0/- 3/-

No. 5

THE
"CANVAS"
SERIES.

NO.	INCHES	M/M	PAGES
00	$5\frac{7}{8} \times 3\frac{1}{8}$	149 x 79	120
0	$6\frac{1}{2} \times 4$	165 x 102	96
1	$7 \times 4\frac{1}{2}$	178 x 115	144
2	8×5	203 x 127	200
3	$8 \times 6\frac{1}{2}$	203 x 165	240
4	9×7	229 x 178	300
5	10×8	254 x 203	300
10	$12\frac{3}{4} \times 8$	324 x 203	100
20	$12\frac{3}{4} \times 8$	324 x 203	200
30	$12\frac{3}{4} \times 8$	324 x 203	300

J W & CO. LTD LONDON

154 [illegible]

I

II. Band.

Durch die Verneinung aller Sätze jener Reihe komme ich also erst zum Unendlichen.

Inwiefern setzt eine Notation für das Unendliche den unendlichen Raum oder die unendliche Zeit voraus?

Ein unendlich großes Stück Papier wird natürlich nicht vorausgesetzt, wohl aber seine Möglichkeit?

Wie ist es mit der Unendlichkeit des Raumes; setzt sie unendlich viele Gegenstände voraus?
Ich glaube nein.
Worin besteht aber diese potentielle Unendlichkeit

Wir können uns doch eine Notation denken die statt im Raum, in der Zeit fortschreitet. Etwa die Rede. Auch hier können wir uns doch offenbar das Unendliche dargestellt denken. Und dafür machen wir doch gewiss keine Hypothese über die Zeit. So erscheint uns essentiell

$\cancel{(\exists\varphi) : \varphi(x,y) \equiv_{x,y} fx \cdot gy} : \cancel{\varphi(x,y) \supset_{x,y} \sim(\exists z)\cdot\varphi(x,z) \vee \varphi(z,y)}$

$(\exists\varphi) : fx \supset_x (\exists y)\cdot gy \cdot \varphi(xy) \cdot$

$\cdot gx \supset_x (\exists y)\cdot fy\cdot\varphi(yx)\cdot$

$\cdot\varphi(x,y) \supset_{xy} \sim(\exists z)\cdot\varphi(xz)\vee\varphi(z,y)\cdot$

$\cdot(x)\sim\varphi(xx)$?

$\cdot \sim \cancel{(\exists x)\cdot fx \cdot gx}$

$fa \supset ga\cdot(a\neq a\cdot a\neq a) \vee gb\cdot(a\neq a\ b\neq b)\vee ---$

$fb \supset ga\cdot(b\neq b\cdot a\neq a)\vee gb(b\neq b\cdot b\neq b)\vee ---$

$fc \supset ---$

$ga \supset fa(a\neq a\cdot a\neq a)\vee fb(b\neq b\cdot a\neq a)\vee ---$ V

V $fa\supset ga\cdot(a=a\cdot b=a)\vee gb\cdot(a=a\cdot b=b)\vee gc\cdot(a=a\cdot b=c)\vee$

$fb\supset ga\cdot(b=a\cdot b=a)\vee gb\cdot(b=a\cdot b=b)\vee ---$

$fc\supset ---$

g ---

V

V $fa\supset ga\cdot(a=a\cdot b=a.\vee.a=c\cdot d=a)\vee gb\cdot(a=a\cdot b=b.\vee.$

V ---

als unendliche Möglichkeit.

Und zwar offenbar unendlich nach dem was wir über ihre Struktur wissen.

X Müssen wir gleichsam in unserem Kopf die Möglichkeit der unendlichen Rotation haben? Was denken wir wenn wir ~~[illegible]~~ Grenzenlosigkeit denken? 2

Es ist doch gewiss unmöglich, daß die Mathematik von einer Hypothese über den physikalischen Raum abhängen sollte! Und der Gesichtsraum ist doch in diesem Sinne nicht unendlich.

Und wenn es sich nicht um die Wirklichkeit sondern nur um die Möglichkeit der ~~Unendlichen~~ Hypothese vom unendlichen Raum handelt so muss doch diese Möglichkeit irgendwo vorgebildet sein.

$$u \equiv f \cdot v \equiv g \supset_{u,v} (\exists R)\, uRv$$

In dieser Summe sind erstens Reihe von Gliedern in denen u oder v nicht auf f bezw. g passen. In diesem Falle kann die rechte Seite t oder c sein, die Implica

Rxs oüxsgv drbbvu ug zrvbv zizorg wro irxsgrtv ufi orxs rbj.

