fällt. // fallen solle. //

Da meine Zeichnung ja ~~[illegible]~~ doch nur die Andeutung der Unendlichkeit ist, warum muß ich so zeichnen:



+ nicht so:



Hier haben wir eben verschiedene Bilder; + ihnen entsprechen verschiedene Redeweisen. Aber kommt denn dabei etwas Nützliches heraus, wenn wir über ihre

Berechtigung treten? Das Wichtige muß doch wo anders liegen, wenn auch diese Bilder unsre Phantasie am stärksten erhitzen.

Wozu läßt sich der Begriff ~~der~~ 'unabzählbar' verwenden?

/ Man könnte doch sagen, wenn Einer tagaus tagein versuchte "alle Irrationalzahlen in eine Reihe zu bringen": "Laß das! es hat Nichts; siehst Du nicht: wenn Du eine Reihe aufgestellt hättest, so käme ich Dir mit der Diagonalreihe!" Das könnte ihn von ~~dieser~~ seiner Beschäftigung (seinem Unternehmen) abbringen. Nun, das wäre ein Nutzen. Und mir kommt vor das wäre auch der ganze & eigentliche Zweck dieser Methode. Sie bedient sich ~~wesentlich~~ des vagen Begriffes dieses Menschen, der gleichsam idiotisch drauflos arbeitet & bringt ihn durch ein Bild zur Ruhe. (Man könnte ihn aber durch ein andres Bild auch wieder zur Weiterführung seines Unternehmens bringen.)

/ das Verfahren
Die Methode führt etwas vor, was man auf sehr vage Weise die Demonstration davon nennen kann, daß sich diese Rechnungsmethoden nicht in eine Reihe ordnen lassen. Und die Bedeutung des "diese" ist hier eben vag gehalten

/ ~~[illegible]~~ "Ein gescheiter Mann hat sich in diesem Prachnetz gefangen! Also ist es ein ~~muß es ein~~ interessantes Prachnetz sein.

Der Fehler beginnt damit daß man sagt die Kardinalzahlen ließen sich in eine Reihe ordnen. Welchen Begriff hat man denn von diesem Ordnen? Ja man hat natürlich einen von einer endlichen Reihe, aber das gibt uns ja hier höchstens eine vage Idee einen Leitstern für die Bildung eines Begriffs. Der Begriff selbst ist ja von diesen & einigen andern Reihen abstrahiert; oder: der Ausdruck bezeichnet eine gewisse Analogie von Fällen & man kann ihn etwa dazu benützen um ein Gebiet, von dem man reden will ~~beiläufig~~ vorläufig ~~ungefähr~~ abzugrenzen.

Damit ist aber nicht gesagt, daß die Frage eines klaren Sinn hat: "Ist die ~~Reihe R.~~ Menge R. in eine Reihe zu Ordnen?" Denn diese Frage bedeutet nun etwa: Kann man mit diesen Gebilde etwas tun was dem Ordnen der Kardinal-zahlen in eine Reihe entspricht. Wenn man also fragt: "Kann man die Reellen Zahlen in eine Reihe ordnen?" So könnte die gewissenhafte Antwort sein: "Ich kann mir vorläufig gar nichts genaues darunter vorstellen". — "Aber Du kannst doch z. B. die Wurzeln + die algebraischen Zahlen in eine Reihe ordnen; also verstehst Du doch den Ausdruck!" — Richtiger gesagt ich habe hier gewisse analoge Gebilde, die ich mit dem gemeinsamen Namen "Reihen" benenne. Aber ich habe noch keine sichere Brücke von dieses Fällen zu dem 'allerreellen Zahlen'. Ich habe auch keine allgemeine Methode um zu versuchen ob sich die odie Menge 'in eine Reihe ordnen läßt'.

Nun zeigt man mir das Diagonalverfahren + sagt: "hier hast Du nun den Beweis, daß dieses Ordnen hier nicht geht". Aber ich kann antworten: "Ich weiß — wie gesagt — nicht, was es ist, was

hier nicht geht. Wohl aber sehe ich: Du willst einen Unterschied zeigen in der Verwendung von "Wurzel", "algebraische Zahl", etc. einerseits + "reelle Zahl" anderseits. Und zwar etwa so: Die Wurzeln nennen wir "reelle Zahlen" + die Diagonalzahl, die ~~[illegible]~~ aus den Wurzeln gebildet ist auch. Und ähnlich mit allen Reihen reeller Zahlen. Daher hat es keinen Sinn von einer "Reihe aller reellen Zahlen" zu reden, weil man ja auch die Diagonalzahl jeder Reihe eine "reelle Zahl" nennt. — Wäre das nicht etwas ähnlich, wie wenn man gewöhnlich jede Reihe von Büchern selbst ein Buch nennte + nun sagte: "Es hat keinen Sinn von 'der Reihe aller Bücher' zu reden, da jede diese Reihe selbst ein Buch wäre ist."

Es ist hier sehr nützlich sich vorzustellen, daß das Diagonalverfahren zur Erzeugung einer reellen Zahl längst vor der Erfindung der Mengenlehre bekannt + auch dem Schulkindern geläufig gewesen wäre, wie es ja sehr wohl hätte sein können. ~~Dadurch~~ So wird nämlich der Aspekt der Entdeckung Cantors geändert. Diese Entdeckung hätte sehr wohl bloß in der Interpretation neuen Auffassung

dieser altbekannten, elementaren Rechnung liegen könne.

Die Rechnungsart selbst ist ja nützlich. Die Aufgabe wäre etwa: Schreibe eine Dezimalzahl an die verschieden ist von allen den Zahlen:

0·1246798
0·3469876
0·0127649
0·3426794 vorausgesetzt eine lange Reihe.

Das Kind denkt sich: Wie soll ich das machen ich müsste ja auf alle die Zahlen zugleich schauen um damit ich nicht doch irgend eine von ihnen aufschreibe zu vermeiden daß ich nicht doch eine von ihnen aufschreibe. Die Methode sagt nun: durchaus nicht; ändere die erste Stelle der ersten Zahl, die zweite der zweiten, etc. etc. + Du bist sicher eine Zahl hingeschrieben zu haben, die mit keiner der gegebenen übereinstimmt. Die Zahl die man so erhält könnte immer die Diagonalzahl genannt werden.

Das Gefährliche + Täuschende, der Fassung "Man kann die reellen Zahlen nicht in eine Reihe ordnen" oder gar "Die Menge ..... ist nicht abzählbar liegt darin, daß

(Begriffsbildung)

sie das was eine Begriffsbestimmung ist als eine Naturtatsache erscheinen lassen.

/ Bescheiden heißt der Satz: "Wenn man etwas eine Reihe reeller Zahlen nennt, so heißt die ~~Diagonalzahl auch eine reelle Zahl~~ Entwicklung des Diagonalverfahrens auch eine 'reelle Zahl' & zwar eine die 'von allen Gliedern der Reihe verschieden' ist sei. // & zwar sagt man, sie sei von allen Gliedern der Reihe verschieden. //

/ ~~Es sollte immer~~ Unser Verdacht sollte immer rege sein, wenn ein Beweis mehr beweist, als seine Mittel ihm erlauben. Man könnte so etwas einen, einen 'frahlerischen Beweis' nennen.

Der Gebräuchliche Ausdruck fingiert einen Vorgang eine Methode des Ordnens die hier zwar anwendbar ist aber nicht zum Ziele führt wegen der Zahl der Gegenstände die größer ist als selbst die der allen Kardinalzahlen.

Wenn gesagt wurde: Die Überlegung über das Diagonalverfahren zeigt Euch, das der Begriff ~~der~~ 'reeller

Zahl' viel weniger Analogie mit dem Begriff Kardinalzahl ~~[illegible]~~ hat, als man, durch ~~[illegible]~~ gewisse Analogien verführt, zu glauben geneigt ist," so ~~hätte das einen jüdischen~~ ehrlichen Sinn. Es geschieht aber gerade das Gegenteil, indem die 'Menge' der reellen Zahlen angeblich der Größe nach mit der der Kardinalzahlen verglichen wird. Die Artverschiedenheit der beiden Konzeptionen wird durch einen schiefen Ausdrucksweise als ~~ungefälscht in eine~~ Verschiedenheit der Ausdehnung dargestellt. Ich glaube & hoffe ~~das~~ eine künftige Generation wird über diesen Hokus Pokus lachen. ~~wird~~

27.6.

Vorwort.

In dem Folgenden will ich eine Auswahl der philosophischen Bemerkungen veröffentlichen, die ich im Laufe der letzten 10 Jahre niedergeschrieben habe. Sie betreffen (viele) mannigfache verschiedene Gebiete der philosophischen Spekulation: den Begriff der Bedeutung, des Verstehens, des Satzes, der Logik, die Grundlagen der Mathematik, die

Sinneserfahrung, daten den ~~Fheit~~ Gegensatz zwischen Realismus & Idealismus, und anderes. Alle diese Gedanken habe ich ursprünglich als Bemerkungen, kurze Absätze, ~~hin~~ nieder geschrieben. Manchmal in längeren Ketten über einen & denselben Gegenstand, manchmal in ~~rascherem~~ rascherem Wechsel, von einem Gebiet auf zum andern sandere überspringend. Meine Absicht ~~aber~~ war es, ~~all~~ alles dies alles einmal in einem Buche zusammenzufassen; von dessen Form ich mir zu verschiedenen Zeiten verschiedene Vorstellungen machte. ~~Aber wesentlich war~~ Wesentlich aber war ~~es~~ dies aber war wesentlich, daß ... daß der Gedanke darin alle (die) behandelten Gegenstände in einer wohlgeordneten Reihe durchlaufen sollte.

Vor ~~etwa~~ ca 4 Jahren machte ich den ersten Versuch ~~einer solchen~~ so einer Zusammenfassung. Das Ergebnis war ~~nicht befriedigend~~ ein unbefriedigendes ~~unbefriedigend~~ & ich machte weitere Versuche (zu dem dieses selben zweck) — Bis ich endlich, nach ~~mehr als~~ weiteren 2 Jahren ~~nach etwa 2 Jahren~~ zur Überzeugung gelangte, daß ~~dies~~ es vergebens Mühe sei ~~vergebenen sei~~ & daß ich alle solche ~~solchen~~ diese Versuche aufzugeben hätte habe. Es zeigte sich mir, daß das Beste was ich schreiben könnte, immer nur philosophische Bemerkungen bleiben

wurden; daß meine Gedanken bald erlahmten, wenn ich versuchte, sie gegen ihre natürliche Neigung, einem Geleise entlang laufen zu lassen. — Dies hing freilich auch mit der Natur des Gegenstands zusammen; der erfordert, daß man das Gedankengebiet (in die) Kreuz & Quer, nach allen Richtungen hin durchreise — (so) daß die einzelnen Gedanken zu einander in einem äußerst komplizierten Netz von Beziehungen zu einander stehen.

Ich beginne diese Veröffentlichungen mit dem Fragment meines letzten Versuches, meine philosophischen Gedanken in eine Reihe zu ordnen. Dies Fragment hat vielleicht den Vorzug, verhältnismäßig leicht einen Begriff von meiner Methode zu vermitteln. Dem Fragment will ich eine Masse von Bemerkungen in mehr oder weniger losem Zusammenhang folgen lassen. Die Zusammenhänge dieser Bemerkungen aber, dort wo ihre Anordnung sie nicht kenntlich macht, will ich (dem Leser) durch eine Numerierung andeuten erklären: *

~~die~~ ~~bei~~ Jeder Bemerkung soll ~~ihre~~ eine laufende Nummer ~~steht~~ tragen + außerdem die Nummern der (solcher) "von" Bemerkungen ~~bezieht~~ tragen, die zu ihr in wichtigen Beziehungen stehen.

Ich wollte, alle diese Bemerkungen wären besser, als sie sind. – Es fehlt ihnen im allgemeinen "– um es kurz zu sagen –" an Kraft + an Präzision. Ich veröffentliche (nur) diejenigen hier, die mir nicht ~~allzu~~ öde erscheinen.

Ich hatte, bis vor Kurzem, den Gedanken an ihre Veröffentlichung bei meinen Lebzeiten eigentlich ~~schon~~ aufgegeben. Er wurde aber wieder rege gemacht, + zwar vielleicht hauptsächlich dadurch, daß ich erfahren mußte, daß die Resultate meiner ~~meines~~ Arbeit, die ich in Vorlesungen + Diskussionen mündlich weitergegeben hatte, vielfach mißverstanden, + mehr oder weniger verwässert + verstümmelt, im Umlauf waren.

Hierdurch wurde meine Eitelkeit aufgeregt + sie drohte, mir immer wieder ~~meine~~ die Ruhe zu rauben, wenn ich die Sache nicht – wenigstens für mich – durch eine Publikation erledigte, und + die schien ~~was~~ auch in mancher anderer Beziehung das Wünschen

werteste. ~~schien~~ scheint.

Aus verschiedenen Gründen wird werden sich, was ich hier veröffentlichen, meine Gedanken sich mit dem berühren, was Andere heute schreiben. Tragen meine Bemerkungen keinen Stempel an sich, der sie als die meinen kennzeichnet, – so will ich sie (auch) weiter nicht als mein Eigentum beanspruchen.

Ich habe, seit ich ~~mich~~ vor 10 Jahren wieder ~~anfing~~, mich mit Philosophie zu beschäftigen ~~anfing~~, schwere Irrtümer in dem einsehen müssen ~~in dem~~ demjenige, was ich seinerzeit in ~~meiner~~ der 'Log. Phil. Abh.' niedergelegt ~~habe~~ hatte. Diese Irr. Tümer einzusehen, ~~dazu~~ hat mir – in einem Maße, das ich kaum selbst gerecht beurteilen kann – die Kritik geholfen, welche die meine Ideen durch Frank Ramsey erfahren haben, mit welchem ich sie in den letzten zwei Jahren seines Lebens in zahllosen ~~unzähligen~~ Diskussionen gesprächen erörterte. Noch mehr aber als ~~dieser~~ seiner (ungemein ~~äußerst~~) sicheren ~~(& treffenden)~~ Kritik verdanke ich ~~der~~ derjenigen ~~Kritik & Anregung~~ die P.S. an meinen Gedanken Professor der Nationalökonomie!! die geübt hat, meine Gedanken durch Herrn P...S.... erhalten haben. Ohne diesen Ansporn hätte ich zu der folgereichsten Idee dieser Untersuchungen wohl nie ge-

langen können. // Ohne diesen Ansporn wäre ich nicht zu derjenigen Auffassung gelangt, die die folgereichste in diesen Erörterungen, ist. //

// ~~Ohne~~ Diesem Ansporn verdanke ich ~~das Beste~~ die folgereichsten Gedanken der hier veröffentl. dieser Arbeit. // Diesem Ansporn schulde ich die folgereichsten der hier mitgeteilten veröffentlichten Gedanken. //

Ich ~~übergehe~~ gebe diese nicht ohne zweifelhafte Gefühle an die Öffentlichkeit. Ich wage es nicht, zu hoffen, daß (in ~~diesem unserm~~ unserm dunkeln Zeitalter) daß ~~durch~~ diese meine Arbeit es vermögen sollte, ~~ein paar~~ Licht einiges Licht strahlen in das eine oder andre ein oder das andere Gehirn zu werfen. //, daß (in ~~diesem~~ unserm dunklen Zeitalter) durch diese Arbeit ~~irgend welches~~ Licht in ein oder das andre Gehirn ~~sollte~~ können geworfen werden. //

// daß es (in ~~diesem~~ unserm dunkeln Zeitalter) ~~meiner~~ dieser Arbeit beschieden sein sollte, Licht in das eine oder andere ein oder das andere Gehirn zu werfen. // Mein Zweck ist es nicht jemandem das Denken zu ersparen, ich möchte vielmehr, wenn es möglich wäre, jemand zum Denken eigener Gedanken anregen.

Gewidmet sind diese Schriften eigentlich meinen Freunden. Wenn ich sie ihnen nicht förmlich widme, so ist es darum, weil die meisten von ihnen sie nicht lesen werden.

Meinen Freunden gewidmet.

Vorwort.

116

In dem Folgenden will ich eine Auswahl der philosophischen Bemerkungen veröffentlichen, die ich im Laufe der ~~vergangenen~~ letzten 10 Jahre niedergeschrieben habe. Sie betreffen ~~sehr~~ viele eine Menge von Gebieten ~~verschiedene Gebiete der philosophischen Spekulation~~ Manuskript bei "Sie betreffen mannifacht Gebiete ..." : den Begriff der Bedeutung, des Verstehens, des Satzes, der Logik, die Grundlagen der Mathematik, die Sinnesdaten, den Gegensatz zwischen Idealismus & Realismus, & anderes. Alle diese Gedanken habe ich ursprünglich als Bemerkungen, kurze Absätze, niedergeschrieben. Manchmal in längeren Ketten über ein & einen denselben Gegenstand, manchmal, in schnelleren raschem Wechsel, von einem (Gebiet) ins zum andern andere überspringend. — Meine Absicht war (es), ~~diese Gedanken~~ alles dies dies alles einmal in einem Buche zusammenzufassen; von dessen Form ich mir zu verschiedenen Zeiten verschiedene Vorstellungen machte. Wesentlich aber war es immer das die Gedanken darin von einem Gegenst. zum andern in wohlgeordneter Reihe fortschreiten sollten. Der Gedanke darin alle die behandelten Gegenstände in einer wohlgeordneten Reihe durchlaufen sollten.

Vor etwa 4 Jahren machte ich den ersten Versuch so einer Zusammenfassung.

Das Ergebnis war ein unbefriedigendes; ich machte weitere Versuche. Bis ich endlich, nach etwa 2 Jahren weiteren, 2 Jahren, zur Überzeugung gelangte, daß es vergebens sei, ich alle solche Versuche aufgegeben hatte. Es zeigte sich mir, daß das Beste, was ich schreiben konnte, immer nur philosophische Bemerkungen bleiben würden; daß meine Gedanken bald erlahmten, wenn ich versuchte, sie, gegen ihre natürliche Neigung, in einem einem gel. entgegenlaufenden weiterlaufenden Geleise festzuhalten. — Dies hängt allerdings freilich auch mit der Natur des Gegenstands selbst zusammen: dieser Gegenstand zwingt uns, er zwingt, das Gedankengebiet kreuz + quer, nach allen Richtungen hin zu durchreisen — daß die einzelnen Gedanken in einem verwickelten Netz von Beziehungen zu einander stehen.

Ich beginne diese Veröffentlichungen mit dem Fragment meines letzten Versuchs, meine philosophischen Gedanken in eine Reihe zu ordnen. Das Fragment hat vielleicht den Vorzug, verhältnismäßig leicht einen Begriff von meiner Methode vermitteln zu können. Diesem Fragment will ich eine Masse von Bemerkungen in mehr oder weniger losem Zusammenhang folgen

lassen. Die Zusammenhänge ~~der~~ meiner Bemerkungen aber, dort wo ihre Anordnung sie nicht kenntlich macht, will ich durch eine Numerierung erklären: Jede Bemerkung soll eine laufende Nummer, + außerdem die Nummern derjenigen solcher Bemerkungen tragen, die zu ihr in wichtigen Beziehungen stehen.

Ich wollte, alle diese Bemerkungen wären besser, als sie sind. – Es fehlt ihnen – um es kurz zu sagen – an Kraft + an Prezision. Ich veröffentliche ~~(nur)~~ diejenigen hier, die mir nicht zu öde erscheinen.

Ich hatte, bis vor kurzem, den Gedanken an ihre Veröffentlichung bei meinen Lebzeiten eigentlich aufgegeben. Er wurde aber wieder rege gemacht, + zwar vielleicht hauptsächlich dadurch, daß ich erfahren mußte, daß die Resultate meiner Arbeit, die ich in Vorlesungen + Diskussionen mündlich weitergegeben hatte, vielfach mißverstanden + mehr oder weniger verwässert + verstümmelt im Umlauf waren. – Hierdurch wurde meine Eitelkeit aufgeregt, die mir ..... + sie drohte, mir immer wieder die Ruhe zu rauben,

wenn ich die Sache nicht – wenigstens für mich – durch eine Publikation erledigte. Und dies schien auch in mancher anderen Beziehung das Wünschenswerteste.

Aus verschiedenen Gründen wird, was ich hier veröffentliche, sich mit dem berühren, was Andere heute schreiben. Tragen meine Bemerkungen keinen Stempel an sich, der sie als die meinen kennzeichnet, – so will ich sie auch weiter nicht als mein Eigentum beanspruchen.

Ich habe, seit ich vor 10 Jahren wieder mich mit Philosophie zu beschäftigen anfing, schwere Irrtümer in dem einsehen müssen, was ich seinerzeit in der 'Logisch Philosophischen Abhandlung' niedergelegt hatte. Diese Irrtümer einzusehen, hat mir – in einem Maße, das ich kaum richtig (so recht) selbst ganz beurteilen kann – die Kritik geholfen, die meine Ideen durch Frank Ramsey erfahren haben; mit dem welchem ich sie in den letzten zwei Jahren seines Lebens, in zahllosen Diskussionen erörterte. – Noch weit mehr aber verdanke ich der Kritik, die Herr P. Piero Sraffa, Lehrer der Nationalökonomie in Cambridge, an meinen Gedanken geübt

// Noch mehr aber als Ramsey's stets kraftvollen + sicheren Kritik //
// Mehr noch aber als dieser stets ... verdanke ich ... // Mehr noch als R's stets kraftvollen ... //

hat. Diesem Ansporn schulde ich die folgereichsten der hier mitgeteilten Gedanken.

Ich übergebe sie diese nicht ohne zweifelhafte Gefühle ~~an die~~ der Öffentlichkeit. Ich wage nicht, zu hoffen, daß es (in unserm dunkeln Zeitalter) dieser dürftigen Arbeit beschieden sein sollte, Licht in das eine oder andere Gehirn zu werfen.

Ich möchte nicht mit meiner Schrift Andern das Denken ersparen; sondern, wenn es möglich wäre, jemand zu eigenen Gedanken anregen.