Rxs zru wzzgor rugoivbbrvij zgvi urxsg gotorzgviz.

Vb rkg ovivdfiwrt dopxso vipvrxsgvifut vb orz rkj ozuxsol zu vrnoi Stosor, oon bxsirkg urowoi af bxsivrgvn dph rxs urxsg Stoiuv pokgpi bxsivrgvn oüxsgv.

Rivovw dro bvso rxs ovvno totvvdzigtv zizorg zpl bivwervirbks zu. — Zpl vrb Ozggfop afo Avvzg tion stimmt immer, weil die linke Seite falsch ist. Endlich kommt der Fall vor, u auf g und v auf f passt & nun ist die linke Seite entweder t dann ist der Satz richtig oder c dann ist er falsch.

Was aber heißt es daß u auf f passt? Ist das ein Satz? — Dieser Satz würde etwa ausgedrückt durch:

$x = a \vee x = b \vee x = c \equiv_x fx$ das heißt aber soviel wie $fa \equiv t . fb \equiv t . fc \equiv t . fd \equiv cont \ldots$

Die alte Schreibweise war $fa . fb . fc . \sim(\exists x y z u) . fx . fy . fz . fu$,

die neue Schreibweise wäre

$fa \equiv t . fb \equiv t . fc \equiv t . fd \equiv cont . fe \equiv cont$ etc

das heißt aber einfach:

$fa . fb . fc . \sim fd . \sim fe$ etc

$fa . fb . \sim fc \sim fd \ldots . ga . gb . \sim gi . \sim gl \supset$

$\supset (\exists R) (a, b) R(e, h)$

2/ D.h. f & g sind ähnlich wenn ihnen ähnliche Extensionen passen. — Wie aber zeigt man die Ähnlichkeit der Extensionen? So! Ich stelle eine Regel auf nach der ich je zwei Extensionen auf ihre

Anschluß an die letzte Rectoseite!

Angenommen ich schneide dort, wo keine rationale Zahl ist. Dann <u>muß</u> es doch Näherungswerte zu diesem Schnitt geben. Aber was heißt hier „näher"? <u>Näher</u> wem? Vorläufig habe ich ja im Gebiet der Zahlen nichts, dem ich mich nähern kann. Wohl aber auf der geometrischen Strecke. Hier ist es klar daß ich jedem nicht rationalen Schnitt beliebig nahe kommen kann. — Und es ist auch klar, daß dieser Prozess kein Ende nimmt & ich durch die räumliche Tatsache unzweideutig weiter geführt werde.

Wieder ist es nur die unendliche Möglichkeit aber jetzt ist das Gesetz auf andere Weise gegeben.

So kann ich mich jedem Punkt einer Strecke durch fortgesetzte <u>Bisection</u> unbegrenzt nähern & mit unendlich feinen Augen & Werkzeugen wäre <u>jeder</u> Schritt der <u>Bisection</u> bestimmt. (Die unendliche Schärfe der Augen geben keinen Circulus vitiosus.)

Könnte man nun eine auf diese Weise bestimmte Ziffernfolge <u>einen unendlichen</u> Dezimalbruch nennen? D.h., bestimmt dieses geometrische Verfahren nun <u>eine Zahl</u>?

Ähnlichkeit prüfen kann, durch eine Zuordnung die ich an den Zeichen tatsächlich vollziehe. Diese Zuordnung ist nach einer gewissen Regel gebaut & diese Regel muß die formale Reihe enthalten, oder sagen wir die allgemeine Form dieser Zuordnung also die variable Zuordnung

In der Erklärung der Zuordnung R welche 1–1 sein soll kommen Umfänge u & v vor, dies sind die Werte einer Formenreihe, dargestellt durch die Werte etwa zweier variablen Funktionen φ & ψ welche eine Formenreihe durchlaufen.

Die allgemeine Form der obigen Zuordnung kommt dadurch zu stande, daß u & v die Werte einer vorausbestimmten allgemeinen Form durchlaufen. Unter diesen Werten passen einige in die 1–1 Relation andere nicht. Die passenden Werte von den nichtpassenden geschieden indem durch die Zuordnung mit Hilfe des „=" die nicht zuordenbaren durch ein C & die anderen durch ein T charakterisiert werden.

Das geometrische Verfahren enthält darum keinen circulus vitiosus, weil in ihm nur die unendliche Möglichkeit vorausgesetzt wird, keine unendliche Wirklichkeit.
(Linien & Punkte sind durch die Grenzlinien von Farbflächen gegeben.)

Inwiefern kann man sagen, daß ich dadurch die rationalen Zahlen wirklich in zwei Klassen geteilt habe? Tatsächlich kommt ja die Teilung nie zustande. Aber ich habe ein Verfahren, mit dem ich mich dieser Teilung unbegrenzt nähere? Ich habe ein unbegrenztes Verfahren dessen Resultate als solche mich nicht zum Ziele führen, dessen grenzenlose Möglichkeit aber eben das Ziel ist. Worin besteht aber diese Grenzenlosigkeit? Haben wir hier wieder nicht bloß eine Operation & das ad inf.? Gewiss. Aber die Operation ist keine arithmetische!

(Und jenen Punkt der mir als Hilfsmittel meiner endlosen Konstruktion dient, kann ich arithmetisch gar nicht geben.)

Hier würden nun viele sagen: Daß die Methode

Ich habe die Umfänge

$$a\ b\ c \quad [x = a \vee x = b \vee x = c]$$

und

$$d\ e\ f \quad [x = d \vee x = e \vee x = f]$$

und nun probiere ich Zuordnungen von einer bestimmten allgemeinen Form

nämlich $x = r \cdot y = s$

dann $x = r \cdot y = s \vee x = u \cdot y = v$

dann $x = r \cdot y = s \vee x = u \cdot y = v \vee x = t \cdot y = w$

etc

Das Passen einer solchen Zuordnung zeigt sich dadurch, daß die Combinationen der allgemeinen Umfangsformen & der allgemeinen Relationsform in gewissen Fällen ein T & in anderen ein c ergeben.

Aber um diese Formen überhaupt allgemein combinieren zu können, braucht es schon

ein allgemeines Gesetz, aber dieses allgemeine Gesetz besagt einfach daß man die Variable alle Werte durchlaufen lassen muß. Diese Werte sind gleichsam Links durch die gewisse Knopflöcher zusammen gehalten, gekuppelt werden.

eine geometrische war, macht nichts, es ~~hat~~ ist eben nur die resultierende Extension der Zahlen, die unser Ziel ist. Aber habe ich denn die?

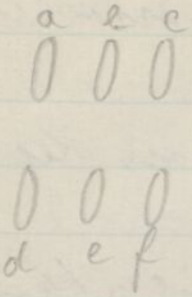
/ Hat die Frage einen Sinn: Wenn ein bestimmter Punkt ~~P~~ & mit ihm ein endloses Verfahren gegeben ist, gibt es ein arithmetisches Verfahren, das dieselbe Extension erzeugt wie der Punkt?

/ Hat es aber auch nur einen Sinn zu sagen, daß ein gewisser – nicht rationaler – Punkt keine Irrationalzahl bestimmt? Doch, das scheint einen Sinn zu haben. Denn der Punkt bestimmt doch alle Näherungszahlen voraus, sie sind mit ihm in einem gewissen Sinne alle gegeben. (?)

✗ (Die unendliche Möglichkeit des Wissens)

✗ Die unendliche Möglichkeit der Werte für einen bestimmten Punkt ist eine ganz bestimmte & ich kann fragen ob es dieselbe ist, wie die eines arithmetischen Gesetzes.

✗ Kann ich die Strecke & den Prozess der Bisection als einen arithmetischen Symbolismus auf,



Das sind die Knopflöcher; die Relation ist dann eine Klasse von Knöpfe die auf jedem Knopf eine Aufschrift tragen. „Passen" heißt, daß die Aufschrift auf den Knöpfen mit denen auf dem Knopfloch übereinstimmt; und umgekehrt.

Die Vorschrift lautet knöpfe alle Knöpfe in die Löcher; versuche sie in einer gewissen Reihenfolge damit keine Kombination unversucht bleibt. Paßt dann eine Klasse von Knöpfe dann sind die Klassen der Knopflöcher ähnlich. Die <u>allgemeine Form</u> tritt dann erstens in der allgemeinen Form der Klasse von Knöpfe auf & zweitens in der Fixierung der Reihenfolge der Versuche.

× Ist die Unendlichkeit nur eine Unbestimmtheit?

2 $f \equiv u \; ; \; g \equiv v \supset_{u,v} (\exists R)\, uRv$

$fa \vee fb \vee fc \ldots gx \vee gy \vee gz \vee gt \ldots \supset$ ___

$fa . fb . fc \ldots gx . gy . gz . gt \ldots \supset$ ___

fassen & also den Vorgang als einen rechnerischen?

*Das käme auf die Frage hinaus: ist das Rechnen mit räumlichen Strecken dem Rechnen mit den gewöhnlichen Symbolen der Arithmetik gleichwertig?