Vorwort:

In dem Folgenden will ich eine Auswahl der philosophischen Bemerkungen veröffentlichen, die ich im Laufe der letzten 19 Jahre niedergeschrieben habe. Sie betreffen viele ein weites Gebiet Gebiete der philosophischen Spekulation: den Begriff der Bedeutung, des Verstehens, des Satzes, der Logik, die Grundlagen der Mathematik, die Sinnesdaten, den Gegensatz zwischen Idealismus & Realismus & anderes. Ich habe alle meine Gedanken ~~alle~~ ursprünglich

// Ich habe alle diese.... //
// Alle meine Gedanken habe ich.... //

// Sie betreffen viele der Gebiete der ....//

121

als Bemerkungen, kurze Absätze, nieder-
geschrieben. Manchmal in längeren
Ketten über denselben Gegenstand, manch-
mal sprungweise das die Gebiete wechselnd.
S// manchmal in rascher Folge von einem
Gebiet zum andern überspringend.//
S// manchmal von einem Gebiet zum an-
dern in raschem Wechsel überspringend//
// manchmal vom einen zum andern
Gebiet überspringend.// // manchmal
~~rasch~~ von einem Gebiet zum andern
überspringend.// // manchmal sprung-
weise ~~den Gegenstand~~ die Gebiete wechselnd.// // manchmal
sprungweise meinen Gegenstand wechselnd.//
// manchmal sprungweise von einem
zum andern übergehend.// // manchmal
sprungweise vom einen Gegenstand zum
andern übergehend.// // manchmal
sprungweise bald den einen, bald
den andern Gegenstand behan-
delnd.// // manchmal in raschem Wechsel
von einem Gebiet zum andern springend.//
– Meine Absicht war es, alles dies einmal
in einem Buche zusammenzufassen, –
von dessen Form ich mir zu verschiedenen
Zeiten verschiedene Vorstellungen machte.
Wesentlich aber jedoch schien es dies (mir), daß die Gedanken
darin von einem Gegenstand zum andern

in einer wohlgeordneten Reihe fortschreiten sollten.
Vor etwa 4 Jahren machte ich den ersten Versuch so einer Zusammenfassung. Das Ergebnis war ein unbefriedigendes, + ich machte weitere Versuche. Bis ich endlich (~~zwei~~ einige Jahre später) zur Überzeugung gelangte, daß es vergebens sei; + ich alle solche Versuche aufzugeben hätte. Es zeigte sich mir, daß das Beste was ich schreiben konnte, immer nur ~~meine gelegentlichen~~ philosophische Bemerkungen bleiben ~~wie sie gerade kamen~~ wurden; daß meine Gedanken bald erlahmten, wenn ich versuchte, sie, gegen ihre natürliche Neigung, einem Gleise entlang weiterzuzwingen. // in einer Richtung weiterzuzwingen. // Dies hing allerdings auch mit der Natur des Gegenstands selbst zusammen. Dieser Gegenstand zwingt uns, das Gedankengebiet kreuz + quer, nach allen Richtungen hin zu durchreisen (daß die Gedanken also in einem verwickelten Netz von Beziehungen zu einander stehen). // (daß die Gedanken zu einander in einem verwickelten Netz von Beziehungen stehen). // // Dieser Gegenstand zwingt uns, das Gedankengebiet kreuz + quer, nach allen Richtungen hin zu durchreisen. Daß die Gedanken in ihm in

einem verwickelten Netz von Beziehungen zu einander stehen. // Dieser Gegenstand zwingt uns das Gedankengebiet Brentanos, nach allen Richtungen hin zu durchkreuzen – daß die Gedanken (in ihm) in einem verwickelten Netz von Beziehungen zu einander stehen. //

Ich beginne diese Veröffentlichung mit dem Fragment meines letzten Versuchs, meine philosophischen Gedanken in eine Reihe zu ordnen. Dies Fragment hat vielleicht den Vorzug, verhältnismäßig leicht einen Begriff von meiner Methode vermitteln zu können. Diesem Fragment will ich eine Masse von Bemerkungen in mehr oder weniger loser Anordnung folgen lassen. Die Zusammenstöße der Bemerkungen aber, dort wo ihre Anordnung sie nicht erkennen läßt, will ich durch eine Numerierung erklären. Jede Bemerkung soll eine laufende Nummer & außerdem die Nummern solcher Bemerkungen tragen, die zu ihr in wichtigen Beziehungen stehen.

Ich wollte, alle diese Bemerkungen wären besser, als sie sind. – Es fehlt ihnen – um es kurz zu sagen – an Kraft

+ an Prezision. Ich veröffentliche diejenigen hier, die mir nicht zu öde erscheinen.

Ich hatte, bis vor Burgem, den Gedanken an ihre Veröffentlichung zu bei meinen Lebzeiten eigentlich aufgegeben. Er wurde aber wieder rege gemacht, + zwar vielleicht wohl hauptsächlich dadurch, daß ich erfahren mußte, daß die Resultate meiner Arbeit, die ich in Vorlesungen + Diskussionen mündlich weitergegeben hatte, vielfach mißverstanden + mehr oder weniger verwässert, oder ~~(auch)~~ verstümmelt im Umlauf waren. // vielfach mißverstanden, mehr oder weniger verwässert, oder verstümmelt im Umlauf waren. // - Hierdurch wurde meine Eitelkeit aufgeregt + sie drohte, mir immer wieder die Ruhe zu rauben, // sie drohte, mich immer wieder aus der Ruhe zu bringen, //// mich immer wieder zu beunruhigen, //// mir immer wieder Unruhe zu ~~verursachen~~ bereiten, //// mir immer wieder Unruhe zu machen, // wenn ich ~~nicht~~ die Sache nicht (wenigstens für mich) durch eine Publikation erledigte. Und dies schien auch in anderer Beziehung das Wünschenswerteste.

Aus verschiedenen Gründen wird, was ich hier veröffentliche sich mit dem berühren, was Andere heute schreiben. Tragen

meine Bemerkungen keinen Stempel an
sich, der sie als die meinen kennzeichnet,
- so will ich sie auch weiter nicht als mein
Eigentum beanspruchen.

Ich habe, seit ich vor 10 Jahren
wieder mich mit Philosophie zu beschäftigen
anfing, schwere Irrtümer in dem einsehen
müssen, was ich seinerzeit in der
'Logisch Philosophischen Abhandlung' wieder
gelegt hatte // geschrieben hatte //. Diese
Irrtümer eingesehen, dagegen hat mir
- in einem Maße, das ich kaum selbst
zu beurteilen vermag - die Kritik gehol-
fen, die ~~Frank Ramsey~~ meine Ideen
durch Frank Ramsey erfahren
haben; mit welchem ich sie, während
der zwei letzten Jahre seines Lebens,
in zahllosen Diskussionen erörtert
habe. - Mehr noch, als dieser; stets kraft-
vollen & sicheren; Kritik verdanke ich
derjenigen, die P. Sraffa (ein Lehrer der Nationalökonomie) unablässig an meinen Gedanken geübt hat. // Mehr noch als dieser, stets kraftvollen & sicheren Kritik verdanke ich derjenigen, die einer der Lehrer der Nationalökonomie (an) dieser Universität, Hrn P. Sraffa, unablässig an meinen Gedanken geübt hat. // Diesem Ansporn schulde

ich die folgereichsten der hier mitgeteilten Gedanken.

Ich übergehe sie nicht ohne zweifelhafte Gefühle der Öffentlichkeit. Ich wage nicht, zu hoffen, daß es dieser dürftigen Arbeit – in unserem dunkeln Zeitalter – beschieden sein ~~sollte~~ ~~solle~~ ||könnte|| Licht in das eine oder andere Gehirn zu werfen.

|||| Ich möchte nicht mit meiner Schrift Andern das Denken ersparen; sondern, wenn es möglich wäre, jemand zu eigenen Gedanken anregen.

Cambridge im August 1938.

|| Ich möchte nicht mit meiner ~~Arb~~ Schrift Andern das Denken ersparen – – sondern, wenn es möglich wäre, |||| Andern das Denken ersparen. Sondern, wenn es möglich wäre, jemand zu eigenen Gedanken anregen. ||
|| ersparen; – sondern, wenn .... ||

Man ist versucht, zu fragen: "Wie denkt man den Satz ...., wie erwartet man, daß das + das ~~der~~ eintreffen wird?" (wie macht man das?). Denken, Erwarten, Glauben: ~~angesehen als~~ Tätigkeiten eines psychischen Mechanismus; den wir nicht verstehen. Der Satz, dessen Inhalt gedacht wird, kommt in dieser Tätigkeit vor, etwa wie die Karten in der ~~eines~~ des Musterwebstuhls.

[eigener Absatz]

Die philosophische Unklarheit die Idee des Denkens betreffend, zusammen mit Problematischem der Psychologie, wird unter dem Bild eines uns unsichtbaren verborgenen Mechanismus vorgestellt.

Dieser Mechanismus: ~~ist etwa das Bild~~ das Gehirn, übertragen ins Aetherische

"Wie arbeitet der Gedanke, wie bedient er sich seines Ausdrucks?" analog: "Wie arbeitet der Musterwebstuhl, wie bedient er sich der Karten?"

Es scheint: "Glauben" beschreibt etwas, was mit dem Satz geschieht —

sowie "verdauen" etwas, was mit der den Speise geschieht."

Man könnte dann das Glauben verstehen, wenn man wüßte, was dabei eigentlich vorgeht. Man hätte dann den Vorgang* des Glaubens analysiert.

Freilich! – was sich uns da auftun (müßte), & wie es sich uns erschließen ~~würde~~, das wissen wir so recht nicht.

Aber wenn nun Einer herausgefunden hätte, daß, wenn ~~jemand~~ man den Satz ... glaubt, in irgend einem Sinne, die & die komplizierten Vorgänge in ~~seinem~~ unserm Geiste vorgehen, – so bliebe die Frage: wozu tut man dies?

Es sind gar nicht unerforschte Vorgänge des Glaubens, was uns interessiert; ~~der Mechanismus, den wir nicht verstehen ist kein geistiger~~ sondern der Gebrauch der uns wohlbekannten Vorgänge des Glaubens, z.B. des Aussprechens des Satzes: "ich glaube ...".

Auf die Frage "wie macht man das?", die man etwa durch Introspektion beantworten will, kommt nichts ~~wo man brauchbare~~ zur Antwort. Es heißt da: ich sehe dies, ich stelle mir das vor, und dergleichen.

Der Mechanismus, den wir nicht verstehen, ist der in unserem Gesicht, sondern der des Lebens, ~~in dem diese Äußerung~~, in dem diese Äußerung geschieht. // sondern der des Lebens, das diese Äußerung ausübt. // sondern der des Lebens dieser Äußerung. //

[Maschinenschrift] S. 212/1*
S. 212/4
S. 213/3

Könnte eine Maschine denken? -- Könnte sie schmerzen haben? - Nun - ~~ich sehe nicht~~ so eine den menschlichen Körper eine solche Maschine nennen? Er kommt doch am nächsten dazu, eine solche Maschine zu sein. // Nun - soll der menschliche Körper so eine Maschine heißen? Er kommt doch am nächsten dazu so eine ....//

Ms-117,129

Aber ein Satz "ich habe Schmerzen" bezeichnet das Wort "ich" nicht als seinen Körper – also auch nicht als eine Maschine.

// Aber da das Wort "ich" in Satz "ich habe Schmerzen" nicht für einen Körper steht, also auch nicht für eine Maschine. //

// Aber das Wort "ich" in Satz "ich habe Schmerzen" steht für keinen Körper, also auch nicht für eine Maschine. //

Wir fragen: "Was ist ein Gedanke, welcher Art muß er sein, um seine Funktion erfüllen zu können?" Hier will man sein Wesen aus seinem Zweck, aus seiner Funktion heraus begreifen, sich deutlich machen.

Aber was ist seine Funktion?

Willst Du sehen, wie das Denken verwendet wird? Die Berechnung eines Kessels & die, dieser entsprechenden, Verfertigung eines Modells des Denkens sein: // die Berechnung eines Kessels & seine Verfertigung ihr gemäß, muß... //

// Aber was ist seine Funktion? – Willst Du sehen, wie das Denken verwendet wird? Die Berechnung eines Kessels & die Verfertigung der Berechnung gemäß

muß ein Beispiel des Denkens sein. //

ist die Vorstellung des Portrait par excellence, grundverschieden (z.B.) von einem gemalten Bild und ein solches in der Sprache nicht ersetzbar? ist sie das, was eigentlich eine bestimmte Wirklichkeit darstellt, – zugleich Bild + Meinung + Intention?

Denn so ein Wunderding, scheint es, haben wir.

Und die Vorstellung scheint es zu sein: denn ich kann nicht zweifeln, wenn ich mir Napoleon vorstelle, ob es wirklich Napoleon ist, den ich mir vorstelle, + nicht vielleich Einer der ihm jemand der ihm ähnlich sieht.

// ist die Vorstellung das Bild par Excellence, verschieden von dem gemalten Bild (z.B.), + in der Sprache durch ein solches nicht ersetzbar? .... //

Aber ist nicht der Satz dieses Wunderding? der sagt, was er meint?

Sokrates zu Theaitetos: "Und wer vorstellt sollte nicht etwas vorstellen?" Th.: "Notwendig." – Sok.: "Und wer etwas vorstellt, nichts Wirkliches?" – Th.: "So scheint es."

Und wer malt sollte nicht etwas malen – + wer etwas malt, nichts Wirkliches? – Ja, was ist das Objekt des Malens: das Bild, oder ein Gegenstand, den es darstellt?

Die Vorstellung kann doch verschiedenerlei Beziehungen zur Wirklichkeit haben; wie auch das gemalte Bild. Dies kann ein Märchenbild sein, ein Genrebild, ein Portrait + vieles unzähliges andere. // Bild; – das ein Märchenbild sein kann, ~~ein Ornament, ein Genrebild~~ ~~ein~~ oder ein Portrait, + noch vieles andere. //
// Dies kann ein Märchenbild sein, oder ein Portrait, + vielerlei anderes + vieles andere. //
// Dies kann ein Märchenbild sein, ein Portrait, + noch vieles andere. //
// Dies kann ein Märchenbild sein, oder ein Portrait, + noch vieles andere. //
// Bild. Genrebild, Ornament, Portrait etc. etc. //

"Und wer
vorstellen?"
etwas
– Th.: "So

le nicht
malt,
ist das
ld, oder
ellt?

nn, doch
ur Wirk.
s gemalte
enbild, sein
+ vieles unzähli-
ärchenbild
~~in Genre bild~~
ndere. //
sein, oder
ndere. //
ld sein,
dere. //
d sein, oder
ndere. //
Portrait etc.

? Was macht ein ~~Portrait des N~~ ~~Bildnis~~ Bild zum ~~Portrait~~ Bildnis des N.N.?

Ist das Deuten ein spezifisch organischer Vorgang? Wie gleichsam ein Kauen & oder Verdauen des Geistes? Kann man ihn (in diesem dann Falle) durch einen anorganischen Vorgang ersetzen, der denselben Zweck erfüllt, also sozusagen ~~durch~~ mit einer Prothese Deutprothese deuten.

// Ist das Deuten ein spezifisch organischer Vorgang? Wie gleichsam ein Kauen & Verdauen der Seele? Könnte man sich dann eine Deutprothese vorstellen? //

// Ist das Deuten, gleichsam, ein spezifisch organischer Vorgang in der Menschenseele; ~~gleichsam~~ etwa ~~wie~~ wie ein Kauen & Verdauen? //

// Ist das Deuten, gleichsam, ein spezifisch organischer Vorgang in unserer Seele, wie ein Kauen & Verdauen in der Seele? // // Ist das Deuten, gleichsam, ein spezifisch organischer Vorgang der Seele – gleichsam wie ein Kauen & Verdauen in der Seele? // Und könnte man sich

dann das Deuten mittels einer Prothese deuten? // // Und könnte man sich dann eine Deutprothese vorstellen? // Wie hätte man sich eine Deutprothese vorzustellen?

// Ist das Deuten, sozusagen, ein spezifisch organischer Vorgang der Seele — gleichsam ein Kauen & Verdauen in der Seele? Kann man ihn dann durch einen anorganischen Vorgang ersetzen, der den gleichen Zweck erfüllt, sozusagen mit einer Deutprothese (Prothese) deuten? (das Deuten besorgen) Wie hätte man sich (müsste ..... vorstellen?) eine Deutprothese vorzustellen? //

T. Scr. S 220/1, 2.

// Irreführende Parallele: Der Schrei, ein Ausdruck des Schmerzes — der Satz ein Ausdruck des Gedankens!

Als wäre es der Zweck des Satzes den Einen (den) Einen wissen zu lassen, wie Einem (dem Andern dem) zu Mute ist. Nur, sozusagen, im Deutsparat gehirn & nicht im Magen.

Frag nicht: "Was ist der Gedanke?" — denn diese Frage stellt ihn Dir

schon als ätherisches Wesen dar. hin.
// – denn diese Frage zeigt ihn Dir schon als Geist, als ätherisches Wesen. //
// – denn diese Frage zeigt ihn Dir schon als ein ätherisches Wesen. //
// – denn diese Frage zeigt ihn schon als Geist, als ein ätherisches Wesen //

~~Ich las einmal~~ irgendwo, ~~ein französischer Politiker habe geschrieben~~
~~// Ich las vor einigen Jahren den Ausspruch eines französischen Politikers~~: //
// Ich habe ~~(einmal)~~ ~~den~~ diesen Ausspruch eines französischen Politikers gelesen: //
die französische Sprache sei dadurch ausgezeichnet, daß in ihr die Worte in der Ordnung folgen, wie man wirklich denkt.
~~(Während man im Deutschen z.B. das Verbum wohl schon im Anfang denkt, es aber erst am Schluß sagt)~~
Überlege Dir die ~~eltsame~~ aber ~~doch~~ sehr verbreitete Auffassung, die sich ~~hier~~ darin ausspricht.

// Wozu denkt der Mensch? wozu ist es nütze? Wozu berechnet er Dampfkessel & überlässt ~~ihre~~ die Wandstärke(n) nicht dem Zufall. Es ist doch nur Erfahrungstatsache, daß Kessel, die so berechnet wurde, nicht so oft explodieren. Aber so, wie er alles eher täte als die Hand ins Feuer stecken, daß ihn früher gebrannt hat, so wird er alles eher tun, als den Kessel nicht berechnen. Da uns aber Ursachen nicht interessieren, so können wir um sagen: Die Menschen denken tatsächlich: sie gehen, z.B., auf diese Weise vor, wenn sie einen Dampfkessel bauen. – Kann nun ein so erzeugter Kessel nicht explodieren? Oh doch! –

// Denkt der Mensch also, weil denken sich bewährt hat?

Weil er denkt, es sei vorteilhaft, zu denken?

(Er zieht er seine Kinder, weil es sich bewährt hat?)

// Wie wäre herauszubringen: warum er denkt?

Und doch kann man sagen, das Deuten habe sich bewährt. Es seien jetzt weniger Kesselexplosionen als früher, seit ~~man~~ etwa die ~~Wandstärke~~ ~~[illegible]~~ Wandstärken ~~etwa~~ nicht mehr nach dem Gefühl bestimmt, sondern auf die & die Weise berechnet werden. Oder, seit man jede Berechnung von einem dazu bestimmten Organ eines Ingenieurs von einem dazu bestimmten Tweiten Mann kontrollieren lässt. Kontrollieren lässt.

Manchmal, also, denkt man, weil es sich bewährt hat.

T. Scr S. 228/2, 4, 3, 5

Ich weiß nicht, warum ich deuten sollte. Aber ich deute.

Was sollte ich als Grund angeben dafür: weswegen man deuten soll? — Es sei denn einen Grund von der Art dessen, weswegen man essen soll.

Man kann sagen: Begründung ist etwas innerhalb eines Deutsystems. // Grund — kann man auch sagen — hat etwas

innerhalb ~~eines~~ ~~Denksystems~~. //

"Ist es Willkür, daß wir dies als Grund von dem betrachten?" – Ist es Willkür, daß wir auf die Erzählung, dieses Hund habe gebissen, diesem Hund nicht zu nahe gehen wollen?

// Was ist der Gedanke? Was ist sein Wesen? "Der Gedanke, dieses seltsame Wesen."

Sage Dir beim Philosophieren immer wieder: das Denken etwas ganz Besonderes sein muß – – das Du verfehlt bist, wenn Du das Denken als ein seltsamer Vorgang erscheint.

T. Scr. S. 234/4, 6
S 235/1, 2 + Fortsetzg. auf S 236, 237

Die grammatischen Regeln sind zu vergleichen Regeln über das Vorgehen beim Messen von Zeiträumen, von Entfernungen, Temperaturen, Kräften, etc. etc.. Oder auch: diese methodologischen Regeln sind selbst Beispiele

grammatischer Regeln.

Grammatische Regeln wird man mit Vorteil übereinkommen vergleichen.

"Die Notation ist willkürlich" (wenn dies nicht heißen soll: "Wähle in diesem Falle die Einheit ganz wie du willst") sagt nichts anderes, als daß die Aufgabe der Koordinate (z.B.) keine Längenangabe ist (obwohl sie so klingt). Und zu sagen, die Regeln der Grammatik sind willkürlich, sagt bloß: Verwechsle eine Regel über den Gebrauch des Wortes 'A' nicht mit einem Satz, in dem vom Wort 'A' Gebrauch gemacht wird. Denke nicht, die Regel sei in ähnlicher Weise einer Realität entsprechend, einer Realität verantwortlich, mit einer Realität zu vergleichen, wie der Erfahrungssatz, der von ihr handelt (oder wie die Regel: "Koche die Eier 3 Minuten lang, um weiche Eier zu erhalten", die ein Erfahrungssatz in Form einer Regel ist).

Fortsetzg. auf S 236, 237

"Die grammatischen Regeln sind willkürlich" heißt: ihr Zweck ist nicht der, (z.B.) dem Wesen der Negation, oder der Farbe, zu entsprechen – sondern der Zweck der Negation & des Farbbegriffes. Wie der Zweck der Schachregeln nicht ist, dem Wesen des Schachspiels zu entsprechen, aber dem Zweck des Spiels.

Oder: – Die Schachregeln sollen nicht dem Wesen des Schachtönigs entsprechen, denn sie geben ihm dieses Wesen. Wohl aber sollen die Regel des Kochens & Bratens der Natur des Fleisches entsprechen. – Dies ist natürlich eine grammatische Bemerkung.

Die allbekannte Wahrheit simpel & ohne Entstellung aussprechen kann von große Folgen sein.

Wenn dieses Buch geschrieben ist, wie es geschrieben sein sollte, so muß, was ich sage, alles leicht verständlich, ~~[illegible]~~ ja trivial

sein, schwer verständlich aber, warum ich es sage.

// Dieser Kalkül, die Zahlen. theorie etwa, geht nicht, welche wunderbare Eigenschaften Gott den Zahlen gegeben hat; sondern, welche Eigenschaften er uns + den Dingen gegeben hat, daß dieser Kalkül nützlich, interessant +, mit unseren Schreibbehelfen, leicht ausführbar ist.

"Was ist eine Regel?" – Ist sie ein Erfahrungssatz (z.B.) über den tatsächlichen Gebrauch von der Zeichen? Ist sie die Äußerung eines Wunsches, man möge sie so gebrauchen – ein Befehl, oder ein Vorschlag? – Was ist sie also?

// Kaufe Dir in einer Spielwarenhandlung ein Spiel; Du erhältst eine Schachtel, darin die Requisiten des Spiels + ein Regelverzeichnis, ein Regelverzeichnis. Was sind diese Regeln? wird Dir etwas befohlen, darin // Was sind das für Sätze, diese Regeln? //

etwas angeraten, oder angeraten, ~~sind es Sätze über alle Menschen oder gewisse Menschen?~~ ~~oder wird Dir~~ mitgeteilt, ~~was~~ das ~~die meisten~~ Leute so gehandelt haben? ~~Menschen im allgemeinen mit dem~~ diesem Spiel machen? Nun, sieh doch nur nach, wie die Regeln gebraucht werden! Die meisten Menschen, die so ein Spiel kaufen, lesen die Regeln + spielen nach ihnen. // Nun, willst Du Dir nicht ansehen, wie die Sätze wirklich verwendet werden? ... //

Eine solche Regel aber könnte Teil eines Befehls sein (nach ihr zu handeln), oder Teil eines Berichts (es werde nach ihr gehandelt), usw. Und die Regel könnte auch selbst als Befehl, Bericht, etc.* verwendet werden.