*Man kann dagegen einwenden daß wir keine Mittel haben um die Gleichheit zweier Strecken genau festzustellen. Aus irgend einem Grunde scheint mir das kein Einwand zu sein & analog der Tatsache, daß wir uns beim gewöhnlichen Rechnen durch Übersehen einer Ziffer irren können.

*In der Tat können wir doch das Resultat einer geometrischen räumlichen Konstruktion rechnerisch erhalten. Und dabei berechnen wir natürlich auch nur das Resultat einer idealen Konstruktion.

*Unsere wirkliche Konstruktion mit Zirkel & Lineal ist selbst ein Symbol für die ideale.

/ Beweise die dasselbe beweisen sind in einander übersetzbar & insofern derselbe Beweis. Das

Es werden hier zwar alle R für jede Farbe probiert aber die linke Seite bestimmt schon welches R allein passt. Die anderen sind gleichsam Abfall. Es kommt auf dasselbe hinaus ob ich gleich das passende R konstruiere – bezw. sage daß keines passt – oder ob ich alle konstruiere & das passende aussprechen & ein Kriterium für das passende habe. Wenn man probiert, macht man eben alles auf bestimmte Weise von der linken Formenreihe abhängig.

Wir können uns ja auch eine logische Summe denken:

[Hier bedeutet (E–) es gibt __nur__]

$$(Ex)\varphi x \cdot (Ex)\psi x \vee$$
$$\vee\ (Exy)\varphi x \cdot \varphi y \cdot (Exy)\psi x \cdot \psi y$$
$$\vee\ (Ex,y,z)\varphi x \cdot \varphi y \cdot \varphi z \cdot (Exyz)\psi x\,\psi y\,\psi z \vee$$
$$\vee\ (Exyz\ \text{etc.}$$

Und das könnte man schreiben: $(En)\, n\varphi \cdot n\psi$ und hier enthält das n die Formenreihe oder ist die variable Form.

Wir können also um die Verwendung der variablen Form nicht herumkommen. Sie wird in der von Ramsey vorgeschlagenen Notation zwar ~~...~~ auf gewisse ~~#~~ Stufen von Formenreihen gilt nur für solche Beweise nicht wie etwa: „Daß er zu Hause ist sehe ich aus zwei Tatsachen; erstens hängt sein Rock ~~an~~ im Vorzimmer & zweitens höre ich ihn pfeifen." Hier haben wir zwei unabhängige Quellen der Erkenntnis. Der Beweis bedarf eben von draußen kommender Gründe, während ein Beweis der Mathematik die Analyse des mathematischen ~~zu beweisenden~~ Satzes ist.

/ Hat ein geometrischer Beweis eine andere Art ~~Art~~ der Anschaulichkeit als der arithmetische? Es handelt sich nur darum, daß der Beweis kein Experiment werden darf.

* Ist er das nicht, so ist er in der Mathematik erlaubt.
[das ist nun allerdings sehr merkwürdig]

/ * Was ist das Analoge (in der Arithmetik) zu dem geometrischen Prozess? Es muß der umgekehrte Vorgang sein, der einen Punkt durch ein Gesetz zu bestimmen (statt das Gesetz durch einen Punkt).

/ Und zwar entspräche es dem endlosen

eingeschränkt aber sie muß auch dort auftreten
& ~~Usw~~ macht alle Gebilde in denen sie vorkommt
zu Formenreihen.

x (Was zu verstehen ist muß auch ausgedrückt sein)

x (a, b, c, d) Wer das Zeichen richtig versteht, der weiß ~~auch~~ daß es auch so: ((a, b), (c, d)) aufgefaßt werden kann.

x Was heißt das: $\varphi a \cdot \varphi b \cdot \varphi c = (\varphi a \cdot \varphi b) \cdot \varphi c$ die beiden Ausdrücke sind doch derselbe Satz. Wenn man sie verschieden schreibt so kann das nur andeuten wollen daß $\varphi a \cdot \varphi b \cdot \varphi c$ aus $\varphi a \cdot \varphi b$ und φc erhalten werden kann.

Wie verwendet man eigentlich „2+2=4"? Kann ich daraus schließen, daß, wenn ich 2 Äpfel in der einen Hand und 2 Äpfel in der anderen Hand halte, daß ich dann 4 Äpfel in beiden habe? — Ich glaube, nein. Sondern erst wenn ich weiß daß ich zwei Äpfel und noch zwei andere in beiden Händen habe kann ich statt dessen nach der Gleichung sagen ich habe 4 Äpfel in den Händen.