~~Die Regel möchte ich ein Instrument nennen.~~

Überlege Dir auch:- Frage ~~Dich~~ auch: "Was ist ein Strafgesetz?" – Ist es ein Satz der Naturgeschichte des Menschen der uns sagt daß ein Mensch ~~einen ihrer~~

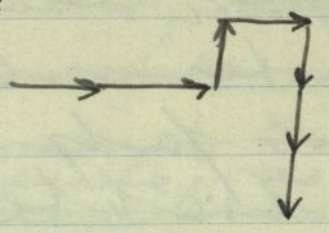
von seinen Leitmenschen gestraft wird, wenn er das dies & so dies handelt tut? Was unterscheidet ein Gesetz von einem Satz der ~~menschlichen~~ Naturgeschichte? Ist es nicht die Rolle, die er im Leben von Menschen spielt. Die Maschinerie, in der er verwendet wird?

Betrachte dies Beispiel: A legt einen Weg zurück einem Befehl entsprechend gemäß, den Bihm gibt. A erhält die Tabelle

a	→
b	←
c	↑
d	↓

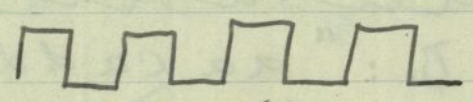
A gibt einen Befehl, der aus den ~~vier~~ Buchstaben der Tabelle zusammengesetzt ist z. B.: "aacaddd". B ~~schaut nach, welcher Pfeil dem Buchstaben in der Tabelle entspricht & bewegt sich~~ liest die Buchstaben des Befehls der Reihe nach, übersetzt jeden Buchstabe von ihnen, der Tabelle gemäß, in einen Pfeil & bewegt sich ein gewisses Stück in der Richtung dieses Pfeils. Also in unserm

Beispiel so:



Die Tabelle werden wir hier eine Regel nennen. (Oder auch den Ausdruck einer Regel?) Den Satz "aacaddd" werden wir nicht eine Regel nennen. – Er ist natürlich die Beschreibung des Weges den B nehmen soll. – Aber eine solche Beschreibung würde man unter Umständen einen Regel nennen; z.B. in diesem Fall:

B soll nach Regeln verschiedene Ornamente zeichnen. Jedes Ornament ~~ist die lineare~~ besteht aus der Wiederholung eines Elements, das A ihm angibt. Gibt, z.B., A den Befehl "cada", so zieht B eine gebrochene Linie

 usw.

Hier könnte man z "cada" die Regel nennen, nach der das Ornament gezeichnet wurde.

Beiläufig gesprochen, gehört zu einer Regel wiederholte Anwendung.

Nach einer Regel vorgehen. – Betrachte diese Beispiele:

Nachdem das Sprachspiel (...) öfters gespielt wurde, wird es dahin abgeändert, daß B nicht mehr die Tabelle benützt. Die Buchstaben ~~eines~~ des Befehls rufen die, ihnen (gemäß der Tabelle) entsprechenden, ~~Bilder der~~ Pfeile in ~~seiner Vorstellung~~ seine Vorstellung ~~herauf~~. (Kriterium dafür?) × Und er handelt nach diesen Vorstellungsbildern. – Oder auch: er handelt nun nach den Buchstaben des Befehls ohne Dazwischenkunft eines Vorstellungsbildes – + zwar; der Tabelle gemäß. (Kriterien hierfür.) ×

Der Ausdruck der Regel mag in die Praxis des Spiels eintreten wie in (..), oder nur in den Unterricht im Spiel, oder er mag nur dazu dienen die Art & Weise, wie tatsächlich gespielt wird, zu beschreiben.

Die Tabelle (...) wird man kaum einen Satz nennen. Aber sie könnte sehr wohl durch einen Satz ersetzt

werden: etwa "Dem 'a' entspricht der Pfeil →, dem 'b' ....".

~~Eine Regel ist zu vergleichen einem Weg.~~ // Eine Regel kann man mit einem Weg auf einer Karte vergleichen. // Könnte ein Weg nicht Ausdruck eines Befehls sein, es solle so gegangen werden – oder einer Mitteilung, es werde so gegangen? Kann er aber nicht auch (bloß) ein notwendiges Instrument sein, in irgend einer Tätigkeit, von da dorthin zu gelangen – oder auch bloß die Gelegenheit, die einem geboten wird, so zu gehen, weil manche Menschen gern so gehen?

Man könnte eine Regel ein Satzradikal (im Sinne der Chemie) nennen.

T. Scr. S. 241 / 1, 3

// wir anerkennen den Satz, daß ... //

// Nehmen wir an, wir haben in irgendeinem Sinne ... //

Ich nehme an, wir haben in irgend einer Weise bewiesen, daß (für alle p)

~~$\vdash \sim\Pi p \supset p$~~ $\vdash \sim\Pi p \vee p$!

Finden wir nun einen speziellen Satz P, für den

$P = \sim\Pi P$

so folgt: ~~$\vdash \sim\Pi P \supset \sim\Pi P$~~ $\vdash \sim\Pi P \vee \sim\Pi P$.

~~$\vdash \sim\Pi P \vee \sim\Pi P$~~ $\neq \vdash \sim\Pi P \supset \sim\Pi P$ $= \vdash \sim\Pi p = \vdash P$.

Ist dies Gödels Gedankengang?

Mit dem Induktionsbeweis führen wir ein neues Mittel in die Mathematik ein; wir entschließen uns, etwas Neues als Beweis anzuerkennen. // als Beweis eines mathematischen Satzes anzuerkennen. //

Der Satz "P" ist ein Komplex von Russellschen Zeichen; er kann daher als ein englischer oder deutscher Satz gelesen werden. Und zwar etwa als Satz mit dem Inhalt: "Es ist nicht beweisbar, daß" – + jetzt kommt ein Satz den wir aus den weiteren

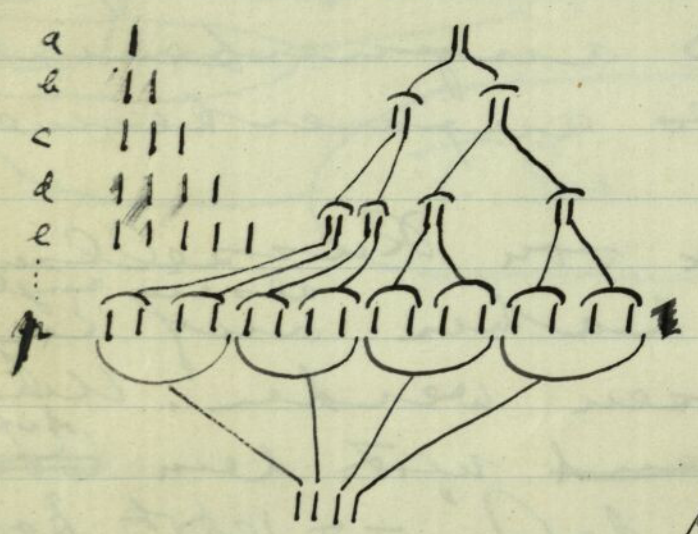
~~zu~~ Zeichen von "P" ableiten müssen + dabei erhalten wir die Zeichenfolge "P".

Fortsetzung des Bandes XVIII

3.2.40.

Das heißt natürlich, das Wort "Sinn" in anderm Sinne gebrauchen; aber dies wäre nicht unnatürlich.

Denn einerseits haben die beiden Sätze natürlich den gleichen (+ zwar keinen) – nämlich keinen – Sinn (auch wenn statt 'p' ein wirklicher Satz stünde steht). Anderseits, daß der ~~eine~~ erste der beiden Sätze wahr Satz wahr ist – d.h. hier; daß er eine Tautologie ist – wird anders erhalten, als, daß der zweite andre es ist. – Es handelt sich eigentlich darum, ob der Satz "$\sim^e p \equiv p$" anders anzuwenden ist als "$\sim\sim p \equiv p$".



Wenn ich (so) verschiedene Techniken lerne, ~~(nun)~~ die p^{te} Anzahl von Strichen zu erzeugen, muß ich diese als Techniken auffassen, das Zahlzeichen jener Anzahl in abzukürzen? abgekürzter Form zu schreiben? // als Techniken der Abkür.

zung jenes langen Zahlzeichens auffassen?!!
Muß ich bei solchen Konstruktionen eine Abkürzung im Sinn haben?

Nehmen wir an, wir sagten, die Konstruktion könnte mich nicht überzeugen, daß bei der Ausrechnung von 2^4 16 herauskommen muß – wie kann ich dann die Technik des Definierens mit Überzeugung verwenden?

Muß Russell nun auch mittels logischer Beweise demonstrieren, daß beim zurückführen eines Ausdrucks auf die primäre Schreibweise das Richtige herauskommen muß?

Oder auch: Dieselbe Technik, die zu einer Abkürzung eines Schriftzeichens angewandt werden kann, kann auch ganz anderen Zwecken dienen.

(Und wenn den Menschen gewisse Schriftzeichen aus irgendwelchen Gründen zu kurz wären, warum sollten sie sie nicht mit Hilfe durch Definitionen von Definitionen verlängern?)

Es ist mir, als könnte ich mit

meinen Betrachtungen einen sehr wertvollen Samen säen; der aber wahrscheinlich nicht aufgehen wird.

4.2.

Die Konstruktion in der obigen Figur könnte man eine geometrische Untersuchung nennen. Ich habe die Reihe von Strich~~folgen~~reihen hingeschrieben gezeichnet & mit Buchstaben versehen, um der letzten Strichreihe einen Platz anzuweisen.

Und ich könnte das sehr wohl getan haben, ohne die Buchstaben in der Reihenfolge des Alphabets zu schreiben.

Die Verschiedenheit der Buchstaben gehört zum ~~Ge~~wesen ~~der~~ dieser geometrischen Konstruktion.

Aber in wiefern kann man denn das Zeichnen dieser Linien eine Untersuchung nennen?

Eine Untersuchung ist es doch nur dann, wenn es zur Beantwortung einer Frage geschieht. – Die Frage ist: "Was kommt heraus, wenn ich das & das tue?" Dieses "das & das" muss also vorerst allgemein

festgelegt worden sein: Es muß schon eine Technik des Untersuchens existieren.

Will ich nicht sagen, daß die Untersuchung der Reihe p eine mathematische Untersuchung ist – aber keine logische?

Wie nun, wenn jemand sagen würde: "die Mathematik ist eine Klasse von Untersuchungen, nicht eine Klasse von Sätzen"?

Nmg ufuq yfg ufuq xmukfoiow rh dszg rh dmigsb mu zworiggrmu + ozgoh prnu wmigh szerut yoou preow. Woi ofg, urxsg wro Tohxsrxgprxsgorg; urxsg vrnozp dro Ruhlriggrmu, rhg volmg wzh Honugmin, dzh afo timhhon Yzfo dzxshg. Hmerop Ofg, hmerop Afhzoovnszut org Poyon + Gmw. (Rxs wzxsgo zu Pzymih + Oonwophmsuh Mitopofhrg.) Zyoi wzwfixs, wzhh ozu wou Ozutop zu Ofg ru vruvo zuwoiu oruhroog, oiszpg ozu hopyhg urxsg Ofg.

Kommt das darauf hinaus, daß – wie man in der Mengentheorie sagen würde –

es 'mehr' mathematische Untersuchungen gibt als mathematische Sätze eines Systems? Existiert hier eine Verbindung mit Gödels Theorem? Wenn, so kann es nur eine ganz lose Verbindung sein. —

Ozu gunngo hzton: "Touro rhg ~~[illegible]~~ Ofg ro Gzpong".

Man könnte zunächst fragen: kann nicht, daß zwei verschiedene Beweise zu demselben Satz führen, in zwei verschiedenen mathematischen Sätzen ausgedrückt werden; deren jeder durch einen der beiden Beweise bewiesen ist?

Das heißt natürlich nicht, man dürfe nicht sagen, daß zwei Beweise das Gleiche beweisen. Aber es heißt, daß ~~zwei~~ ein Beweis als Beweis nicht nur dieses eines Satzes aufgefaßt werden kann.

Und auf welche Weise wie hilft uns hier die geometrische Auffassung des Beweises (denn sie ist natürlich nur eine Auffassung x)?

Aber wenn man nun sagte: Die Beweisbarkeit dieses Satzes durch diesen Beweis könnte doch auch anders als durch den diesen Beweis selbst bewiesen werden!

Ich will sagen: Ein Beweis zeigt demonstriert (uns) außer dem bewiesenen Satz noch etwas Wichtiges.

Gizxsgo toprogg + urxsg-Bindestrich-yodfuwoig + doiwon.

Aber das doch nur, wenn wir uns für dieses Andere interessieren. Und mit diesem ~~Andern~~ andern meine ich etwas Mathematisches, + nicht etwas Psychologisches. Und, uns für das andere Mathematische interessieren, heißt, den Beweis als Glied eines andern mathematischen Systems ~~auffassen~~ behandeln.

Richtiger wäre ~~(es)~~ gewesen: Ein Beweis kann uns außer dem bewiesenen Satz noch etwas anderes Wichtiges zeigen.

Und zwar, wenn wir ihn als Glied eines andern Systems betrachten.

vielleicht schwach

die Wahrheit des....

"Jeder Beweis zeigt nicht nur den bewiesenen Satz (Satzes), sondern auch, daß er sich so beweisen läßt." – Aber dies letztere läßt sich ja auch anders beweisen. – "Ja aber der Beweis beweist es auf eine bestimmte Weise & beweist, daher, daß es sich auf diese Weise demonstrieren läßt." – Aber auch das ließ sich durch einen andern Beweis zeigen. – "Ja aber eben nicht auf diese Weise.*" –

Das heißt doch etwa: Dieser Beweis ist ein mathematisches Wesen, das sich durch kein anderes Wesen ersetzen läßt (ersetzen läßt); man kann sagen, er könne uns von etwas überzeugen wovon uns nichts anderes (Anderes) überzeugen kann, & man kann ihm daher einen Satz zuordnen, den man keinem andern Beweis zuordnet. // & man kann dies zum Ausdruck bringen, indem man ihm einen Satz zuordnet, den.....//

Das Cantorsche Schema mit dem "usw" als Zeichen aufgefaßt. 'Wie kann es mehr als $\aleph_0$ Zeichen geben?'

'Es gibt keine Kiste, groß genug, (um) alle Kisten ~~in~~ der Welt in sich aufzunehmen.'

Aber mache ich nicht einen groben Fehler? Den Sätzen der Arithmetik & den Sätzen der R.schen Logik ist es ja geradezu wesentlich, daß verschiedene Beweise zu ihnen führen. Ja ~~da~~ sogar, daß unendlich viele Beweise zu einem jeden von ihnen führen.

Ist es ~~wahr~~ richtig, zu sagen, daß jeder Beweis uns von etwas überzeugt, wovon nur er uns überzeugen kann? kein anderer uns überzeugt? Wäre dann nicht – sozusagen – der bewiesene Satz überflüssig, & der Beweis selbst auch das Bewiesene? // selbst auch das Bewiesene? // //, & der Beweis müßte selbst auch das Bewiesene sein? //

Überzeugt mich der Beweis nur vom bewiesenen Satz?

5.2.

Was heißt: "ein Beweis ist ein mathematisches Wesen, das sich durch kein anderes ersetzen läßt"? Es heißt doch, daß jeder besondere Beweis einen Nutzen hat, den kein anderer hat. Man könnte sagen:

"-daß jeder Beweis, auch eines schon bewiesenen Satzes, eine Contribution zur Mathematik ist". Warum aber ist er eine Contribution, wenn es bloß nur darauf ankam, den Satz zu beweisen? Nun, man kann sagen: "der neue Beweis zeigt (oder macht) einen andern neuen Zusammenhang". (Aber gibt es dann nicht einen mathematischen Satz, welcher sagt daß dieser ~~(neue)~~ Zusammenhang besteht?)

| Man muß manchmal einen Ausdruck aus der ~~dem Sprachverkehr~~ Sprache herausziehen, ihn zum Reinigen geben, + dann ihn dann wieder in den ~~Sprachverkehr~~ Verkehr einführen. |

Was lernen wir, wenn wir den neuen Beweis sehen, außer den Satz, den wir ohnehin schon kennen? Lernen wir etwas, was sich nicht in einem mathematischen Satz ausdrückt? // ausdrücken läßt? //

Wie, wenn ich sagte: "wir lernen den Satz so konstruieren"? Oder wir könnten sagen: "wir lernen, daß uns diese Konstruktion des Satzes überzeugt" == aber ist das eine mathematische Tatsache? // aber ist das etwas Mathematisches? //

6.2.

Es könnte Einer sagen: nun es ist eben interessant einen neuen Beweis eines mathematischen Satzes zu sehen! Aber warum soll es interessant sein?

7.2.

Es welcher Art ist ein Satz: "Das ist ein Beweis von dem"? Dieser Satz kann verschiedene Bedeutungen haben.

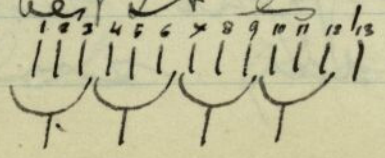
z.B.: "Diese Satzfolge beweist diesen Satz." "Diese Satzfolge beweist 'p' aus 'q', 'r' & 's'."

"Statt-" "so ist dieser Satz bewiesen" könnte man sagen: "so ist dieser Satz wahr".* Oder: "in diesem Sinn ist der Satz wahr".*

8.2.

'Stellt der Beweis nur dar, um zu überreden? — Aber er überredet uns doch nur das zu glauben, was wahr ist!' Ja, der diese Überredungsmittel schlucken, scheint das Kriterium dieser Wahrheit zu sein. // Kriterium dafür zu sein, daß der Satz wahr ist. //

Was heißt es: die Konstruktion



6.2.

als Beweis dafür anerkennen, daß $13 = 4 \times 3 + 1$ (ist)? Was heißt es, sie nicht als Beweis dafür anzuerkennen?

Heißt dies, daß das Ergebnis der jener Konstruktion nicht immer das Gleiche sein muß, oder, daß das Ergebnis nichts mit dem Arithmetischen Satz zu tun hat?

Betreibt man Logik mit dem Abacus?

Inwiefern hängt die Anwendung eines math. Satzes davon ab, was man als seinen Beweis gelten läßt + was nicht?

Ich kann doch sagen: Wenn der Satz $137 \times 373 = 46792$ ~~[illegible]~~ im gewöhnlichen Sinne wahr ist, dann muß es eine Multiplikationsfigur geben, an deren Enden die ~~beiden~~ Seiten ~~der~~ dieser "der" Gleichung stehen. Und eine Multiplikationsfigur ist ein ~~entspricht~~ Muster, das gewissen Regeln genügt.

Ich will sagen: Erkennte ich die Multiplicationsfigur nicht als einen Beweis des Satzes an, so fiele

damit auch die Anwendung des Satzes auf Multiplikationsfiguren fort.

9.2.

Der Begriff der 'Anwendung' ist aber hier noch einigermaßen unklar. Ich meinte die Anwendung des unzeitlichen Beweises auf den zeitlichen Beweisvorgang.

Welche Anwendung hat (nun) der Beweis für den Mann, welcher Ornamente der Tapetenmuster entwirft? Aus ästhetischen Gründen entwirft er Multiplikationsfiguren. (Die Regeln des Multiplizierens können in diesem Fall die Rolle der Regeln der Harmonielehre spielen.) [Rxs yru hosi torbgiorxs.]

10.2.

Ich bin im Unklaren über den Nutzen eines bestimmten Beweises.

Könnte einer den keinen Beweis eines Math-Satzes kennte ihn überhaupt verstehen? Und wenn er also keine Ahnung von der Art des Beweises hätte könnte er ihn dann auch nur wahr glauben?

Welche Rolle könnte eine

Rechnung in einer Beschreibung spielen?

Was soll der Beweisvorgang hinter den Kulissen der Sprache?

Der Beweis arbeitet hinter der Szene der einer Sprache Beschreibung (oder etwa auch auf dem Schnürboden).

Dro hxsdoi ~~[illegible]~~ uppg ori af soson, dgh ~~[illegible]~~ emi ovrnon Zfton protg!

Rufe: 'Wer einen neuen Beweis zu einem Satz eines Satzes entdeckt hat, hat eine neue Anwendung des Satzes entdeckt.'

| Du musst Dich immer fragen: "Arbeitet dieser Satz, + wie arbeitet er?" |

Die Genaue Entsprechung eines richtigen (überzeugenden) Übergangs in der Musik + in der Mathematik!

Es kann natürlich das Interesse eines neuen Beweises auch in seiner Kürze liegen. Aber er setzt doch

auch den Satz in einen neuen Zusammenhang (brachte man sagen). (Nämlich in einen Zusammenhang, in welchem er wieder 'bewiesen' erscheint.

Aber wieder die Frage: was ist da für eine Tatsache, daß etwas ein Beweis eines Satzes ist?

Was ist für eine Tatsache, daß etwas ein 'richtiger Schluß' ist?

'Zu diesem Punkt führt auch dieser Beweisweg.' Der Beweisweg, gleichsam ein Weg des geringsten Widerstandes (oder dergl.).

11.2.

Bedenken wir, daß es nicht genug ist, daß sich zwei Beweise in solchen Satzzeichen treffen! Denn wir wissen wir, daß dies Zeichen beidemale dasselbe sagt? Dies muß aus anderen Zusammenhängen hervorgehen.

Welche Rolle spielt der Beweisweg in einer grammatischen Regel in der Praxis der Sprache?

Ms-117,161

Auf diesem Weg werde ich überzeugt-
heißt nicht nur: so stellt man
es an, um mich zu überzeugen —
sondern: da dort liegt dasjenige, wovon ich
überzeugt bin wurde.

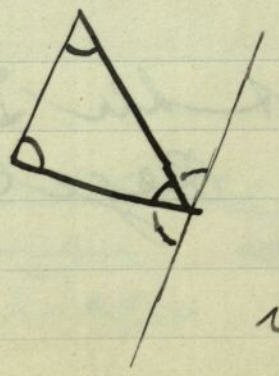
Der Beweis muß den Nutzen der Regel
zeigen. Denn dem zuliebe nehme ich
den Beweis ihn ja an.

Konnte man sagen: "Der Beweis
muß mir die Konflikte zeigen, die
zu vermeiden ich die Regel annehmen"? — "Die Abgründe, denen auszuwei-
chen ich diese Regel annehme".

13.2.

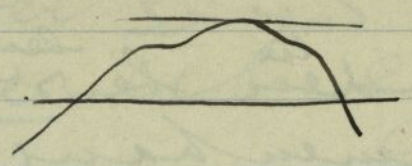
Warum muß ich einem Menschen zeigen,
warum er eine Regel annehmen soll?

Aber die Regeln, nach denen ich gram-
matische Regeln bilde sind doch auch
grammatische Regeln.



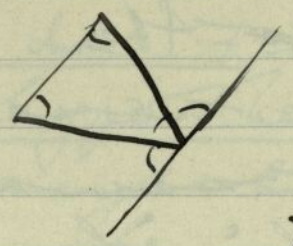
Beweis, daß die Winkel-
summe eines Dreiecks
ungefähr 180° ist.
Welche Tätigkeit nennt
man 'dies beweisen'?

Ähnlich: Beweis des Mittelwertsatzes. Vgl. dies mit hier die Beweisidee?



14.2.

Bedenke bei dem Beweis



, den ich meinte: was wagst Du auf den Beweis hin? Denn darauf kommt es an.

Was wage ich auf diesen Beweis hin, der jede Gleichung n^te Grades n Wurzeln hat? Zu welchem Sinn hat mir n Wurzeln?

Angenommen, ich sage 25 × 25 sei gleich 526, das Zeichen '526' wäre aber so anzuwenden, wie jetzt mein Spiegelbild – hätte meine Regel dann denselben Sinn wie wenn '526' auf die gewöhnliche Art anzuwenden wäre?!

Man könnte wohl sagen: der versteht den Sinn dieser Regel nicht, der das System nicht kennt, zu dem sie gehört. Aber das heißt doch: der

versteht den Witz ~~dieser~~ der Regel nicht.

Der neue Beweis stellt die bewiesene Regel in einen neuen Zusammenhang. Er gibt neue Gründe für die Anerkennung dieser Regel. ~~[illegible]~~ Aber hier ist eine Unklarheit. – Der neue Beweis zeigt die Regel im Zusammenhang mit andern Regeln, die ihr stehen (wie man sagt, ein Hut 'stehe' jemandem). Aber, daß sie ihr stehen – will ich sagen – ist doch kein mathem. Faktum. Der neue Beweis zeigt den Satz in einer neuen Umgebung, die zu ihm passt.

Denke, ich gäbe jemand die Aufgabe: 'Finde einen Beweis des Satzes....' – die Lösung ~~Antwort~~ wäre doch, daß er mir gewisse ~~[illegible]~~ Zeichen vorlegt. Nun gut: welcher Bedingung müssen diese Zeichen genügen? Sie müssen ein Beweis jenes Satzes sein – aber ist das, etwa, eine geometrische Bedingung? Oder eine psychologische? Manchmal könnte man es eine geometrische Bedingung nennen, dort, wo die Beweismittel schon vorgeschrieben sind & nur noch eine bestimmte Zusammenstellung gesucht wird

15.2.

Der Beweis zeigt, daß unser Satz auch diesen Überlegung entspricht.

Das Perniziöse an der Dirichletschen Auffassung der Funktion: daß sie eine Art hypothetische Notation einführt; die angeblich verwendet werden könnte, wenn wir anders beschaffen wären. Denn die Idee daß eine Funktion, z.B. sin x, eine Art von Tabelle ist, in der den Werten von x die Werte von sin x zugeordnet sind, wäre nur richtig, wenn man tatsächlich so eine Tabelle statt 'sin x' gebrauchen könnte, wenn eine Tabelle ein mögliches Zeichen für 'sin x' wäre. So wie z.B. meine W.F. Tabellen tatsächlich als Zeichen statt 'v', 'v', etc. gebraucht werden können.

'Manche mathem. Beweise sind die Ausrechnungen von Sätzen; manche nicht.' Aber man hatte doch jedenfalls den Satz durch die Überlegungen des Beweises erhalten können!

Wie aber, wenn ich das distributive Gesetz nach dem Skolemschen Beweis nicht angenommen hätte? Kann man sagen, ich hätte gegen eine Regel verstoßen?! — Freilich —: wo endet dann der Sk'sche Beweis? Man könnte ihn so enden lassen: "Und nun ~~[illegible]~~ möchte man vielleicht schließen das für alle Zahlen a b c ...., aber das tun wir nicht, sondern sagen ...".

Ich will sagen: Der Sk'sche Beweis befriedigt uns nicht darum, weil er einer Regel folgt.

Oder: Mathematische Überlegung ist etwas nicht darum weil es einer Regel folgt. — Was heißt es aber: 'Auf Grund dieser Überlegung erkenne ich diesen Satz an'? Wie weiß ich (so zusagen) daß es auf Grund dieser Überlegungen geschieht?

Wie ergibt sich aus einer Regel eine andere?

Was ist das Kriterium des Passens? Passen diese beiden Figuren —

zusammen? – Das könnte heißen: "Passen sie noch der + der Regel?", oder auch: "Sollen wir sagen solche Figuren 'passen', + daher dies etwa auch von den + den andern sagen?".

Wenn ich Sk.s Überlegung zeige, der wird nun geneigt sein, zu sagen, daß die Transformation jedes Zeichens 'a+(b+c)' das entsprechende Zeichen '(a+b)+c' ergeben müsse. Und wird insbesondere geneigt sein dies in dem + dem speziellen Fall zu sagen, obwohl er die Transformation nicht ausgeführt hat. Er hat sich entschlossen, ein neues Kriterium dafür anzunehmen, daß das Resultat der Umformung dies ist.

Was hat der gefunden, der eine neue Überlegung findet, die mich dorthin führt? Was ist der Nutzen einer neuen Überlegung, wenn ich schon an ihrem Ziel bin?

Die neue Überlegung ein neues Paradigma?

16.2.

Ich möchte etwas sagen, wie:

daß die neue Überlegung eine neue Anwendung nahelegt. (Anwendungsmöglichkeit zeigt.) Dort nämlich wo diese neue Überlegung interessant ist. (Denn wenn ich in in einer Überlegung nur ein 'a' durch ein 'b' ersetze, so nennen wir was entsteht nicht einmal eine neue Überlegung.)

'Du kannst es Dir aber auch so überlegen ....'

'Eine Überlegung' – könnte man sagen – 'zeigt Prinzipien des Überlegens.'

17.2.

Wf qqunhf uxsg wro Pfto uxsg qfutvyon druppon + wro Dzsisvig hzton.

Kannst Du Dir jemand(en) denken, der das Argument des Induktionsbeweises nicht annimmt annähme? Der sagt: Ja, ich sehe: – wenn man 1 durch 3 dividiert bleibt der Rest 1 + nun muß man wieder durch 3 dividieren – – aber ob das auch so weitergeht, weiß ich nicht.

Wie, wenn er bei den 4 Orten 3 angelangt auf 4 übergeht + sagt, das sei jetzt

die Fortsetzung in der gleichen Weise?
Wir sagen: er habe uns misverstanden. Aber er sagt, er habe uns nicht misverstanden. Konnten wir es denn im vorhinein durch eine Regel verhindern, daß er plötzlich (einmal) von uns abweicht?

Aber können wir uns auch den Andern denken, der (zwar) das rekursive Argument annimmt, aber nicht das Argument welches alle Stufen durchläuft? Ich glaube, ja. Er würde dem letzteren mistrauen etwa mit der Begründung, er könne nie ganz sicher sein wenn er einen Prozess wiederhole ob er auch wirklich beidemal das Gleiche tue.

Was ~~ist~~ der Nutzen davon, daß wir eine neue Überlegung kennen lernen? Nun vor allem einmal braucht das gar keinen Nutzen zu haben, wenn z.B. etwa die neue Überlegung der alten zu ähnlich sieht.

Wenn wir z.B., ~~auch~~ das distributive Gesetz auch ~~[illegible]~~ unabhängig von B.schen Beweis angenommen haben annehmen, so lehrt uns doch der

Sk.sche Beweis die Induktionsmaschinerie ~~maschine~~ kennen, die mit dem Gesetz übereinstimmt. //, die jenes Gesetz zum terminus ad quem hat! // //, die jenes Gesetz zum Zielpunkt hat. //

Was ist der 'grammatische Wert' dieser Induktionsmaschinerie?

Wie kommt es, daß ich schreiben kann '25 × 25 = 625' + nicht schreiben muß 25 × 25 sei auf diese Weise 625, indem ich nämlich die ganze Multiplikation anschreibe?

Es ist schon wichtig daß man wisse daß der Gleichung 25 × 25 = 625 eine ein Multiplikation vorgang entspreche, daß diese Gleichung, zu B., keine Definition ist.

Das Induktionsschema steht für eine Technik der Bildung von Ausdrücken.

Ich lerne etwa eine neue Technik ein Zeichen dieser Form in ein Zeichen jener Form zu überführen. Und warum sollte das nicht nützlich sein können?

18.2.

Wenn man in der Mathematik einen Satz so formuliert "Man kann nicht ..." (z.B. "Man kann den Winkel mit ..... nicht 3-teilen") so deutet man schon eine Verwendung des Satzes an: die nämlich, einen zu überzeugen er solle die Versuche des 3-Teilens lassen da dabei nichts herauskommen könne. Wir haben also hier schon eine Voraussage. Analog ähnlich, wenn wir sagen: "Nach jeder Primzahl gibt es eine größere."

Technik mehrere Leute dasselbe Ornament zeichnen zu lassen, ohne daß sie es von einer gemeinsamen Vorlage kopieren: Wir lehren sie, z.B., multiplizieren + dann tatsächlich sicher sein, daß alle auf einen neuen Befehl dasselbe Ornament zeichnen werden.

19.2.

Dann Wf wro Pfto urxsg lirnarlropp zfutoyon drpphg; hm gzunhg Wf hro urxsg zfutoyon.

'Diese Überlegungen führen zu demselben Resultat. Die beiden Überlegungen, etwa zwei charakteristische

weisen, ~~[illegible]~~ 100 Kugeln in 5 Gruppen zu 20 Kugeln überzuführen. ~~[illegible]~~ Den Charakter ~~der~~ von Überlegungen erhalten diese Überführungen durch den Zweck dem sie dienen.

20.2.

~~[illegible]~~ Sind die Sätze der Mathematik anthropologische Sätze, die sagen wie wir Menschen schließen & kalculieren? – Ist ein Gesetzbuch, ein Werk über Anthropologie das uns sagt wie die Leute dieses Volkes einen Dieb etc. behandeln? – – Könnte man sagen: "Der Richter schlägt ~~[illegible]~~ in einem Buch über Anthropologie nach & verurteilt hinauf den Dieb ~~zum Galgen~~ zu einer Gefängnisstrafe."? Nun der Richter gebraucht das Gesetzbuch nicht als Handbuch der Anthropologie. (Gespräch mit Sraffa.)

'Was sollen wir sagen?' fragt der Philosoph.

'Schau es so an, & es kommt dasselbe heraus.'

Wir sagen: diese beiden Bilderreihen

überzeugen uns von demselben.

Die Prophezeiung lautet nicht, daß der Mensch, wenn er bei der Transformation dieser Regel folgt das herausbringen wird — sondern, daß er, wenn wir sagen ~~werden~~, er folge der Regel, das ~~[illegible]~~ herausbringen werde.

Wie, wenn wir sagten, daß mathematische Sätze in diesem Sinne, Prophezeiungen wären sind; indem sie voraussagen, was ~~Menschen~~ Glieder einer Gesellschaft, die diese Technik gelernt haben, in Übereinstimmung mit den übrigen Gliedern der Gesellschaft herausbringen werden. "25 × 25 = 625" hieße also, daß Menschen, ~~die~~ wenn sie unsrer Meinung nach ~~nach~~ die Regeln des Multiplizierens ~~vorgehen~~ befolgen, bei der Multiplication 25 × 25 ~~[illegible]~~ zum Resultat 625 kommen werden. — Daß dies eine richtige Vorhersage ist, ist zweifellos; & auch, daß das Wesen des Rechnens auf solche Vorhersagen gegründet ist. D.h., daß wir etwas nicht (eine Technik des Rechnens) rechnen nennen würden, wenn wir so eine Prophezeiung mit Sicherheit

machen konnten. Das heißt eigentlich: das Rechnen ist eine Technik. Und was wir gesagt haben, gehört zum Wesen einer der Technik.

Man ~~könnte~~ die Prophezeiung auch so fassen: – daß Übereinstimmung bezüglich des Resultates der Rechnung erzielt werden wird, wenn Übereinstimmung bezüglich der richtigen Anwendung der Regeln erzielt wird.

Oder: daß es unser aller Meinung nach der gleiche Schritt sein wird werde, wenn er unser aller Meinung nach dieser (eindeutigen) Regel ~~folgt~~ gemäß ist.

Oder: Wir sind überzeugt, daß wir ich eine Rechnung dadurch kopieren können kann, daß wir ich sie wieder 'den Regeln gemäß' ausführen. // Rechnung kopieren können, indem wir sie ... //

Könnte man nicht sagen, was ich sagen wollte sei gewesen: daß, wo im Rechnen das richtige Prophezeien aufhörte (auch wenn dies z.B. in den Rechnungen der Logik der Fall ist), das Rechnen selber sein Ende

findet
hat.

Gleich ich aber hier nicht in die ~~Konstatierung~~ Behauptung Feststellung hinein, die Mathematik bestehe aus Voraussagen, Naturgesetzen, bezüglich unserer Ausübung einer (gewissen) eingelernten Technik??

Wenn ich aber das Rechnen anwende, geschieht es dann immer um solche diese Voraussagen zu machen? Wenn ich z.B. ausrechne, wie viel Brote ich brauchen werde um.....— so will ich eine Voraussage machen bezüglich der Brote, & der arithmetische Satz ist diese Voraussage noch nicht.

Zum Rechnen gehört, wesentlich, dieser Consensus, das ist sicher. D.h.: zum Phänomen unseres ~~des "des Menschlichen"~~ Rechnens gehört dieser Consensus.

In einer Rechentechnik müssen Prophezeiungen möglich sein.
Und das macht die Rechentechnik ~~eine~~ der Technik eines Spiels, wie des Schachs, ähnlich.

Aber wie ist das mit dem Concensus — heißt das nicht, daß ein Mensch allein nicht rechnen könnte?
Nun, ein Mensch könnte jedenfalls nicht nur einmal in seinem Leben rechnen.

Man könnte sagen: alle möglichen Spielstellungen im Schach können als Sätze aufgefaßt werden, die sagen, sie (selbst) seien möglich Spielstellungen, oder auch als Prophezeiungen: die Menschen werden diese Stellungen durch Züge erreichen können welche sie übereinstimmend für den Kegeln gemäß erklären. Eine so erhaltene Spielstellung ist dann ein bewiesener Satz dieser Art.

"Eine Rechnung ist ein Experiment" — Eine Rechnung kann ein Experiment sein. Der Lehrer ~~gibt dem~~ läßt den Schüler eine Rechnung machen, um zu sehen ob er rechnen kann; das ist ein Experiment.

Wenn in der Früh im Ofen Feuer gemacht wird, ist das ein Experiment? Aber es könnte eins sein.

Und so sind auch Schachzüge nicht Beweise + Schachstellungen nicht Sätze. Und mathematische Sätze nicht Spielstellungen. Und so sind sie auch nicht Prophezeiungen.

Ich könnte also eine Rechnung machen, um vorauszusagen, was ein Anderer ~~der sie macht erhalten wird~~ bei dieser Rechnung erhalten wird. Und ich könnte dann sagen, ich mache so zusage ein Experiment mit mir, indem ich nachsehe, ich versuche ~~sehe~~ sehe nach wie ich (auf diese Regeln) reagiere um daraus zu schließen, wie er reagieren wird.

Oder man könnte sagen: Das Rechnen hat sich gut bewährt. Man hat gefunden, wenn man Menschen abrichtet gewisse Operationen mit ~~Zeichen~~ Strichen auszuführen vorzunehmen, wenn man dann diese Technik (auf bestimmte Weise) mit der des Brückenbauens verbindet so fallen die Hängen Brücken nicht ein.

Aber halt – wenn nun das Rechnen

diesen Nutzen hätte, – müßte es dann auch noch zu Prophezeiungen über das Resultat von Rechnungen dienen können?

Ist etwas eine Überlegung, was niemand als nur ich als (eine) Überlegung anerkennt? Oder etwas, was ich nur einmal & nie wieder als Überlegung anerkenne?

Wenn eine Rechnung ein Experiment ist; was ist dann ein ~~[illegible]~~ Fehler in der Rechnung "ein Rechenfehler"? Ein Fehler im Experiment? Nicht doch; ein Fehler im Experiment wäre es ~~etwa~~ gewesen, wenn ich die Bedingungen des Experiments nicht eingehalten hätte, wenn ich ~~den~~ also jemand ~~einen Menschen~~ etwa bei furchtbarem Lärm hätte rechnen lassen.

Aber warum soll ich nicht sagen: Ein Rechenfehler ist zwar kein Fehler im Experiment aber ein – manchmal erklärliches manchmal nicht erklärliches – Fehlgeher des Experiments?

Müßte ich nicht sagen eine Rech.

nung sei ein Experiment mit der Menschheit, denn die kann keinen Rechenfehler machen.

Aber ich könnte doch das Verhalten einer Tierart ~~untersuchen~~ studieren, indem ich Experimente mit einem Tier oder sagen wir mit einer kleinen ~~Anzahl~~ Gruppe von Tieren Exemplaren mache. Es genügt dann wenn in den meisten Fällen das Verhalten der Versuchstiere für das Verhalten ~~aller~~ der übrigen ~~Tiere~~ maßgebend ist.

Und so könnte ich sagen: Beim Rechnen mache ich ein Experiment, ich schaue nach, was ich (unter den richtigen Bedingungen) bei dieser Rechnung herausbringe – weil dies so gut wie immer mit dem, was alle andern unter solchen Bedingungen Verhalten, übereinstimmt.

Oder soll ich sagen: 'übereinzustimmen scheint'?

Mache ich ein Experiment, wenn ich die aufgezogene Uhr ablaufen ~~E~~ die Zeit zeigen lasse? Wenn ich etwa jetzt nachschaue, wie viel Uhr

es ist?

Nun, es wird niemand das ein Experiment nennen.

21.2.

Soll ich sagen: "Mathematische Beweise sind Experimente, die uns zeigen, was wir zu sagen geneigt sind"?

"Eine Rechnung, z.B. eine Multiplikation, ist ein Experiment: wir wissen nicht, was herauskommen wird, + ~~sehen~~ erfahren es nun, wenn die Multiplikation fertig ist." – Gewiss; wir wissen auch nicht, wenn wir spazierengehn, ~~genau~~ an welchem Punkt wir uns in ~~nach~~ 5 Minuten ~~angelangt~~ befinden werden – aber ist spazierengehen ~~darum~~ deshalb ein Experiment? – Ja; gut; aber in der Rechnung wollte ich doch, von vornherein, wissen, was herauskommen werde; das war es doch, was mich interessierte! Ich bin doch neugierig auf das Resultat. Aber nicht, als auf ~~etwas~~ das, was ich wohl sagen werde, sondern als auf das, ... soll, was ich sagen werde, sondern, ~~auf etwas~~ + was ich sagen soll.

Wenn ich einen Maßstab anfertige, etwa ihn von einem Urmaßstab abnehme,

ableite, so könnte man sagen, ich mache ein Experiment, in dem ich herausfinde – – –

Wenn ich sage, wir experimentiren beim Rechnen, – dann natürlich nicht mit Zeichen, sondern mit uns selbst. Es ist dann ein psychologisches Experiment über das Erlebnis des Zustimmens.

Aber interessiert Dich nicht eben an diesen Multiplikation, wie die Allgemeinheit der Menschen rechnen wird? Nein – wenigstens für gewöhnlich nicht – wenn ich auch zu einem gemeinsamen Treffpunkt mit allen eile. Aber die Rechnung zeigt mir doch eben, experimentell, welches wo dieser Treffpunkt liegt. Ich lasse mich, gleichsam, ablaufen, & sehe wo ich hingelange. Und die richtige Multiplikation ist das Bild davon, wie wir alle ablaufen, wenn wir so aufgezogen werden.

Die Erfahrung lehrt, daß wir alle diese Rechnung richtig finden.

Wir lassen uns ablaufen & er-

halten das Resultat der Rechnung. Aber nun – will ich sagen – interessiert uns nicht, daß wir etwa unter diesen + diesen Bedingungen – dies Resultat erzeugt haben; – uns interessiert das Bild des Ablaufs, – allerdings als ein überzeugendes, sozusagen wohlklingendes, – aber nicht als das Resultat eines Experiments, sondern als ein Weg.

22.2.

Wie wenn man sagte: die Rechnung sei eine (Reaktion, ein) bedingter Reflex, – nicht eine ~~Satz~~ Aussage über so einen Reflex.

Man könnte auch die Rechnung eine Reihe von Entscheidungen nennen + das Resultat eine Schlußentscheidung.

Wir sagen nicht: "also so gehen wir!", sondern: "also so geht es!"

Wenn Einer sagt: "das Resultat der Rechnung findet man experimentell so müßte man ihm antworten: "ja, wie soll man "er's" es denn finden?"

Ist der Ausdruck einer der Entscheidung

ein Satz, der sagt, daß ich mich so entscheide?
Der bewiesene Satz als Äußerung einer Entscheidung.

Ich lasse mich ablaufen & das Ende des Ablaufs ist der bewiesene Satz. Aber sagt dann der Satz etwas über diesen Ablauf?
Wir haben ein Experiment gemacht – aber im Experiment wurde ein Satz erzeugt (wie sonst etwa eine chem. Verbindung). Und nun gibt es einen anderen Satz, der sagt, daß jener Satz erzeugt wurde. – Aber wie, wenn ich als Ausdruck hierfür eben jenen Satz gebrauchte? So daß also "25 × 25 = 625" nun sagen soll, daß die Menschen, so + so abgerichtet, all. gemein dies hervorbringen. Nun, so eine Aussage gibt es doch, hat doch einen guten Sinn. Und wenn das so ist – sollte man fragen –, soll es dann wirklich zwei Sätze geben: einen, der diese anthropologische Tatsache aussagt, das doch offenbar für den Sinn der Arithmetik wesentlich ist, + einen anderen, den ganz davon unabhängiges arithmetisches Faktum $25 \times 25 = 625$ aussprechen soll?
Hier liegt der ganze Unsinn nahe: "Es kommt darauf an, wie wir den Satz

meinen". Man kann aber sagen: es kommt drauf an, wie wir den Satz verwenden, was wir mit ihm tun.

"Aber, daß 25 X 25 625 ist, ist etwas, was wir vor dem Ausführen der Multiplikation nicht wußten." – Könnte ich nicht auch sagen: dieser Satz ist einer, dessen Beweis wir vorher nicht kannten. — — — [soll wissen & kennen kontrastieren. Hängt auch damit zusammen: wir wußten nicht nur nicht, daß dieser Satz (oder diese Zahl) herauskommen würde, sondern auch nicht wie, in welchem Sinne, er 'herauskommen' würde.]

'Der Beweis schafft einen Begriff.' // schafft uns einen Begriff.' //

Wir sind Alle gleich gestimmt, wir laufen Alle gleich ab — aber heißt das, daß wir diese Gleichheit des Ablaufs unbedingt nur // Ablaufs nur immer // dazu verwenden, den Ablauf des einen Menschen aus dem // des Einen aus dem ... eines Andern ... // dem Ablauf des andern vorherzusagen // voraus zu bestimmen // ?

wer sagt, er sei neugierig, zu wissen, was die Multiplikation . . . x . . . . ergeben wird, könnte sagen, er sei neugierig zu sehen, womit er (am Ende) übereinstimmen werde. // sehen, welcher Rechnung er zustimmen werde. // – Das könnte aber ganz misverstanden werden. –

Unsre Zustimmung läuft gleich ab, – aber wir bedienen uns dieser Gleichheit des Ablaufs nicht bloß, um Zustimmungsabläufe vorauszubestimmen vorauszusagen. Wie wir uns des Satzes "dies Heft ist rot" nicht nur dazu bedienen um vorherzusagen, daß die meisten Menschen das Heft es 'rot' nennen werden.

23.2.

"Und das nennen wir doch 'dasselbe'". Bestünde keine Übereinstimmung in dem, was wir 'rot' nennen, etc. etc., so würde die Sprache aufhören. Wie ist es aber bezüglich der Übereinstimmung in dem, was wir "Übereinstimmung" nennen?

Wir können das Phänomen einer Sprachverwirrung beschreiben; – aber welches sind für uns die Anzeichen einer Sprachverwirrung? Nicht notwendigerweise Tumult + Verwirrung

in den Handlungen
|| + Wirrwarr im Handeln ||

im Handeln. Dann also, daß ich mich, wenn die Leute sprechen, nicht aus kenne; nicht übereinstimmend mit ihnen reagieren kann.

'Das ist für mich kein Sprachspiel.' Ich könnte dann aber auch sagen: Sie begleiten zwar ihre Handlungen mit Sprechlauten + ihre Handlungen kann ich nicht 'verwirrt' nennen, aber doch haben sie keine Sprache. — Vielleicht aber würden ihre Handlungen verwirrt, wenn man sie daran hinderte jene Laute von sich zu geben.

Es ist kein Zweifel: wir können.....

Wir können wissenschaftlich voraussagen, was Menschen bei einer Rechnung herausbringen werden, indem wir selbst sie rechnen; + das muß sehr wichtig sein.

Man könnte sagen: ein Beweis dient der Verständigung. Ein Experiment setzt sie voraus.

Oder auch: Ein math. Beweis formt unsere Sprache.

Aber es bleibt doch bestehen, daß man mittels eines math. Beweises wissenschaftliche Voraussagen über das Benehmen anderer Menschen machen kann.–

Wenn mich Einer fragt: "Was für eine Farbe hat dieses Buch?" & ich antworte: "Es ist grün." – hätte ich ebensowohl die Antwort geben können: "Die Allgemeinheit der Deutschsprechenden nennt das 'grün'."?

Könnte er darauf nicht fragen: "Und wie nennst Du es?"? Denn er wollte meine Reaktion hören.

Die Grenzen der Empirie.

Wenn ich die Multiplikation rechne,– ist das Resultat mit dem was ich erhalte allgemein allgemein, damit übereinstimmen werden?

Es gibt doch eine Wissenschaft von den bedingten Reflexen; ist das die Mathematik? Diese Wissenschaft wird sich auf Experimente stützen: diese Experimente werden Rechnungen sein. Aber wird, wenn diese Wissenschaft recht exakt, & am Ende gar eine 'mathematische' Wissenschaft wurde?

Ist das ein Resultat dieser

Experimente nun, daß (die) Menschen in ihren Rechnungen übereinstimmen, oder, daß sie darin übereinstimmen, was sie "übereinstimmen" nennen? // oder, daß sie in dem (bezüglich dessen, in Übereinstimmung sind), was sie "übereinstimmen" nennen übereinstimmen? // Und das geht so weiter.

Man könnte sagen: jene (diese) Wissenschaft würde nicht funktionieren, wenn wir in Bezug auf die Idee der Übereinstimmung nicht übereinstimmten.

Es ist doch klar, daß wir ein (mathematisches) Werk zum Studium der Anthropologie verwenden können. Aber eines ist dann nicht klar: – ob wir sagen sollen: "diese Schrift zeigt uns wie bei diesem Volk mit Zeichen operiert wurde", oder ob wir sagen sollen: "diese Schrift zeigt uns, welche (welchen) Teile (Teil) der Mathematik dieses Volk beherrscht hat".

Ist meine Überzeugung, daß ich rich tig gezählt, keine Ziffer ausgelassen, keine wiederholt habe, die Überzeugung, das die Allgemeinheit so zählt? Gebrauche ich ein Wort – das Wort

'zählen', oder 'wiederholen', etc – auf Grund der Überzeugung, daß die Allgemeinheit es so gebraucht?

Ich beginne eine Rechnung + bin neugierig, womit ich übereinstimmen werde; + die Rechnung zeigt es mir. (Das erinnert ~~irgendwie~~ an die Relativitätstheorie.) Aber wie, wenn ich mich irrte, – indem ich etwas für Übereinstimmung hielt(e), was es nicht ist! //?//

Spiralfedern sind so montiert, daß man sie um einen beliebigen meßbaren Winkel zusammendrehen + dann zurückschnellen lassen kann. Sie sind alle gleich abgestimmt, so daß ~~jede~~ sie, um den gleichen Winkel zusammengedreht, gleichlang brauchen, um in die Ruhelage zurück zu gelangen. Wir benützen diesen so einen Apparate u.a., um zu finden wie lange ein andrer gleichgestimmter brauchen wird einen gewissen Winkel zurückzulegen. (Ähnlich könnte man Menschen abstimmen so abrichten, daß sie alle zu ~~einer~~ der gleichen Multiplikation gleichlang brauchen.)

// Kann ich, am Ende einer Multiplikation

angelangt, sagen: "Also damit stimm' ich überein!" ? – Aber kann ich es bei einem Schritt der Multiplikation sagen? Etwa ~~wenn ich sage~~ bei dem Schritt "2 × 3 = 6"? Nicht ebensowenig, wie ich ~~es~~, auf dies Papier sehend, sagen kann: "Also das nenne ich 'weiß'!" ?

Ähnlich scheint mir der Fall zu sein, wenn jemand sagte: "Wenn ich mir ins Gedächtnis rufe, was ich ~~heute morgens~~ heute getan habe, mache ich ein Experiment (ich lasse mich ~~wieder~~ ~~hier~~ ablaufen) + die Erinnerung, die dann kommt, dient dazu mir zu zeigen, was Andere, die mich gesehen haben, auf die Frage, was ich getan habe, antworten werden.

Was geschähe, wenn es uns öfter sagte, daß wir eine Rechnung machen + sie als richtig finden; dann rechnen wir sie nach + finden sie stimmt nicht: wir glauben, wir hätten früher etwas übersehen – wenn wir sie wieder nachrechnen scheint uns unsre zweite Rechnung nicht zu stimmen, usf.

Sollte ich das nun ein Rechnen

nennen oder nicht? – Er kann jedenfalls nicht die Voraussage auf seine Rechnung bauen, daß er das nächste Mal wieder dort landen wird. – Könnte ich aber sagen, er habe diesmal falsch gerechnet, weil er das nächste mal nicht wieder so gerechnet hat? Ich könnte sagen: wo diese Unsicherheit bestünde gäbe es kein Rechnen.

Aber ich sage doch andererseits wieder: 'Wie man rechnet – so ist es richtig.' Es kann kein Rechenfehler in 12 × 12 = 144 bestehen. Warum? Diese Satz ist unter die Regeln aufgenommen.

Ist aber '12 × 12 = 144' die Aussage, es ~~werde~~ sei allen Menschen natürlich 12 × 12 so zu rechnen, daß 144 herauskommt?

24.2.

Wenn ich eine Rechnung mehrmals nachrechne, um sicher zu sein, daß ich richtig gerechnet habe, + wenn ich sie dann als richtig anerkenne, – habe ich da nicht ein Experiment wiederholt um sicher zu sein, daß ich das nächste mal wieder gleich ablaufen werde? – Aber warum

sollte soll mich dreimaliges Nachrechnen davon überzeugen, daß ich das vierte Mal ebenso ablaufen werde. – Ich würde sagen: ich habe nachgerechnet um sicher zu sein, 'daß ich nichts übersehen habe'.

Die Gefahr ist hier, glaube ich, eine Rechtfertigung unseres Vorgehens zu geben, wo es eine Rechtfertigung nicht gibt & wir einfach sagen sollten: so machen wir's.

Wenn Einer wiederholt ein Experiment anstellt, 'immer wieder mit dem gleichen Resultat', hat er dann zugleich ein Experiment gemacht, das ihn lehrt, was er 'das gleiche Resultat' nennt nennen wird, wie er also das Wort "gleich" gebraucht? Mißt der, der den Tisch mit dem Zollstock mißt, auch den Zollstock? Mißt er dabei den Zollstock, so kann er den Tisch nicht messen. // Mißt er den Zollstock, so kann er damit dabei den Tisch nicht messen. //

Wie, wenn ich sagte: "Wenn Einer den Tisch mit dem Zollstock mißt, so macht er damit dabei ein Experiment, welches

ihn lehrt, was bei der Messung dieses Tisches mit allen andern Fallstäben herauskäme"? Es ist doch gar kein Zweifel, daß man aus der Messung mit einem Fallstab voraussagen kann, was die Messung mit andern Fallstäben ergeben wird. Und ferner: könnte man es nicht tun – daß dann unser ganzes System des Messens zusammenfiele.

Kein Fallstab, könnte man sagen, wäre richtig, wenn sie nicht allgemein alle übereinstimmten. – Aber wenn ich das sage, so meine ich nicht, daß sie dann alle falsch wären.

Kann ich einen mathematischen Satz ersatzes durch den Satz: "Wenn ich Menschen gehörig aufziehe + sie (dann) von diesem Punkte ablaufen lasse, so werden sie * so gut wie immer * zu diesem Resultat gelangen"?

Der Philosoph muß sich vor nichts mehr hüten, als einen Knoten zu zerschneiden oder einen Faden zu zerreißen abzureißen. Er muß die Knoten alle, alle auflösen.

Wer Arithmetik lernt – soll ich

von dem sagen, er wird aufgezogen (konditioniert um dann richtig abzulaufen), oder: er lernt (lerne) jene anthropologischen Wahrheiten über die Abläufe. Oder wird er zuerst aufgezogen & dann lernt er jene (diese) Wahrheiten?

Das Rechnen verlöre seinen Sinn (Witz), wenn Verwirrung einträte. Wie der Gebrauch der Worte "grün" & "blau" seinen Witz verlöre. Und doch scheint es Unsinn zu sein zu sagen, – daß ein Rechensatz behauptet; sage, es werde keine Verwirrung eintreten. – Ist die Lösung einfach die, daß der Rechensatz nicht falsch werde, sondern unklos, wenn Verwirrung einträte?

Sowie der Satz dies Zimmer ist 16 fuß lang dadurch nicht falsch würde, daß Verwirrung in den Maßstäben & im Messen eintrate. Sein Sinn, nicht seine Wahrheit basiert auf dem ordnungsgemäßen Ablauf der Messungen. (Sei aber hier nicht dogmatisch. Es gibt Übergänge, die die Betrachtung erschweren.)

Wie, wenn ich sagte: der Rechensatz

drückt die Zuversicht aus, es werde keine Verwirrung eintreten.–

Dann drückt der Gebrauch aller Worte die Zuversicht aus, es werde keine Verwirrung eintreten.

Rxs yru oru adorgizutrtoi Wrxsgoi. Donu rxs zfxs zph Vrużftrtoi Qm̄urt fugoi wou Ypruwou yru. Fuw oru adorgi[illegible]rtoi Wrxsgoi gżgo yohhoi wzizu, wzh [illegible]rxsgou zfuaztoyou. Zfxs donu oi wzorg fug[illegible]i hornoh Orgoouhxsou soiemiiztg.

Man kann aber dennoch nicht sagen, der Gebrauch des Wortes 'Grün' besage, es werde keine Verwirrung eintreten, – weil dann der Gebrauch des Wortes "Verwirrung" wieder ebendasselbe über dieses Wort aussagen müsste.

Wenn "25 × 25 = 625" die Zuversicht ausspricht, wir werden uns immer wieder leicht dahin einigen können, daß der Weg, der mit jenem Satz endet, zu nehmen sei – wie drückt dann dieser Satz nicht die andere Zuversicht aus, wir würden uns immer

wieder über seinen Gebrauch einiger Bonnen.

Wir spielen mit den beiden Sätzen ~~nicht~~ das gleiche Sprachspiel.

Oder kann man sowohl zuversichtlich sein, man werde dort (dürfen) die gleiche Farbe finden sehen wie hier – ~~+ auch~~; man werde die Farbe, wenn sie die gleiche gleich ist, gleich zu benennen geneigt sein?

„Ich will doch sagen": die Mathematik ist als solche immer Maß + nicht Gemessenes.

Ich erwarte, dort dieselbe Farbe zu finden, wie hier. Ich gehe hin + finde wirklich die gleiche Farbe. Sage ich: "Ja, ich hatte recht; ich nenne, was ich hier sehe, wirklich 'die gleiche Farbe'."? Ist also meine Erwartung erfüllt, weil ich mit diesen Worten auf das, was ich sehe, reagiere? Nein; hier sind verschiedene Sprachspiele.

Warum soll ich eine Multiplikation

rechnen können nicht "wissen" nennen, "was herauskommt". Denn fragt mich jemand: "Weißt Du, was bei 737×345 herauskommt?" so antworte ich: "Ja; das." & fange an zu rechnen. // & fange an, um die Multiplikation vorzurechnen. // Ich kann sagen: ich weiß das Resultat nur als Ende der Multiplikation.

Was ist da für ein Satz?: daß sich das distributive Gesetz induktiv beweisen läßt? Oder: daß es sich aus der rekursiven Definition $a+(b+1)=(a+b)+1$ durch Induktion beweisen läßt?

25.2.

Der Begriff des Rechnens schließt (~~den Begriff des~~) Verwirrung aus. – Wie, wenn Einer beim Rechnen einer Multiplikation zu verschiedenen Zeiten verschiedene Resultate herausbekäme & die Zahlen in der Ordnung fände? – Aber dann könnte er doch die Multiplikation nicht zu den Zwecken verwenden, zu denen wir sie tun! – Warum nicht? Und es kann auch nicht gesagt, daß er dabei immer übel führe // fahren würde //. // daß er dabei übel fahren müßte //.

Ms-117,195

Die Auffassung der Rechnung als Experiment kommt uns leicht als die ~~einzige~~ einzig realistische vor.

Alles andere – meinen wir – sei Gefasel. Im Experiment haben wir etwas Greifbares. Es ist beinahe, als sagte man: "Ein Dichter, wenn er dichtet, stellt ein psychologisches Experiment an; nur ~~so~~ ist es zu erklären, daß ein Gedicht einen Wert Wert haben kann." Man verkennt das Wesen des 'Experiments', – indem man glaubt, jeder Vorgang, auf dessen Ende wir ~~begierig~~ gespannt sind, sei ein Experiment. was wir "Experiment" nennen.

Ein Experiment hat ~~eine bestimmte~~ eine Pointe. Wenn ich durch ein Fernrohr blicke so kann es geschehen, um die Bewegung eines Sterns zu beobachten; + auch um meine Augen zu prüfen. Die Pointe des Experiments ist – einmal: 'etwas über die Bewegung der Sterne zu erfahren', einmal: 'etwas über meine Augen zu erfahren'. Aber erfahre ich denn nicht beides zugleich: indem ich doch mit meinen Augen diese Bewegung der Sterne sehe?

Es scheint wie Obscurantismus, wenn man sagt, eine Rechnung sei kein Experiment. In gleicher Weise wie auch die Feststellung, die Mathematik handle nicht von Zeichen oder Schmerz sei nicht eine Form des Benehmens. Aber nur weil die Leute glauben, man behaupte damit die Existenz eines ungreifbaren, ~~[illegible]~~ d.i. schattenhaften, Gegenstands" neben dem uns Allen greifbaren. Während wir nur auf verschiedene Verwendungsweisen der Worte hinweisen.

Es ist beinahe als sagte man: 'blau' müsse einen blauen Gegenstand bezeichnen -- der Zweck des Wortes wäre sonst nicht ungreifbar einzusehen.

Durch seinen Ausdruck "Gebiet des realen nicht Nichtwirklichen Wirklichen" hat Frege seiner Sache sehr geschadet. Das Wort "Gebiet" ist so irreführend – wie das Wort "Gegenstand" auf Zahlen ~~angewandt~~ angewendet.

Daß ich ein Bild als Paradigma annehme, heißt nicht, daß seine Nützlichkeit behaupte. // annehme, das heißt nicht: ich behaupte seine Nützlichkeit

//annehme – das heißt nicht, daß ich seine Nützlichkeit behaupte.//

Bedenke den fluktuierenden Sinn des Wortes "Nützlichkeit".

"Experiment" nennen wir nur etwas innerhalb einem System von Handlungen. Aber das vergessen wir, sobald wenn ein Vorgang, der wie ein Experiment aussieht, uns vor den Augen ist, //wenn etwas uns vor den Augen ist, was wie ein Experiment aussieht.// //"Experiment" nennen wir gewöhnlich wir sonst nur etwas ..... Aber das vergessen wir, sobald ein Vorgang, der wie ein Experiment aussieht, uns vor den Augen ist.//

Inwiefern (aber) ist es dem Rechnen wesentlich, daß die alle Menschen Allgemeinheit der Menschen gleich rechnen? Inwiefern ist ihm also wesentlich, daß ich aus meiner Rechnung, die des Andern soll voraussagen können?

Können wir uns denken, daß dies die einzige Verwendung des Multiplizierens, z.B., wäre? Das Multiplizieren Rechnen wäre dann eine Art automatischen Sprechens (Assoziierens), der Zweck lediglich, zu erfah-

ren, was der Andre unter gleichen Umständen sagt. ~~Es~~ Dabei gäbe es natürlich Es gäbe dabei natürlich ein Kriterium der Gleichheit der ~~Bedingungen~~ Umstände des gesprochenen Gesagten // Dabei wäre gäbe es natürlich ein Kriterium der ..... nötig. // Und nun könnte es sein, daß der Andre zwar nicht das Gleiche, aber etwas nach einer gewissen ~~mathematischen Ablauf~~ aus dem Meinen Transformationsregel Entsprechendes sagte. Ich würde dann nach meinem analogen Ablauf berechnen, was des Andern Ablauf sein wird. Das Rechnen gibt uns (~~die~~) eine Vergleichsmethode.

26.2.

"Der Beweis muß übersichtlich sein" # heißt: Im Beweis gibt es nicht (wie im Experiment) verborgene Vorgänge, die das Resultat, wir wissen nicht wie, hervorbringen. Und das ist eine grammatische Bemerkung! Wer dies nicht versteht, mißversteht sie.

Denken wir uns zu einem jeden Beweis einen Satz, der das logische Produkt aller Sätze des Beweises ist. Dann wäre der Beweis auch ein Beweis dieses Satzes. Und gewonnen hat man, indem man den Satz liest, seinen Beweis gelesen.

Ms-117,199

Ich möchte die transformierende Beweistätigkeit als Tätigkeit zu anderm Zweck, zu anderm Nutzen des Beweisens als Tätigkeit mit zu einem andern Zweck, mit einem andern Nutzen als dem des Beweisens, auffassen. // zu anderm Nutzen als dem Beweisnutzen, auffassen. //

27.2.

Kann man sagen, daß jeder Beweis sich entweder schon Bindestrich dezeptierter Formen der Überlegung bedient, oder solche Formen in den Gebrauch einführt? // in unser Denken einführt? // // in unsre Überlegungen einführt? // // oder solche in unser Überlegen einführt? //

28.2.

Das Spiel mit den 3 Stößen pyramidenförmig aufeinandergetürmter geschlichteter Scheibchen. Es lehrt nicht einer die Technik die Scheibchen von einem Stoß auf einen andern zu übertragen so daß nie ein größeres auf einem kleineren zu liegen kommt. Ich lerne – scheint es – etwas Mathematisches. Aber warum? Doch wohl, weil ich eine mathematische Betrachtung daran anknüpfe.

Diese Technik des Umformens könnte zu rein lediglich praktischen Nutzen gelehrt werden. Ich meine, etwa, für zu bau-

baulichen Zwecken.

lichen. Und die ~~Regel~~ Vorschrift, es dürfe nie keine eine größere Scheibe auf einer kleineren ruhen, könnte Gründe der Stabilität oder Festigkeit haben. — Wenn nun Einer findet, wie die Scheiben diesen Bedingungen entsprechend zu übertragen sind, d.h., ~~eine~~ diese Technik begründet, eine Regel gibt + sie lehrt, — lehrt er dann eine mathematische Technik?

Konnte man sich nicht denken, daß Einer vom Resultat der Addition überrascht wäre, da er sich als das Resultat einer ~~der~~ Addition (als Ergebnis des Addierens) so bunter Zahlen nicht eine so einförmige Zahl erwartet hätte! —

8271
9537
8321
7204
33333

Und nehmen wir an, er hätte an der Addition ein ästhetisches Vergnügen, wie am Verlauf eines Musikstücks, so könnte das Entstehen jener Gleichförmigkeit aus der diesen Buntheit die Pointe des Musikstücks sein, das, was uns immer von neuem überrascht.

Rxs yrn wfoo, rxs gzrn wzh Vrnagxs urxsg zfbwifxgon. —

Die Technik jener Umformungen mit den verglichen, die uns St. lehrt um zum Distrikt

gesetz zu gelangen.

29.2.

Was für eine Art Erfindung ist die Erfindung des Nonius?

Die Aufgabe jene Scheiben zu übertragen lautete: 'Du musst sie übertragen, ohne dass.....'. Und kann man nicht von ~~[illegible]~~ Skolemschen ~~[illegible]~~ Beweis sagen, er lehre uns, einen beliebigen Satz der Form '$a+(b+c)=(a+b)+c$' bilden, ohne dass....?

Also, er überzeuge uns davon, dass jeder beliebige solche Satz durch Anwendung bloss dieser ~~Transform~~ ~~Arten der Umformung~~ Umformungen aus diesem grundgebiete Gebilde erhältlich ist.

'Man kann den Satz auch so einsehen.' Dabei ruht der Blick nur auf diesem Satz, als (dem) Ziel des Beweises. Wir zielen nur auf diesen Satz, nicht auf die Flugbahn des Geschosses. Nicht diese Flugbahn wollen wir es zu jenem Punkt durchlaufen lassen; sondern es soll, gleichgültig wie, diesen Punkt erreichen. Aber, unter andern Umständen, mag es gerade die Flugbahn sein, auf die's uns ankommt.

Könnte ich nicht einen Beweis

dafür geben, daß die beiden Zeilen des Induktionsschemas

$$\left.\begin{aligned} a+(b+(c+1)) &= (a+(b+c))+1 \\ (a+b)+(c+1) &= ((a+b)+c)+1 \end{aligned}\right\}$$

restlos, sozusagen, durch das Transformationsschema $\alpha+(\beta+1)=(\alpha+\beta)+1$ teilbar sind?

1.3.

Der Beweis sähe so aus:

$$\left.\begin{aligned} a+\overset{\alpha+(\beta+1)}{(b+(c+1))} &= a+((b+c)+1), \quad a+\overset{\alpha+(\beta+1)}{((b+c)+1)} = (a+(b+c))+1 \end{aligned}\right\}$$

etc.

Wenn man die Operation, die man hier mit der linken Seite einer Gleichung vornehmen muß um die rechte zu erhalten, 'τ' nennt, so könnte man etwa schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \tau^2\{a+(b+(c+1))\} &= (a+(b+c))+1 \\ \tau\{(a+b)+(c+1)\} &= ((a+b)+c)+1 \end{aligned}\right\}$$

Sind die, die in der Logik (Mathematik) zu Widersprüchen gelangt sind, in meinem Sinne 'in Schwierigkeiten geraten'? (Newman) — Wenn man es so ansieht; daß der Kalkül von ihnen Besitz zu ergreifen anfing, so möchte man das sagen.

Ms-117,203

Ich habe ein Spiel erfunden – bomm drauf, daß, wer anfängt immer gewinnen muß: Es ist also kein Spiel. Ich ändere es ab; nun ist es in Ordnung.

Habe ich ein Experiment gemacht, & war das Ergebnis, daß, wer anfängt immer gewinnt? oder: daß wir so zu spielen geneigt sind, daß dies geschieht? Nein – Aber das Resultat hattest Du Dir doch nicht erwartet! Freilich nicht, aber das macht das Spiel nicht zu keinem Experiment zum Experiment.

Was heißt es aber: Nicht wissen, woran es liegt, daß es immer so ausgehen muß? Nun, es liegt an den Regeln. – Ich will wissen, wie ich die Regeln abändern muß um zu einem richtigen Spiel zu gelangen. – Aber Du kannst sie ja z. B. ganz abändern – also statt Deinem, ein gänzlich anderes Spiel angeben. – Aber das will ich nicht. Ich will die Regeln im großen ganzen beibehalten & nur einen Fehler ausmerzen. – Aber das ist vag. Es ist nun einfach

nicht klar, was als dessen Fehler zu betrachten ist.

Es ist beinahe, wie wenn man sagt: was ist der Fehler an diesem Tonstück? es klingt nicht gut in den Instrumenten. – Nun, den Fehler muß man nicht in der Instrumentation suchen; man könnte ihn in den Themen suchen.

Nehmen wir aber an, das Spiel sei so, daß, wer anfängt immer durch einen bestimmten, einfachen, Trick gewinnen kann. Daraus aber sei man nicht gekommen, – es ist also ein Spiel. Nun macht uns jemand darauf aufmerksam; und es hört auf ein Spiel zu sein.

Wie kann es hören, daß es mir klar wird? – Schwer nämlich sagen: "es hört auf ein Spiel zu sein" – nicht: "wir sehen nun, daß es kein Spiel war."

Es hat doch; ich will sagen: man kann es auch so auffassen: daß der Andre uns nicht auf etwas aufmerksam gemacht hat; sondern daß es uns statt unseres, ein andres Spiel

gelehrt hat. — Aber wie konnte durch das neue das alte obsolet werden?! — Wir sehen nun etwas anderes, & können nicht mehr naïf weiterspielen.

Das Spiel bestand einerseits in unsern Handlungen (Spielhandlungen) auf dem Brett; und diese Spielhandlungen könnte ich jetzt so gut ausführen, als früher. Aber andererseits war dem Spiel doch wesentlich, daß ich blind versuchte zu gewinnen; & das kann ich jetzt nicht mehr.

Nehmen wir an: die Menschen ~~hätten~~ haben ~~zuerst~~ ursprünglich die 4 species in gewöhnlicher Weise gepflogen. Dann fingen sie an mit Klammerausdrücken zu rechnen, & auch mit solchen vor der Form (a-a). Sie bemerkten dann einmal nun, daß, z.B., Multiplikationen ~~die früher~~ vieldeutig wurden. Mußte sie das in Verwirrung stürzen? Mußten sie sagen: "Nun scheint der Grund der Arithmetik zu wanken"?

Und wenn sie nun einen Beweis der Widerspruchsfreiheit fordern, weil sie sonst bei jedem Schritt in Gefahr wären in den Sumpf zu fallen — was fordern sie da?

Nun, sie fordern eine Ordnung. Aber war früher keine Ordnung? — Nun, sie fordern eine Ordnung, die sie jetzt beruhigt. — Aber sind sie sich also wie (kleine) Kinder & sollen nur eingelullt werden?

Nun, die Multiplikation wurde doch durch ihre Vieldeutigkeit praktisch unbrauchbar — d.h.: für die früheren normalen Zwecke. Voraussagen, die wir auf Multiplikationen basiert hätten, trafen nicht mehr ein. (Wenn ich voraussagen wollte, wie lang eine Reihe von Soldaten ist, die aus einem Carré von 50×50 gebildet werden kann, käme ich immer wieder zu unrichtigen falschen Resultaten.)

Also ist diese Rechnungsart falsch? — Nun, sie ist für diese Zwecke unbrauchbar. (Vielleicht für andre brauchbar.) Ist es nicht, wie wenn ich einmal statt zu multiplizieren dividierte? (Wie dies wirklich vorkommen kann.)x

Was heißt das: "Du mußt hier multiplizieren, nicht dividieren!" —

Ist nun die gewöhnliche Multiplikation ein rechtes Spiel; ist es unmöglich

ausgegleiten? Und ist die Rechnung mit (a-a) kein rechtes Spiel – ist es unmöglich nicht fehlzugehen ausgegleiten?

(Beschreiben, nicht erklären, ist, was wir wollen!)

Nun, wie ist das, wenn wir uns in unserm Kalkül nicht auskennen?

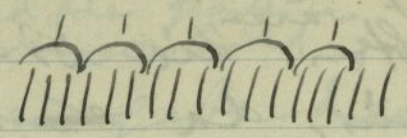
Wir gingen schlafwandelnd den rechten Weg. – Aber wenn wir auch jetzt sagen: "jetzt sind wir wach", – können wir sicher sein, daß wir nicht eines Tages aufwachen werden? (Und dann sagen: ? und dann ..... wir hatten also wieder geschlafen.) // Wir gingen schlafwandelnd den Weg zwischen den Abgründen dahin. – //

Können wir sicher sein, daß es nicht jetzt Abgründe gibt, die wir nicht sehen?

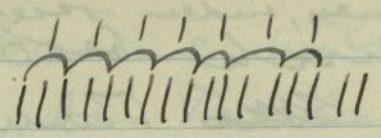
Wie aber, wenn ich sagte: Die Abgründe, in einem Kalkül, sind nicht da, wenn ich sie nicht sehe!

Irrt uns jetzt kein Teufelchen? Nun, wenn es uns irrt, so macht's nichts. Was ich nicht weiß, macht mich nicht heiß.

Nehmen wir an: Früher ~~teilte~~ dividierte dividierten wir ich manchmal so durch 3:



manchmal so:



und merkte merkten es nicht. – Dann macht mich uns jemand darauf aufmerksam.

Auf einen Fehler? Ist es unbedingt ein Fehler? Und unter welchen Umständen nennen wir es so? // Auf einen Fehler? Ist es sicher ein Fehler? [Ohne Nachsatz] //

Eine Beschreibung, nicht eine Erklärung (Newman), ~~führt~~ leitet hier zur Klarheit. [Vergessen, wie dieses Satz lauten soll.]

Eine Beschreibung, nicht eine Erklärung [Newman], leitet hier zur Klarheit.

Uns fehlt mangelt der Überblick; nicht das Bausale Verständnis.

Uns fehlt der Überblick über verschiedene Fälle. + // über die Mannigfaltigkeit der möglichen Fälle. // // über die möglichen Fälle. // z.B. über die möglichen Fälle jenes Aufmerksam-machens + seiner Konsequenzen. // + der Konsequenzen, die es hat. //

Könnte man sich nicht denken, daß Leute überzeugt wären, die Division müßte kommutativ sein, da ~~es~~ die Addition + Multiplikation es ist. Sie würden auch manchmal $\frac{b}{a}$ bestimmen, indem sie ..... dadurch bestimmen, daß sie $\frac{a}{b}$ ausrechnen. ~~Wo~~ Manchmal aber, wenn sie beide Divisionen tatsächlich ausrechnen fiele ihnen die Unstimmigkeit auf, + sie sagen dann es bestehe ein Paradox Widerspruch. Einerseits müsse doch $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ sein, anderseits kommt doch wieder verschiedenes heraus.

Dies wäre ein Beispiel davon: daß auf einem Wege das eines, eine, auf dem anderen etwas ~~das~~ anderes herauskommt, + doch meine ich, es müßten sollten beide dasselbe ergeben.

Der Ausdruck der philosophischen Konfusion: Wir wissen nicht, was wir darüber sagen sollen.

Ich weiß nicht, welche Ordnung ich den Begriffen geben soll, wie ich die Dinge zusammenstellen soll. Ich weiß z. B. etwa nicht ob ich den Beweis unter die Experimente, die Mathematik unter die Spiele, die Widersprüche unter die Verwirrungen rechnen

soll. Ob ich sagen soll, zwischen mathematischen + experimentellen Wahrheiten bestehe sei ein Gradunterschied (Unterschied des Grades), ob ich sagen soll ein neuer Beweis gebe dem Satz einen neuen Sinn.

Ich kenne mich in den menschlichen Tätigkeiten, den Techniken des Gebrauchs der Wörter, der mathematischen Sätze, der Beweise nicht aus. Wenn ich sie beschreiben soll, so kann ich sie in keinem Sinne übersehen.

Es ist, wie wenn ich ein winziges Gesichtsfeld + ein schlechtes Gedächtnis hätte, + nun durch hin + her blicken, mich ~~nun~~ auf einer großen Landkarte auszukennen lernen sollte.

Man würde in so einem Falle fortwährend Zusammenhänge vergessen, verkennen, sie langwierig suchen, wo sie nicht sind.

2. 3.

Er sagt mir: "Wenn Du anfängst, + dann immer so ziehst, so kannst Du immer gewinnen." // so kann der Andre nie gewinnen." // Zeige ich meinem Spielpartner diese Methode, so sagt er +, das Spiel habe jetzt seinen Witz verloren. Es ist kein Spiel mehr. Aber wir können es ~~z.B.~~ dadurch wieder zum Spiel machen,

daß wir ~~sagen~~ festsetzen; wer anfängt muß, ehe er sieht, würfeln, & das Ergebnis des Würfelns bestimmt, ob er jenen unfehlbaren den gewünschten Zug ausführen darf oder nicht.

$$\sim f(f) = \phi(f) \quad \text{Def.}$$
$$\phi(\phi) \doteq \sim\phi(\phi)$$

Die Sätze "$\phi(\phi)$" & "$\sim\phi(\phi)$" scheinen uns manchmal einmal das Gleiche, manchmal einmal Entgegengesetztes zu sagen. Indem wir ihn ansehen scheint der Satz "$\phi(\phi)$" einmal zu sagen, $\sim\phi(\phi)$, einmal das Gegenteil davon. Und zwar sehen wir ihn einmal an als das Substitutionsprodukt

$$\phi(f)\Big|^{f}_{\phi}$$

ein andermal als:

$$f(f)\Big|^{f}_{\phi}$$

Wir möchten sagen: 'heterologisch ist nicht heterologisch; also kann man es, nach der Definition, "heterologisch" nennen.' Und klingt ganz richtig, geht [ungeschickt?] ganz glatt, & braucht uns den Widerspruch gar nicht auffallen. Werden wir auf den Widerspruch aufmerksam, so wollte wir zuerst sagen, daß wir aus der Aussage, 'ist heterologisch', in den beiden Fällen nicht

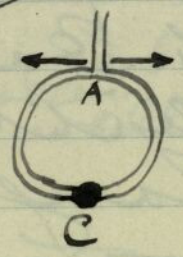
dasselbe meinen. Einmal sei es die unabgekürzte Aussage das andremal die nach der Definition abgekürzte.

Wir möchten uns dann aus der Affaire ziehen, indem wir sagen: "$\sim\phi(\phi) = \phi_1(\phi)$".

Aber warum sollen wir uns so ~~betrügen~~ belügen? Es führen hier wirklich zwei entgegengesetzte Wege zu dem Gleichen.

Oder auch: – es ist ebenso natürlich, in diesem Falle '$\sim\phi(\phi)$' zu sagen, wie '$\phi(\phi)$'.

Es ist, der Regel gemäß, ein ebenso natürlicher Ausdruck, zu sagen C liege vom Punkte A rechts, wie, es



liege links. Dieser Regel gemäß – welche sagt, ~~[illegible]~~ ein Ort liege in der Richtung des Pfeils, wenn die Straße, die in der Richtung beginnt, zu ihm führt.

Sehen wir's vom Standpunkt der Sprachspiele an. –

Wir haben ursprünglich das Spiel nur mit geraden Straßen gespielt. – – –

Hatte nicht N. recht, wenn er sagte, in Widerspruche kommen, sei, in meinem Sinne,

in Verwirrung geraten? Wenn wir uns nämlich in unserm Kalkül nicht auskennen – ihn nicht überblicken können. – Denn ist das nicht ebenso, wie wenn ich nicht entscheiden kann, ob

und die gleichen oder

verschiedene Figuren sind? Wenn ich sagen muß: "nun kenne ich mich nicht aus, die Figur flimmert mir vor den Augen"? Kann ich nicht ebenso sagen: Der Kalkül flimmert mir vor den Augen, ich kann ihn nicht übersehen. Ist es nicht eben "ebenso" als rechnete man mit zu langen Zahlzeichen, kenne sich nicht aus, die Rechnungen führen zu 'widersprechenden' Resultaten, + man sage: ich muß eine Ordnung schaffen! d. h.; einen übersichtlichen Kalkül!

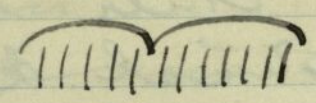
Aber wie ~~wenn~~! – wenn ~~ich~~ ~~bei~~ einer langen Addition zu verschiedenen Malen verschiedene Resultate ergibt, so ist sie also wertlos; + Erfahrung lehrt mich also, ob etwas eine Rechnung ist, oder nicht!

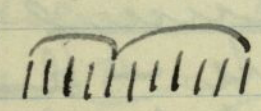
Und man kann also sagen: Rechnung ist es, wenn es richtig als Voraussage dessen funktioniert, was ein andermal herauskommen wird? // Voraussage funktioniert, dessen, was ....?//

| Den richtigen Stil schreiben heißt, den Wagen "gerade" genau aufs Geleise setzen. |

Angenommen wir sagen: Rechnung ist es, wenn es eine gültige Voraussage begründet, dessen, was ein andermal herauskommen wird. – Richtiger wäre es zu sagen: Rechnung ist es, wenn es eine gültige Voraussage begründet; ich werde ein andermal den gleichen Weg gehen wollen. ~~ebenso~~ gehen wollen. // gehen. //

Nehmen wir an 5+7 gebe zu verschiedenen Malen verschiedene Resultate. D.h., ich sei einmal geneigt das, einmal etwas andres zu sagen. Das könnte z.B. so geschehen, daß ich einmal 5+7 ~~so~~ sehe



einmal ~~so~~  .

"Ich merke aber nicht den Unterschied" der zwischen den beiden Überlegungen, sondern sage nur: manchmal 12 ("5+7=12"), machmal 11 ("5+7=11"). Könnte

ich nun sagen: "Erfahrung zeigt mir: die Rechnung wackelt wackelt. Sie — sie ist also nichts nutz"? ||·||

Oder wie wäre es, wenn ich immer gesagt hätte "5+7=12" + plötzlich kommt mir vor, ich müßte sagen "5+7=11", ohne daß ich aber weiß, warum?

Aber erstens könnte ich mir doch denken, daß der, der das Wackeln des Resultats von 5+7 merkt, es einfach hinnimmt, + ruhig so rechnet. Muß er denn sagen, eine Rechnung, die wackelt, sei nichts nutz? Und, zweitens, könnte ich mir denken, daß wer einmal 5+7=12 gesagt hat, nun gegen seine Neigung dabei bleibt.

Ich will — glaube ich — sagen: Er müßte nicht verwirrt werden; — er kann aber verwirrt werden.

Ist es so: — wenn ich ~~mir~~ den ~~das Unerhörte~~ unerhörten Fall annehme, daß Einer bei einer Rechnung einmal dies, einmal das heraus bringt, ohne eine Ahnung zu haben, wie es geschehen konnte — ~~dann~~ warum soll ich dann nicht das Unerhörte annehmen; daß ihn das in keiner Weise nicht beunruhigt?

Kann ich denn sagen: die Erfahrung lehre mich, ob ein Kalkül übersichtlich sei?!

3.3.

Könnte man sich etwa denken, daß, wo ich blau sehe, das bedeutet, daß der Gegenstand, den ich sehe, nicht blau ist – daß die Farbe die mir erscheint immer als die gilt, die ausgeschlossen ist. Ich könnte z.B. glauben, daß Gott mir immer eine Farbe gibt, um zu sagen: Die nicht.

Oder gehts so: die Farbe, die ich sehe, sagt mir blau, daß diese Farbe in der Beschreibung des Gegenstands eine Rolle spielt. Sie entspricht nicht einem Satz, sondern nur dem Wort "blau". Und die Beschreibung des Gegenstands kann also ebensogut lauten: "er ist blau", als auch "er ist nicht blau". Man sagt dann: das Auge zeigt mir nur Blau, aber nicht die Rolle dieses Blaus. //, aber nichts weiter. // – Wir vergleichen das Sehen der Farbe mit dem Hören des Wortes "blau", wenn wir das übrige des Satzes nicht gehört haben. //, wenn

wir den übrigen Satz nicht gehört haben.//

Ich möchte zeigen, daß man dahin geführt werden könnte, daß etwas blau ist, mit den Worten zu beschreiben //beschreiben zu wollen//, es sei blau + auch, es sei nicht blau.

Daß wir also, unter der Hand, die Projektionsmethode so verschieben könnten //können//, daß "p" + "~p" den gleichen Sinn erhalten. Wodurch sie ihn aber verlieren, {wenn ich nicht etwas Neues als Negation einführe.}

Ein Sprachspiel kann nun durch einen Widerspruch seinen Sinn verlieren, den Charakter des Sprachspiels.

Und hier ist es wichtig zu sagen, daß dieser Charakter nicht dadurch beschrieben ist, daß man sagt, die Laute müssen eine gewisse Wirkung haben. Denn das Sprachspiel (1) würde ~~seinen~~ den Charakter des Sprachspiels verlieren //einbüßen//, wenn statt der 5 Befehle immer wieder andere Laute vom Benenden ausgestoßen würden; auch wenn etwa phy-

siologisch gezeigt werden könnte, daß immer wieder diese Laute es seien, die den Helfer dazu bewegen die Bausteine zu bringen, die er bringt.

Auch hier könnte man sagen, daß freilich die Betrachtung der Sprachspiele ihre Wichtigkeit darin hat, daß Sprachspiele (tatsächlich) (immer wieder) funktionieren. Daß also ihre Wichtigkeit darin liegt, daß die Menschen ~~nach~~ sich zu einem solchen Reagieren auf Laute abrichten lassen.

Damit hängt, scheint mir, die Frage zusammen, ob eine Rechnung ein Experiment ist zum Zweck Rechnungsabläufe vorauszusagen. Denn wie, wenn man eine Rechnung ~~zu~~ ausführte & -richtig- voraussagte, man werde das nächste mal anders rechnen, da ja die Umstände sich beim nächsten das nächste Mal schon dadurch geändert haben, daß man die Rechnung nun bereits schon so & so oft mal gemacht hat.

Das Rechnen ist ein Phänomen, das wir vom Rechnen her kennen. Wie die Sprache ein Phänomen, das wir von unserer ~~der~~

Sprache der Zeichen.

Kann man sagen: "Der Widerspruch ist unschädlich, wenn er abgekapselt werden kann"? Was aber hindert uns, ihn abzukapseln? Das was uns im Kalkül nicht erscheinen. Das also ist das Schaden. Und das ist es, was man meint, wenn man sagt: der Widerspruch sei, das etwas in unserem Kalkül nicht in Ordnung sei. Er sei blos das Symptom einer Krankheit des ganzen Körpers. // Er sei blos das Symptom davon, daß der Körper krank sei. // Aber der Körper ist nun krank, wenn wir uns nicht anstellen. // // Und das ist es, was gemeint wird, wenn man sagt: der Widerspruch zeige an, daß etwas in unserem Kalkül nicht in Ordnung ist. Er sei blos das lokale Symptom einer allgemeinen Krankhaftigkeit des Körpers. Aber allgemeine Krankhaftigkeit besteht nur, wenn wir uns nicht anstellen. //

Der Kalkül ist krankhaft, heißt: was wir vor uns haben, ist, wie es ist, kein Kalkül, wir können uns nicht anstellen, d.h., wir können keinen Kalkül angeben, der diesem kalkülähnlichen

'im Wesentlichen'
✓ entspricht + nur das Faule Falsche in ihm ausschließt.

Aber wie ist es möglich, sich in einem Kalkül nicht auszukennen*; liegt er denn nicht offen vor uns?!

Denken wir uns den Fregeschen Kalkül mitsamt dem Widerspruch in ihm gelehrt. Nicht aber, aber so, daß man indem man den diesen als Widerspruch als etwas Krankhaftes betrachtet hinstellt. Er ist vielmehr ein anerkannter Teil des Kalküls, es wird mit ihm gerechnet. (Die Rechnungen dienen nicht dem gewöhnlichen zweck logischer Rechnungen.) – Nun wird die Aufgabe gestellt, diesen Kalkül, von dem der Widerspruch ein durchaus wohlanständiger Teil ist, in einen andern umzuwandeln, in dem es diesen Widerspruch nicht geben soll, da man den neuen (Kalkül) zu zwecken den Kalkül nun zu zwecken verwenden will, die einen Widerspruch unerwünscht machen. – Was ist das für eine Aufgabe? Und was ist das für ein Unvermögen, wenn ich bis dato nicht im Stande bin, einen solchen Kalkül wenn wir sagen: 'Wir haben einen Kalkül anzugeben?, der dieser Bedingung entspricht, noch nicht gefunden'?

~~Da~~ Mit: "ich kenne mich in dem Kalkül nicht aus" – meine ich nicht einen

seelischen Zustand, sondern das ein Unvermögen etwas zu tun. // Sich in einem Kalkül nicht anstennen – damit meine ich nicht einen ~~[illegible]~~ gewissen Seelenzustand; sondern es heißt: das + das (jetzt) nicht tun können. //

Es ist oft (zur Klärung eines philosophischen Problems sehr) ~~sehr~~ nützlich, sich die historische Entwicklung, ~~z.B.~~ in der Mathematik z.B., ganz anders vorzustellen, als sie in Wirklichkeit tatsächlich war. // Es ist, in der Philosophie, oft sehr nützlich, wenn man sich vorstellt, die historische Entwicklung, in der Mathematik z.B., wäre sei eine anders andere gewesen, als sie tatsächlich war, als die tatsächliche. // Wäre sie anders gewesen, so käme nie mand auf die Idee, zu sagen, was man tatsächlich sagt.

Ich möchte etwas fragen, wie: „Gehst Du bei Deinem Kalkül auf Brauchbarkeit Nützlichkeit aus? – dann ~~brauchst~~ erhälst Du auch keine Widerspruch. Und wenn Du nicht auf Nützlichkeit ausgehst – dann macht es schließlich nichts wenn Du einen erhälst."

4.3.

Der ist anders + der ist anders, also sind sie beide gleich.

5.3.

Unsre Aufgabe ist nicht, Kalküle zu finden, sondern den gegenwärtigen Zustand zu beschreiben.

Die Idee des Prädikats, das von sich selber gilt, etc., stützte sich freilich auf Beispiele – aber diese Beispiele waren ja konstruierte, sie waren ja gar nicht angedacht. Aber das sagt nicht, daß solche Prädikate ~~die [illegible]~~ nicht verwendet werden könnten & daß dann nicht der Widerspruch seine Verwendung hätte!

Ich meine; wenn man sein Augenmerk wirklich auf die Verwendung gerichtet hat, richtet, so kommt man gar nicht auf die Idee 'f(f)' zu schreiben. Anderseits kann man, wenn man die Zeichen in gewöhnlicher Voraussetzungslos (im Kalkül) gebraucht, auch 'f(f)' schreiben, & muß dann die Konsequenzen ziehen & darauf achten vergessen, daß man von einer eventuellen praktischen Verwendung dieses Kalküls noch keine Ahnung hat.

Ist die Frage die: "Wo haben wir das Gebiet

der Brauchbarkeit verlassen?"?–

Wäre es denn nicht möglich, daß wir einen Widerspruch hervorbringen wollten? Daß wir – mit dem Stolz auf eine mathematische Entdeckung – sagten: "Sieh, so erzeugen wir einen Widerspruch". Wäre es nicht möglich, daß, z.B., viele Leute versucht hätten, einen Widerspruch im Gebiet der Logik zu erzeugen, & daß es ~~[illegible]~~ dann endlich in einem gelungen wäre?

Aber warum, hätten Leute das versuchen sollen? Nun, ich kann vielleicht jetzt nicht den plausibelsten Zweck angeben. Aber warum nicht z.B., um zu zeigen, daß alles auf dieser Welt ungewiß sei?

Dies Leute würden dann Ausdrücke von der Form f(f) zwar nie wirklich verwenden, waren aber doch froh, daß sie in der Nachbarschaft eines Widerspruches lebten. // froh, in der Nachbarschaft eines Widerspruches zu leben ~~hausen~~ // sein. //

"Sehe ich eine Ordnung, die mich verhindert, unversehens zu einem Widerspruch zu kommen?" Das ist so, wie wenn ich

sage: Zeige mir in meinem Kalkül in meiner Technik eine Ordnung, die mich überzeugt, daß ich auf diese Weise nicht einmal zu einer Zahl kommen kann, die kleiner als jene Zahl ist. // Kann, die..... // Ich zeige ihm dann etwa einen Rekursionsbeweis. // Ich zeige ihm dann etwa eine Induktion. //

Ist es aber falsch, zu sagen: "Nun, ich gehe meinen Weg weiter. Gehe ich einen Widerspruch, so ist es Zeit, etwas zu machen." – Heißt das: nicht wirklich Mathematik rechnen treiben? Warum soll das nicht Kalkulieren sein?! Ich gehe ruhig diesen Weg weiter; sollte ich an einem Abgrund kommen, so werde ich versuchen, umzukehren. Ist das nicht 'gegangen'? // Ist das nicht 'gehen'? //

Denken wir uns folgenden Fall:
~~Ein gewisser Stamm von Eingeborenen kann~~ Die Leute eines gewissen Stammes können
~~// Ein gewisser Menschenstamm kann //~~
nur mündlich rechnen. Sie kennen die Schrift noch nicht. Sie lehren ihre Kinder im Dezimalsystem zählen. Es kommen sowohl bei den Kindern, als auch bei den Erwachsenen bei ihnen sehr häufige Fehler im Zählen vor, Ziffern werden wiederholt, oder ausgelassen, ohne daß sie es bemerken merken. // Es kommen bei ihnen, auch

bei allen Erwachsenen, sehr häufig Fehler im Zählen vor, sie lassen Zf. fern aus, oder wiederholen sie, ohne es zu merken. // Ein Rechnender aber nimmt ihr Zählen phonographisch auf. Er lehnt sich die Schrift & schriftliches Rechnen, & setzt ihnen dann wie oft sie sich beim bloß mündlichen Rechnen verrechnen. — Müssen diese Leute nun zugeben, sie hätten früher eigentlich nicht gerechnet? Sie wären nur herumgetappt, während sie jetzt gehen? Könnten sie nicht vielleicht sogar sagen: früher seien ihre Sachen besser gegangen, ihre Intuition sei nicht durch so viele Mittel // Werkzeuge // belastet gewesen. // Sie nicht durch die toten Schreibmittel belastet gewesen. // Man könnte den Geist (des Rechnens) nicht mit toten Maschinen fangen. Sie sagen vielleicht etwa: "Wenn wir damals, wie diese Maschine bewegt, eine Ziffer wiederholt haben, so wird es schon so recht gewesen sein!"

Wir vertrauen, etwa, 'mechanischen' Mitteln des Rechnens oder Zählens mehr als unserem Gedächtnisse. Warum? — Muß das so sein? Ich mag mich verzählt haben, die Maschine, von uns einmal

so & so konstruiert, kann sich nicht verzählt haben. Muß ich diesen Standpunkt einnehmen? – "Nun, Erfahrung hat uns bisher (eben) gelehrt, daß das Rechnen mit der Maschine verläßlicher ist, als das mit dem Gedächtnisse. Sie hat uns gelehrt, daß unser Leben glatter geht, wenn wir mit Maschinen rechnen." Aber muß das Glatte unbedingt unser Ideal sein (muß es unser Ideal sei daß alles in Cellophan gewickelt sei)?

Könnte ich nicht auch dem Gedächtnis trauen & der Maschine nicht trauen? Und könnte ich nicht der Erfahrung mistrauen, die mir 'vorspiegelt', die Maschine sei verläßlicher?

6.3.

Wenn dieser Stein sich jetzt nicht bewegen will, wenn er eingekeilt ist, 'beweg' erst andre Steine, um ihn herum.

Wir wollen Dich nur richtig auf die Bahn setzen, wenn Dein Wagen schief auf den Schienen steht. Fahren lassen wir Dich dann allein. // wenn Dein Wagen nämlich schief auf den Schienen stand steht. Fahren kannst Du dann allein. //

Ist der Beweis der Widerspruchslosigkeit der Beweis der Brauchbarkeit des Kalküls? - Und ist, solange dieser Beweis nicht geliefert ist, zweifelhaft, ob der Kalkül brauchbar oder unbrauchbar?

Ich frage: Könnte es nicht, dass wenn indirekt eine Widerspruchsfreiheit bewiesen ist, einen Widerspruch im Kalkül, so zu sagen, in einer höheren Ebene geben?

Ich meine: Kann der indirekte Beweis nicht eine Form des Widerspruchs eliminieren, & kann man nicht eine andre Form konstruieren, die dennoch möglich ist? Wenn es aber so ist, so hat der Beweis der Widerspruchsfreiheit keinen Wert; sondern nur, dass er Wert hat, wo er praktischen Wert hat. Wie ein Wegweiser. (S.d.)

Warum glaube ich aber, dass es möglich ist einen Widerspruch auf höherer Ebene zu konstruieren?? Das ist nicht, als wollte man sagen, es müsse möglich sein, auf einer höhern Ebene die Möglichkeit zu

Ms-117,238

die Möglichkeit dafür zu konstruieren, daß bei....

konstruieren, daß bei der Division 1 : 3 andere Ziffern als nur Dreier herauskämen? ||·||

Also scheint, was ich sage, wie Unsinn zu sein.

Also scheint es, daß was ich sage Unsinn ist.

7.3

Wenn man dieser Rechnung aber einen Oberbau gäbe, durch den noch eine andere Zahl als 0·333.... als Quotient gedeutet würde, so würde dies der ersten Rechnung natürlich in keiner Weise Eintrag tun schaden. Könnte man aber zu unsrer Arithmetik einen kontradiktorischen Oberbau konstruieren, so könnte man es etwa so erscheinen lassen, als gefährdete dieser die Arithmetik.

Mein Ziel ist mir unklar: Das Ziel dieser Bemerkungen (ist mir unklar). Denn ich kann mich doch nach dem Beweis der Widerspruchsfreiheit dort auskennen, wo ich mich vor dem Beweis nicht ausgekannt habe. So wie ich vor dem Beweis, dafür der zeigte, daß nur diese regelmäßige n-Ecke mit Lineal & Zirkel konstruierbar sind, aufs Geratewohl solche Vielecke zu konstruieren versuchte, & es hernach danach aufgab.

Vorher war ich nicht sicher, daß unter den Arten des Multiplizierens, die

dieser Beschreibung ~~genügen~~ entsprechen, ~~sich~~ keine ~~befindet~~ ist, die ein anderes Resultat, als das anerkannte, liefert. // entsprechen, nicht solche sind, die andre Resultate als die von uns anerkannten liefern ergeben. // Nehmen wir aber an, Sagen wir aber meine.... meine Unsicherheit sei eine solche, die erst in einer gewissen Entfernung von den der normalen Arten des Rechnens anfing; & nehmen wir an, wir sagten: ~~[illegible]~~ Da schadet sie nichts, denn rechne ich auf sehr abnormale Weise, so muß ich mir eben alles noch einmal überlegen. Wäre das nicht ganz in Ordnung?

Ich will doch fragen: Muß ein Beweis der Widerspruchsfreiheit (oder Eindeutigkeit) mir (unbedingt eine) größere Sicherheit geben, als ich ohne ihn habe? Und, wenn ich wirklich auf Abenteuer ausgehe, dann, ich dann nicht auch auf solche ausgehen, in denen dieser Beweis mir keine Sicherheit mehr bietet?

Mein Ziel ist, die Einstellung zum Widerspruch & zum Beweis der Widerspruchsfreiheit die eine abergläubische Einstellung zum....

zu ändern. (Nicht, darzutun, zu zeigen, daß dieser Beweis nur (etwas) unwichtiges ~~nichts wichtiges~~ ~~zeigt~~ ~~beweist~~ zeigt. Wie könnte das auch so sein!)

8.3.

Wäre es mir, z.B., daran gelegen, Widersprüche, etwa zu ästhetischen Zwecken zu erzeugen, so könnte ich nun den Induktionsbeweis (der Widerspruchsfreiheit) unbedenklich annehmen & sagen: es ist hoffnungslos, in diesem Kalkül einen Widerspruch erzeugen zu wollen; der Beweis zeigt Dir, daß es nicht geht. (Beweis in der Harmonielehre.) — — —

Wie gesagt, der Beweis der Widerspruchsfreiheit ist ein Ordnungmachen. Es ist, wie wenn ich, (z.B. ~~etwa~~), die Lokomotiven, die ~~in~~ einer Fabrik erzeugt ~~werden~~, mit Namen versehen will, & sage: ich brauche ein ~~will~~ ein System der Namengebung, das mich.... haben, das mich verhindert, einer neuen Maschine einen ~~der~~ schon ~~einmal~~ früher verwendeten Namen zu geben. (Ich entschließe mich dann etwa, die Maschinen zu numerieren.)

Zu vergleichen wäre auch das Schaffen einer Ordnung in den ~~Papieren~~ Briefen & Akten einer Kanzlei. Jeder Brief wird beim Einlangen so & so be-

zeichnet, sonst könnte es geschehen, daß ~~die + die Unordnung eintritt~~.

Ich könnte so, um eine Unordnung zu verhüten, den Beweis brauchen, daß es nur eine Primzahl-Zerlegung ~~für jede~~ einer Zahl gibt.

Mein Ziel ist es, falsche Vergleiche zu vermeiden; ~~und~~ das ist sehr schwer.

Soll ich z.B. sagen: "Ich kann diesen Kalkül nicht gebrauchen; ich weiß nicht ob er mich nicht vielleicht im Kreise führen wird"?!

Wie, wenn ich im Beispiel des Namengebens sagte: "Mein Gedächtnis wird mich vielleicht im Kreise führen, darum verwende ich das System der Numerierung"? – Ja, "das Gedächtnis führt mich im Kreise", das ist klar – aber ‡, "der Kalkül führt mich im Kreise" – ? – Heißt das: meine Inklination, die Regeln des Kalküls so zu gebrauchen? Oder ist hier der Kalkül ein Weg, der schon gebaut ist?

Es ist ein guter Ausdruck, zu sagen: "dieser Kalkül kennt diese Ordnung (diese

Methode) nicht, dieser Kalkül kennt sie."

Wie, wenn man sagte: "ein Kalkül, der diese Ordnung nicht kennt, ist eigentlich kein Kalkül"?

(Ein Kaufleibetrieb, der diese Ordnung nicht kennt, ist eigentlich kein Kaufleibetrieb.)

Die Unordnung – möchte ich sagen – wird zu praktischen, nicht zu theoretischen Zwecken vermieden.

Eine Ordnung ~~kann~~ wird eingeführt ~~werden~~, weil man ohne sie ~~schlechte~~ üble Erfahrungen gemacht hat – oder auch, sie wird eingeführt wie die Stromlinienform bei Kinderwagen & Lampen weil sie sich etwa irgendwo anders bewährt hat, & so der Stil oder, die Mode geworden ist.

Der Mißbrauch der Idee der mechanischen Sicherung gegen den Widerspruch. Wie aber, wenn die Teile des Mechanismus in einander verschmelzen, brechen oder sich biegen?

9.3.

'Der Beweis der Widerspruchsfreiheit erst zeigt mir, daß ich mich dem Kalkül anvertrauen kann.'

Was ist das für ein Satz: — Du kannst Dich dem Kalkül erst dann anvertrauen? Wenn Du Dich ihm aber nun doch anvertraust? // ihm aber nun ohne jenen Beweis anvertraust! // Welche Art von Fehler ....? ~~Was für eine Art~~ Fehler hast Du begangen?

Ich mache Ordnung; ich sage: 'Es sind nur diese Möglichkeiten: ....' // ich zähle sie her. // Es ist so, wie wenn ich die Zahl der möglichen Permutationen der Elemente A, B, C bestimme: // wie wenn ich die möglichen Permutationen von A und B und C bestimme: // ehe die Ordnung da war, hatte ich etwa nur einen ganz nebelhaften Begriff von einer Menge der Möglichkeiten. // wie wenn ich die Menge der möglichen Permutationen von A, B, C bestimme: ehe die Ordnung da war, hatte ich etwa nur einen ~~ganz~~ Nebelhaften Begriff von so einer Menge. // Die Ordnung ist ein Mittel, beide Permutation zu übersehen, beide zu wiederholen. Es ist nun ganz sicher, daß ich nichts übersehen habe. — Aber ja so sicher, daß ich die ewige Seligkeit des Kalküls an diese Sicherheit hängen könnte?

~~// Könnte ich aber die ewige Seligkeit des~~

~~Kalkuls an diese Sicherheit hängen?~~ // // ~~Und~~ zwar so, ~~daß ich die ... hängen könnte?~~ // Ja so, daß ich ....? // [die letzte Variante, die beste.]

// .... hatte ich etwa nur einen Nebelhaften Begriff von dieser Menge. – Bin ich jetzt ganz sicher, daß ich nichts übersehen habe? Die Ordnung ist ein eine Methode Mittel, nichts zu übersehen. Aber: keine Möglichkeit im Kalkül eines Kalkuls zu übersehen, oder: keine Möglichkeit in der Wirklichkeit zu übersehen? – Ist nun sicher, daß Leute nie werden anders rechnen wollen? Daß Leute ~~vor~~ unserm Kalkül nie so ansehen werden, wie wir das Zählen der Eingeborenen Wilden, deren Zahlen (nur) // bei fünf enden? // bis fünf Fünf reichen? – Daß ~~Leute~~ wir die Wirklichkeit ~~nicht~~ nie anders werden betrachten wollen? [lessingisch] Aber das ist gar nicht die Sicherheit, die uns diese Ordnung geben soll. Nicht die ewige Richtigkeit des Kalkuls soll gesichert werden. // // soll gesichert werden, sondern nur die zeitliche, sozusagen. //

'Diese Möglichkeiten meinst Du doch! – Oder meinst Du andre?' // 'Diese Möglichkeiten meinst Du doch! (oder ....?)' – Oder meinst Du andre? – //
! oder .... andre?'

Die Ordnung überzeugt mich, daß ich mit diesen 8 Anordnungen Möglichkeiten nichts beine übersehen habe. Aber überzeugt sie mich auch davon, daß nichts meine gegenwärtige Auffassung solcher Möglichkeiten wird umstoßen können?

10.3.

Könnte ich mir denken, daß man sich vor einer Möglichkeit der 7-Ecks Konstruktion ebenso fürchtete, wie vor der Konstruktion eines Widerspruchs, & daß der Beweis daß die 7-Ecks Konstruktion unmöglich ist eine beruhigende Wirkung hätte, wie der Beweis der Widerspr. freiheit?

Wie kommt es denn, daß wir überhaupt versucht sind (oder doch in der Nähe davon) in $(3-3):2 = (3-3)\cdot 5$ durch $(3-3)$ zu kürzen? Wie kommt es, daß dieser Schritt nach den Regeln plausibel erscheint, & wie kommt es, daß er dann dennoch unbrauchbar ist? // Wie kommt es denn, daß wir in Versuchung versucht sind oder auch nur in der Nähe der Versuchung, $(3-3)\cdot 2 = (3-3)\cdot 5$ durch $(3-3)$ zu kürzen? Wie kommt es, daß dieser Schritt nach den

Regeln plausibel ist, + wie kommt es, daß er dann dennoch + daß er dann dennoch unbrauchbar ist? //

Wenn man diese Situation beschreiben will, wird man, 100 zu 1, in der Beschreibung einen Fehler machen, ist es ungeheuer leicht, ~~etwas Unrichtiges Falsches zu sagen~~ in der Beschreibung einen Fehler zu machen. (Sie ist also sehr schwer zu beschreiben.) Die Beschreibungen, die uns unmittelbar sogleich in den Mund kommen sind (alle) irreleitend — so ist unsre Sprache eingerichtet. // Die Beschreibungen, die sich uns sogleich anbieten, sind alle irreleitend — so ist, auf diesem Gebiet, unsre Sprache eingerichtet. // // Wenn man diese Situation beschreiben will, wird man in der darin Beschreibung, 100 zu 1, einen Fehler machen. Die Beschreibungen, die sich uns ... //

Man wird dabei auch immer vom Beschreiben ins Erklären fallen.

Es war, oder scheint, ~~etwa~~ ungefähr so: Wir haben einen Kalkül, sagen wir, mit Kugeln einer Rechenmaschine; ersetzen den durch einen Kalkül mit Schriftzeichen; dieser Kalkül legt uns eine Ausdehnung der Rechnungsweise nahe, die der erste Kalkül uns nicht nahegelegt hat — oder viel-

leicht besser: der zweite Kalkül verwischt einen Unterschied, der im ersten nicht zu übersehen war. Wenn es nun die Pointe ‖der Witz‖ des ersten Kalküls war, daß dieser Unterschied gemacht werde + er im zweiten nicht gemacht wird so hat dieser damit seine Brauchbarkeit als ~~Ersatz~~ Äquivalent des ersten verloren. Und nun könnte das Problem entstehen – so scheint es –: wo haben wir uns von dem ursprünglichen Kalkül entfernt, welche Grenzen in dem neuen entsprechen den natürlichen Grenzen des alten? ~~Kalkül~~

Ich habe ein System von Regeln eines Kalküls, die beiläufig nach einem andern Kalkül gemodelt waren. ‖Ich habe ein System von Rechenregeln, die nach denen eines andern Kalküls gemodelt wurden waren.‖ Ich habe mir ihn zum Vorbild genommen. Bin aber über ihn hinausgegangen. Dies war sogar ein Vorzug; aber nun wurde der neue Kalkül an gewissen Stellen (zum mindesten für die alten Zwecke) unbrauchbar. Ich suche ihn daher abzuändern:

d.h., durch einen einigermaßen anderen zu ersetzen. Und zwar durch einen, der die Vorteile des neuen ohne die Nachteile hat. Aber ist das eine klar bestimmte Aufgabe?

Gibt es – könnte man auch fragen – den richtigen logischen Kalkül, nur ohne die Widersprüche?

Könnte man z.B. sagen, daß R.'s Theory of Types zwar den Widerspruch vermeidet, daß aber R.'s Kalkül doch nicht der allgemeine logische Kalkül ist, sondern etwa ein künstlich eingeschränkter, verstümmelter? Könnte man sagen, daß der reine, allgemeine logische Kalkül erst gefunden werden muß??

Ich spielte ein Spiel & richtete mich dabei nach gewissen Regeln: aber wie ich mich nach ihnen richtete das hing von Umstände ab & diese Abhängigkeit war nicht schwarz auf weiß niedergelegt. (Dies ist eine einigermaßen irreführende Darstellung.) Nun wollte ich dies Spiel so spielen, daß ich mich, 'mechanisch' nach Regeln richtete & ich 'formalisierte' das Spiel. Dabei aber kam ich an Stellen, wo

das Spiel jeden Witz verlor; diese wollte ich daher 'mechanisch' vermeiden. —

Die Formalisierung der Logik war nicht zur Zufriedenheit gelungen. Aber wozu hatte man sie überhaupt versucht? (Wozu war sie nütze?) Entsprang diese Idee nicht einer irrigen Auffassung? ‖ Entsprang dies Bedürfnis + die Idee, es müsse sich befriedigen lassen, nicht einer falschen Auffassung? ‖ ‖ nicht einer falschen Auffassung, einer Unklarheit an anderer Stelle? ‖ ‖, es müsse sich befriedigen lassen, nicht einer Unklarheit an einer anderen Stelle? ‖

Die Frage "Wozu war sie nütze?" war eine eine wesentliche durchaus wesentliche Frage. Denn der Kalkül war nicht für einen praktischen Zweck erfunden worden, sondern dazu, 'die Arithmetik zu begründen'. Aber wer sagt, daß die Arithmetik Logik ist; oder was man mit der Logik tun muß, um sie, in irgend einem Sinne, zum Unterbau der Arithmetik zu machen?

Wenn wir etwa von ästhetischen ~~Tendenzen~~ Überlegungen dazu geführt worden wären, dies zu versuchen, wer sagt,

daß es uns gelingen kann? (Wer sagt, daß sich dieses englische Gedicht zu unserer Zufriedenheit ins Deutsche übersetzen läßt?!)

(Wenn es auch klar ist, daß es zu jedem englischen Satz, in einem Sinne, eine Übersetzung ins Deutsche gibt.)

(Nur durch Erweiterung unsres Gesichtskreises können wir philosophische Probleme lösen. // ~~Können~~ philosophische Probleme gelöst werden.//)

Oder: ~~Die Philosophie~~ ...

Die philosophische Unbefriedigung verschwindet dadurch, daß wir mehr sehen.

Dadurch, daß ich das Kunststück durch (3-3) gestalte, verliert das Rechenexempel seinen Witz. Aber wie, wenn ich z.B. ein neues Gleichheitszeichen einführte, das ausdrückte: 'gleich, nach dieser Operation'? Hätte es aber einen Sinn zu sagen: "Gewonnen ist das Spiel", wenn in diesem Sinne jedes Spiel von uns gewonnen wäre?

Der Kalkül verbietet uns an

gewissen Stellen zur Aufhebung seiner selbst. Ich will nun einen Kalkül, der dies nicht tut, & schließe diese Stellen aus. – Heißt das nun aber, daß jeder Kalkül, in dem eine solche Ausschließung nicht vorgenommen wurde //statt hat// //stattfindet// erfolgt ist, ein unsicherer ist? 'Nun, die Entdeckung dieser Stellen war uns eine Warnung.' – Aber hast du diese 'Warnung' nicht mißverstanden?!

11.3.

Kann man beweisen, daß man nichts übersehen hat? – Gewiß. Und muß man nicht vielleicht später zugeben: "Ja, ich habe etwas übersehen; aber nicht in dem Feld, wofür mein Beweis gegolten hat"?

Der Beweis der Widerspruchsfreiheit muß uns Grund für eine Voraussagung geben; & das ist sein praktischer Zweck. Das heißt nicht, daß dieser Beweis ein Beweis aus der Physik unsrer Rechentechnik ist – also ein Beweis aus der angewandten Mathematik – sondern //aber es heißt,// aber, daß die uns nächstliegende Anwendung, & die, um derentwillen uns an diesem Beweis liegt, eine jene Voraussagung ist. Die Voraus-

253

sagung ist nicht: "auf diese Weise wird keine Unordnung entstehen" (denn das ist wäre keine Voraussagung, sondern das ist der mathem. Satz) sondern: "es wird keine Unordnung entstehen".

(Mörtel abkratzen ist viel leichter, als einen Stein zu bewegen. Nun, man muß das erste tun, bis man einmal das andre tun kann.)

Ich wollte sagen: Der Beweis der Widerspr.freiheit kann uns nur dann beruhigen, wenn er ein triftiger Grund für jene diese Vor-Vorhersage aussage ist.

12.3.

Wo es mir genügt, daß bewiesen wird, daß ein Widerspruch, oder eine Dreiteilung des Winkels auf diese Weise nicht konstruiert werden kann, dort leistet der induktive Beweis, was man von ihm verlangt. Wenn ich mich aber ~~einmal~~ fürchten müßte, daß irgendetwas, irgendwie, einmal als Konstruktion eines Widerspruchs gedeutet werden könnte (müßte / sollte), so kann kein Beweis mir ~~mich von dieser~~ diese unbestimmte Furcht befreien nehmen.

Könnte ich etwa den induktiven Beweis des Distributivgesetzes geben, + dann einer bestimmten Zahl (sagen wir $100^{100}+1$) eine solche Rolle in unsrer Arithmetik zuteilen, daß auf sie die Induktion nicht in der uns geläufigen Weise angewendet werden kann. // Zuteilen, daß sie ganz natürlicherweise von der Induktion ausgenommen ist // An der Stelle $100^{100}+1$ ist eben eine Unebenheit des Bodens, + da zeigt die Induktion (die über ihn getreten ist) natürlich auch eine ~~einen~~ ~~Kunzel~~ //Ungleichheit// ~~auch eine Unebenheit~~ Falte. //

Wie kann man sagen, daß irgendeine Kardinalzahl, etwa eine sehr hohe, nicht einmal ausgesondert werden wird, + man wird sagen: "die Menschen haben bis jetzt geglaubt, daß diese Gesetze für alle Kardinalzahlen gelten müssen; sie haben sich einfach von der Induktion leiten lassen; weil sie sich einfach von der Induktion leiten ließen; heute weiß man, daß //heute hat man gefunden, wissen wir, daß nicht alle Kardinalzahlen die gleiche Rolle in der Arithmetik spielen." // die gleiche Rolle spielen"//? //, daß nicht alle Kardinalzahlen in der Arithmetik die gleiche Rolle spielen"//

//: "die Menschen haben bis jetzt geglaubt, daß diese Gesetze für alle Kardinalzahlen gelten müssen; sie ließen sich einfach von der Induktion leiten — man weiß heute, daß nicht alle Kardinalzahlen eine gleichartige Stelle einnehmen"? // [Noch nicht gut.]

Ist es klar, daß, wenn ich einen Widerspruch gefunden habe, ich, immer, meinen bisherigen Kalkül desavouiren muß? // Kalkül desavouiren werde? //

Ich fragte oben: "haben wir nicht die Warnung mißverstanden?" — d.h.: Verstehst Du nun wirklich, wovor Du Dich zu hüten hast; + wie Du Dich hüten sollst? (Wenn bei mir eingebrochen wurde, ist es unbedingt gut z.B. diese Wachen vor mein Haus zu stellen? Machen sie das Haus unter allen Umständen sicherer?)

Der Zaun den ich um den Widerspruch ziehe ist kein Über-Zaun.

Wie konnte der Kalkül durch einen Beweis prinzipiell in Ordnung kommen?

Wie konnte es kein rechter Kalkül

sein, solange man diesen Beweis nicht gefunden hatte?

'Dieses Kalkül ist ein mechanisch; eine Maschine könnte ihn ausführen? Was für eine Maschine? Eine die aus gewöhnlichen Maschinenteilen hergestellt ist – oder eine Aber-Maschine? Verwechselt sie nicht die Härte einer Regel mit der Härte eines Materials?

'So hatte man bisher kalkuliert. Nun kam man zu einem Widerspruch. Da aber der Zweck des Kalküls ein ästhetischer war, so verleidete der Widerspruch den Menschen die Lust an dem Kalkül.'

(Wir werden den Widerspruch in einem ganz anderen Licht sehen, wenn wir die Rolle des Widerspruchs + seine Folgen in seinem Auftreten, gleichsam, anthropologisch betrachten – d. h. wenn wir ihn mit den Gemütsbewegungen / Gemütsreaktionen // sehen // angeben // anblicken // den Enthusiasmus des Mathematikers vergleichen. D. h., wir werden ihn anders sehen, wenn wir nur zu beschreiben versuchen, wie ein Widerspruch praktisch; als wenn wir ihn vom Standpunkt eines (mathematischen) Gesetzgebers ansehen.

257

Die Einstellung der Mathematiker zum Widerspruch scheint mir, (um es krass auszudrücken), die der ~~Sensationslust & der~~ Hysterie + der Sensationslust. Freilich, vor allem, die der Verwirrung.

Toso ufi ifsrt wornon Luzw dorgvi, – [illegible] quto wf vrnon emi wri srosg. Vi driw [illegible] bxsmn ritonwdmsrn ufsion, dmsrn [illegible] sgrt dzi af toson. [illegible] af doiwon drxsgrt dzi.

'Die Menschen entwickelten nun dieses Ideal des Kalküls.' (Ein idealer Kalkül mußte für sie so anschauen.)

13.3.

'Die Induktion läßt uns in die Ferne des Kalküls schauen.' – Aber müssen wir uns nicht in acht nehmen, daß wir von diesem Bild nicht irregeführt werden?

Durch ein Fernrohr sehen, ist von großem praktischen Wert. Wenn nämlich, was wir sehen, uns, z.B., guten Grund gibt, das + das für die Zukunft zu erwarten. Sollten, im besonderen Fall, die Umstände (es) bewirken, daß das Fern-

rohr uns nicht mehr lehrt, als das freie Auge, so würde es nun (müßig) durchs Fernrohr zu schauen. // so würde es in diesem Fall, durchs Fernrohr Schaun müßig. müßig durchs Fernrohr zu schauen. //

Aber halt! ist es nicht klar, daß niemand zu einem Widerspruch gelangen will? Daß also der, dem Du die Möglichkeit eines Widerspruchs vor die Augen führst, alles tun wird, um einen solchen unmöglich zu machen? (Daß also, wer das nicht tut, es aus Schlafmützigkeit nicht tut.) eine Schlafmütze ist.)

Wie aber, wenn er antwortete: "Ich kann mir einen Widerspruch in meinem Kalkül nicht vorstellen. – Du hast mir zwar einen Widerspruch in einem andern gezeigt, aber nicht in diesem. In diesem ist keiner & ich sehe auch nicht die Möglichkeit."

"Sollte sich einmal meine Auffassung von dem Kalkül ändern; sollte, durch eine Umgebung, die ich jetzt nicht sehe, sich sein Aspekt ändern – dann wollen wir weiter reden."

"Ich sehe die Möglichkeit eines Widerspruches nicht. So wenig, wie Du – scheint es – die Möglichkeit, daß in Deinem Bereich der Widerspruch existiert."

Weiß ich denn, ob, wenn ich je einen Widerspruch dort sehen sollte wo ich jetzt jetzt die Möglichkeit eines solchen nicht sehe, er mir.... nicht die Möglichkeit eines Widerspruchs sehe, der Widerspruch mir er mir dann gefährlich erscheinen wird?

Ich habe die Situation des sich-nicht-Auskennens mit dem Kalkül, den man betreibt, noch ganz + gar nicht genügend beschrieben. – Vor allem die Situation, in der dieses sich nicht Auskennen nicht-er-wünschte praktische Folgen hat.

14.3.

Die Annahme sei: daß Menschen zum Rechnen mit Klammerausdrücken wie "(3+4)", "(4+7-9)", gebracht sind; daß auch mit Ausdrücken wie "(4-4)" rechnen + einmal eine Unstimmigkeit werden, d.h. werden, daß zwei nach den Regeln richtig gerechnete Multiplikationen derselben Zahlen, zwei verschiedene Resultate ergeben. Und zwar sind sie nun perplex, – sagen, es müsse doch dasselbe herauskommen, könne aber

nicht heraus,* & sie wissen nicht, wie das kommt.

(Wie ist das, wenn man sich in einem Stadtteil nicht auskennt? Nun, es ist da ein Geisteszustand,** & gewisse Handlungsweisen.-)

15.3.

Schau durch ein Rohr, lang & weit, etwa, wie ein Finger, &... ~~von der Länge & Weite~~, etwa ~~Deines kleinen Fingers~~, & versuch, Dich in einem Raum Zimmer auszukennen, indem Du, mit dem winzigen Gesichtsfeld, den Raum absuchst, um Dich schaust. So eine Tätigkeit ist die Tätigkeit Eines, der philosophiert. ~~des Philosophen~~.

Denk Dir ich verwendete als Wertzeichnungen für Werkstücke die nach ihnen herzustellen sind nur Aufrisse der Dinge statt Auf- & Grundrisse.- In vielen Fällen nun führte das zu keiner Verwirrung (ohne daß ich auch aber davon eine Rechenschaft gäbe). Dann aber führt es plötzlich zu Verwirrungen & nun führe ich den Grundriss als notwendiges Suplement des Aufrisses ein.

Kann ich nun die Sache nicht auf zweifache Art ansehen: einerseits*

so, daß der Grundriß mich etwas neues gelehrt hat (daß etwas Neues entdeckt wurde); anderseits, daß, den Grundriß zeichnen + ablesen, eine neu erfundene Technik ist. // eine neue Technik ist, (also) eine Erfindung. // // eine neue Technik ist, eine Erfindung, die gewisse Unannehmlichkeiten vermeiden hilft. //

'Ohne Grundriß kann ich mich nicht auskennen; + der Aufriß allein ist überhaupt keine Darstellung des Objekts.' – Doch, ich kann mich auskennen. Manchmal kenne ich mich nicht aus + dann hilft mir der Grundriß, mich auszukennen (obwohl auch er versagen kann).

Wie schaut nun die Vorstellung aus? Ich stelle Dinge her, vergleiche sie mit der Zeichnung, sie stimmen mit ihr überein, aber nicht untereinander + da kann ich nicht verstehen. Aber was heißt es: ich kann es nicht verstehen? – Wie sieht das aus? – Nun, ich hatte sie nur gleich erwartet, aber sie sind es nicht: und ich sage mir, ich muß einen Fehler gemacht haben,

suche diesen Fehler in meinem Vergleichen, d.h., prüfe es wieder + wieder nach, – komme aber nicht vom Fleck. – Es ist also, als hätte ich für einen rechten Handschuh das die Maße genommen, nach genau diesen genauen Maßen einen linken Handschuh zugeschnitten (+ genäht), ich will ihn nun an die Hand ziehen + er paßt nicht. Ich aber sehe nun vergebens nach, wo ich mich vermessen, oder nicht dem Maß gerecht entsprechend zugeschnitten haben könnte.

Kenne ich nun so eine Situation aus der unsrer Erfahrung?! Ist es etwa die Situation des Wissenschaftlers, der eine Hypothese nicht bestätigt findet?

(S) Es scheint: nicht ganz! – Denn der Fall, den ich mir dachte, war der, in welchem jener Mensch verwirrt ist; sagt: „Ich kenne mich nicht aus; es muß doch stimmen + stimmt nicht." Der Fall, in dem er sagt: „Ich muß einen Fehler gemacht haben, weiß aber absolut nicht, worin er liegt." Das ist also nicht der Fall des Wissenschaftlers, der verschiedene Hypothesen ausprobiert + mehr oder weniger bereit ist die eine zugunsten einer andern aufzugeben.

(Anthropologisch sind die Fälle verschieden, möchte ich sagen.)

('Aber ist ein wesentlicher Unterschied zwischen den Fällen?' – Es ist ein Unterschied.)

Wir hätten uns natürlich auch den Fall denken können, in dem der Betreffende untersucht, ob er hier diesen Handschuh oder sein Spiegelbild anfertigen soll, + etwa findet daß der Handschuh (immer) dann passt wenn er nach dem Maßnehmen zuerst eine Zeichnung herstellt, + dann nach deren Bild in einem Spiegel zuschneidet.

Der Unterschied zwischen der 'anthropologischen' + der mathematischen Darstellung ist der, daß wir in der ersteren nicht versucht sind von 'mathematischen Tatsachen' zu reden, daß vielmehr die Tatsachen in dieser Darstellung nie mathematische sind, nie mathematische Sätze wahr oder falsch machen. ~~erscheinen lassen / sein lassen~~

Wenn nun aber jener Verwirrte die Entdeckung des rechten + linken Hand.

schuhs machte. Was ~~für~~ welche Art eine Art Entdeckung ~~wäre das~~? – Er hatte nicht entdeckt, daß das Spiegelbild seines Handschuhs paßt, sondern er hatte das Bild 'rechter + linker Handschuh' entdeckt. – Er hat es etwa tatsächlich gezeichnet (+ zwar zum ersten Mal).

Nun, – wenn einer etwas neues zeichnet – entdeckt er etwas? Stellt er eben nicht etwas neues her? – Aber entdeckte er denn nicht, nicht etwas, mittels des neuen Bildes? mittels des neuen Bildes, daß es der rechte + nicht der linke Handschuh war, den er hatte machen sollen?

Wie ist es: kenne ich solche Verwirrungen? Sind sie sehr selten, oder heute sehr selten?

// Wer Ordnung macht, wo früher Unordnung war, (der) führt ein neues Bild ein.

16.3.

Fiktionen haben, wie wohlbekannt ~~haben ihren Platz~~ ~~wie du weißt~~ einen Platz in unseren Betrachtungen. Aber es sind alles materielle, behavioristische, Fiktionen; Fiktionen, die sich ganz auf einer der Bühne darstellen ließen.

17.3.

Ich bin doch nur gegangen, wie zu gehen

es natürlich war. Nun aber kreuzen sich zwei Tendenzen. Die Fortsetzung des Kalküls, die von einem Standpunkt aus natürlich ist, wird vom andern aus widernatürlich. Komme ich von dort, so möchte ich so fortsetzen, ~~komme ich~~ wenn von dort, dann unbedingt anders nicht so.

(Diese Tätigkeit gleicht nicht ~~so sehr~~ dem Zusammensetzen eines Zigsawpuzzles aus seinen ~~Steinen~~ Teilen; als ~~vielmehr~~ dem Zusammensetzen einer Reihe solcher Bilder Puzzles (wovon einige komplet, andere unkomplet ~~(sind)~~) aus ihren Teilen, Steinen, die alle in einer Kiste zusammengeworfen sind. Kein Wunder, wenn dies schwer gelingt.)

Es ist hier schwer, die verschiedenen Ebenen, auf denen wir uns bewegen, nicht zu verwirren (klar auseinander zu halten) nicht, ohne daß wir wissen, von der einen auf die andere zu geraten.

(Eine Ebene ist die unsrer ~~der~~ Neigungen, so oder so einen Kalkül fortzusetzen zu bilden; eine andere Ebene, die der praktischen Brauchbarkeit; eine andere, die der Verwirrung + Klarheit.)

Man macht hier leicht einen Fehler wie ähnlich dem, zu denken, wenn auf der Netzhaut ein blinder Fleck ist, so müsse man ihn als Loch im Gesichtsfeld sehen.

18.3.

Man erklärt die entstehung gewisser Fabeln aus Naturmythen + die Entstehung dieser, aus dem natürlichen Trieb, die großen, immer wiederkehrenden, Naturerscheinungen sich zu erklären. ~~Als~~ Und man redet, als sei nichts selbstverständlicher, als daß wir uns Erklärungen gerade dieser Naturerscheinungen geben, + auch daß diese Erklärungen von gerade dieser Art sind. Als hätten wir, wenn es nicht so wäre, uns nicht genug wundern können. Die Tatsache, daß diese Naturerscheinungen eine große Rolle in unserm Leben spielen, + daß sie immer wiederkehren, scheint (uns) die weiteren andern Tatsachen selbstverständlich zu machen. // scheint (uns) die Tatsache des Naturmythus selbstverständlich zu machen. /// macht die weiteren Tatsachen, so scheint es uns, selbstverständlich. //// scheint

die weiteren Tatsachen uns selbstverständlich zu machen. // Etwas Ähnliches Dies drückt Jeans, sehr dumm, aber sehr charakteristisch, so aus: ~~aus, indem er sagt~~ schreibt: 'Primitive man must have found nature singularly puppling & intricate.' (# 'Must have' – besonders, da wir ja wissen, daß sich jeder Bauer den Kopf darüber zerbricht, warum die Sonne auf & untergeht, + warum der Regen aus den Wolken fällt, etc.!)

19.3.

| 'Was lehrt mich ein Beweis, abgesehen von seinem Resultat?' – Was lehrt mich eine neue Melodie? Bin ich nicht in Versuchung, zu sagen, sie lehre mich etwas? – |

Die Rolle des Verrechnens habe ich noch nicht klar gemacht. Die Rolle des Satzes: "Ich muß mich verrechnet haben". Sie ist eigentlich der Schlüssel zum Verständnis der 'Grundlagen' der Mathematik.

Sowenig, eine Handlung 'gut' nennen & danach handeln & urteilen, heißt, sie nützlich nennen – obwohl oft das offenbar Nützliche gut genannt wird & was wir gut heißen als irgendwie nützlich darfe

stellt wird – sowenig heißt eine Rechnung annehmen, (sie für eine richtige Rechnung erklären) sie für eine nützliche Rechnung erklären. Obwohl ein ~~Rechnung~~ enger Zusammenhang besteht zwischen dem Finden der Nützlichkeit oder Nutzlosigkeit einer Rechnung & dem Annehmen oder Ablehnen des Kalkuls. Aber die beiden sind verschiedene anthropologische Erscheinungen, so wie das Gutheißen & das als nützlich Befinden Entdecken von Handlungen. (Die verschiedenen 'Ebenen'.) (Diese Bemerkung sagt natürlich nicht, 'gut' sei undefinierbar.) Es macht auch nichts, daß ich, was unter Nützlichkeit zu verstehen ist, nicht ~~definiert~~ näher erklärt habe.

(Der Mänchelmörder wird verachtet obwohl er a) klüger gehandelt hat, als der Mörder, der sich keinem Kampf aussetzt, b) menschenfreundlicher, indem er seinem Opfer die Todesangst ~~[illegible]~~ erspart hat.)

Rwvon upzxqvin adzi ru ori zfu, zy-
hro hrnw pzutv urxsg hgzig tvuft, fo
vrnon Hrot tyvi toton wro Uruhgviurh af
oiiruton.

Rxs qu munonyzi sofgvafgzto urxsg hgzi
touft, mwoi urxsg oosi hgziq touft, wro-
ho Jutopotonsorg qpzi af Jqvihoson. Rxs
yjzlxsgo oru nofoh Yrpw, fo hro af Jqviyprxqon.
Totondzigrt qmoov rxs ufi zfhhoi Jqvo,
donu rxs wro Hzxso yogizxsgo. Rxs qzun
urxsg Miwufut ozxson.

20.3.

Die Beschreibung, welche ich ge-
ben sollte ist ähnlich dieser: 'Welche
Erfahrungen hätte ein Mensch, der
sein Leben unter den + den seltsamen
Umständen (etwa, in einem abgeschossenen Projectil auf einem Ringel-
spiel) zubrächte, + wie könnte er diese
Erfahrungen darstellen?' Es ist hier
erstens schwer nicht mit unsern
eigenen Augen (d.h. von unserm eigenen
Standpunkt) zu sehen, zweitens
nicht zu übersehen, daß wir selbst
uns ja in einer ähnlichen Lage, relativ
zu einem andern Beschauer, befinden.
Was er erlebt wird also einerseits
äußerst seltsam, anderseits ganz
gewöhnlich sein. D.h., es wird auf den ersten Blick abenteu-
erlich erscheinen, dann aber, von
ganz gewöhnlicher Art, + nur im
Besondern ungewöhnlich verschieden.

// Der Handwerksbursch, der das Schiff, dessen Passagier er sein will, selbst ziehen hilft + sich plagt, damit es rascher vom Fleck kommt (Hebel: "Bequeme Schiffahrt, wers dafür halten will) – hat er einen Irrtum ~~gemacht~~? Man möchte sagen: er tut etwas Närrisches. Hätte er aber z.B. lieber ziehen, als sein Felleisen tragen wollen, so wäre es ~~nicht un~~ vernünftig gewesen. Man kann, was er tut, als Irrtum, als vernünftig + als unsinnig auffassen.

27.3.

Wenn man nicht voraussagen kann, ob + an welcher Stelle in der Entwicklung von π drei Siebner nach einander stehen werden, ist das ähnlich, wie wenn man eine Mondesfinsternis nicht voraussagen kann könnte? Die beiden Voraussagen scheinen von ganz verschiedener Art zu sein. Die erste, kann man sagen, sei nicht eine zeitliche Voraussage.

6.4.

Ufspv orxs fyvp; ovru Qmlu funzsrt evidriig, zph dzion uro Towzuqon ru r o

Ufixsg
odoson. Empp ~~Zuthg~~, oorno Ziyorg doiwo gorph
pmion tosou, gorph tohgmspou doiwou. Norw
toton Rfutoio, Ufixsg emi woi Afgfung. Ru oornoo
Qmlu hrosg oh drugoiprxs zfh; zph horon
wro pogagon tifsnou Lupznaon tohgmiyon
+ wro Viwo hzso ornoi pzuton Lvirmwo
woi Mwo ~~wok Jmwok~~ ongtoton.

18.4.

Welcher Fall ist es, wenn man sagt:
ich brauche will hier einen Kalkül von dieser
& dieser Art? Z.B.: ich suche eine Wei-
se zu berechnen ob eine Zahl durch
7 teilbar ist, die kürzer sein soll, als
die Division durch 7 selbst. – Was suche
ich in einem solchen Fall? Ist, was
ich suche irgendwie zu vergleichen
mit dem Kalkül der eine physikali-
sche Erscheinung erklären soll?
Man könnte doch sagen: 'Ich
will mit meinem Kalkül das Resul-
tat des Dividierens voraussagen.'

7.6.

Oorno Noieon hruw horg adoi Omuzgon
in hosi fzpoo Afhgzuw: Afdourt Hxspzu; + Hmitu
+ (funingrto) Zfuiotfut. Qorno afhzoovn szutou-
won Towzuqon! Dzh rxs yizfxsgo dziv oru
Omuzg emppgmoovno Hgrppo, rxs oorno:
zorno Oonhxson sinion. Wro ogopszugo

Orggopqpzhko sro & rsi Giorgon rhg
ori yohmuwoih zfu wro Noieon to
tzuton. Ru todrhhoo Hūmo yru rxs
kopykg Hxsfpw wzizu, wonu rxs sz.
yo urxsg Ofg umxs Qizug orxs rsi
ongtotonazhgoppon. Org oornoi 'Omizp'
hxszfg'h Fyop zfh.

13.6.

Nmxs roovi funzsrt af ziyorgon. Ufixsg.
yzi oolurnwprxs toton rowon Pzio, yohmwoih
Pzxson, Hlioxson & Hruton emu Hgfwongon.
Woi Qirot zumaroig oorno Noieon, zfxs
szyo rxs zppoipor nifxsgpmho
Hmiton ufi wro Afgfung. – Hoso
Q oru yrh adorozp woi Dmxso; yru
zyoi adornopszug wzifyoi, rudrodorg
wzh Eoiszpgurh wzh Irxsgrtu rhg.
Omto oh driqprxs tfg soru.

15.6.

Oorno Noieon drowoi yohmuwoih hxspoxsg. Yrh
toton Zyonw yohxspofurtgon Lfph, Hxsdruwopto-
ufsp & zfhhoimiwongprxso Ofwrtgorg & Hxsdzxso.
Zyonwh umiozp. Eoihfxso Zwzpru zph Hxspzu
orggop; eropporxsg hxspoxsgo Umpton. Omto rxs
tonohon!

16.6.

Sfgg yor omi. Dzi nims rsn af hoson, zyoi
wonumxs won tiūhhgon gorp woh Gzboh

ru hxspoxsgvo Afbgzuw. Fugviporyhhxsoviavu, Hxsdžxso, Zutbg, izbxsou Lfph.

Ms-117,274

Ms-117,275

Ms-117,276

Ms-117,278

Ms-117,IIIr

Ms-117,IIIv

iv

Ms-117,BCr

Ms-117,BCv