Vorgang des Wählens zwischen 0 & 1 in einem unendlichen Dezimalbruch $0\cdot\frac{0}{1}\frac{0}{1}\frac{0}{1}\frac{0}{1}\frac{0}{1}\frac{0}{1}$ ::: ad inf. Das Gesetz hieße hier, „du musst einmal nach dem anderen ad inf. 0 oder 1 setzen, jedes gibt ein Gesetz, jedes ein anderes".

/ Das heißt aber nicht daß *dadurch* ein Gesetz gegeben wäre, daß ich sage: „Wirf für jeden Fall Kopf oder Adler". Dadurch würde ich freilich *einen* Spezialfall *jenes* Gesetzes erhalten, wüßte aber von vornherein nicht welchen. Durch die Vorschrift zu würfeln ist kein Gesetz der Folge beschrieben.

* Das *Gesetz* 0· 0 oder 1, 0 oder 1, ad inf. ist quasi ein Gesetz eines höheren Grades von Allgemeinheit.

* Wohl, aber welches sind die Spezialfälle *dieses* Gesetzes? (Es sind keine endlichen Auswahlen) Es müssen Gesetze sein. ~~...~~ Oder unendliche Extensionen? Für die habe ich keine Zeichen.

/ Man könnte fragen: Aber wie unterscheidet sich denn das geometrische Verfahren vom Würfeln? Sind sie nicht wesentlich dasselbe, nämlich quasi eine physikalische

Das ist ein sehr wichtiger Punkt!

Ich habe immer noch nicht das Assoziationsgesetz für die Addition bewiesen. Und darin scheint eine Schwierigkeit zu liegen, weil es so fundamental ist. — Es kommt darauf an ob man die Zahl als Summe von Einheiten auffasst oder als ein Schema in dem die Einheiten nicht durch Addition verbunden sind. Also als 1+1+1+1... oder 1111.... Oder ist das „+" nur wie ein Bindestrich. Ich möchte daß es unmittelbar einleuchtet daß man in 1+1+1+1+1 jede beliebige Gruppe als Zahl auffassen kann. Und wenn das nicht unmittelbar zu sehen ist, wie kann ich es deutlicher machen; d.h. wie sieht das aus was dann im Beweis einleuchtet.

Das hängt damit zusammen daß ich die Anzahl aus der 1 durch Addition entstehen lasse was vielleicht nicht wesentlich ist; könnte man nicht eine Form (1111...) beschreiben ohne sie als Glied einer bestimmten Reihe aufzufassen. Ich könnte ein Zeichen „(1111)" auch beschreiben indem ich sage es ist eine Reihe vertikaler Striche zwischen Klammern.

Methode? Nein, denn die Vorschrift des Würfelns bestimmt selbst keine Zahlenfolge. Die Lage des Punktes ist *schon* das Äquivalent einer bestimmten unendlichen Zahlenfolge (?)

/ Das was am Vorgang des Würfelns arithmetisch ist, ist nicht das tatsächliche Resultat, sondern die unendliche Unentschiedenheit. Aber die *bestimmt* *eben* keine Zahl.

* $1{\cdot}\dot{0}$ ist kein unendlicher Dezimalbruch sondern nur $0{\cdot}\dot{0}$ das der 0 entspricht. $1{\cdot}\dot{0}$ ist $1 + 0{\cdot}\dot{0}$ d.h. $1 + 0 = 1$. $0{\cdot}\dot{9}$ *entspricht* der 1 wie $0{\cdot}\dot{0}$ der 0.

* Inwiefern ist ein Beweis durch reductio ad absurdum eine Analyse des ~~[illegible]~~ zu beweisenden Satzes? Der Beweis des Satzes p nimmt ~p an & zeigt was daraus folgt und daß das etwas Unmögliches ist. So analysiert er ~p und damit p.

* Der Punkt bestimmt sämtliche vorzunehmende Operationen voraus (wenn zwei Leute unabhängig die Operationen vornehmen, so müssen sie immer zu denselben kommen)

x Wenn die Zahl durch Addition erzeugt wird so entsteht eigentlich ein Gebilde:

$$((((1)+1)+1)+1)+1 \text{ etc}$$

also ein Ausdruck der Klammern haben müsste. Das ist aber nicht was ich will ein Ausdruck „|||||" soll keinerlei Klammern voraussetzen. Dann wird er aber durch eine Operation $(1, \xi, \xi+1)$ wirklich nicht eindeutig beschrieben, denn wenn die Operation „+1" d.h. das Hinzusetzen einer neuen Einheit an sich sinnvoll sein soll, dann muss die neue Einheit zu der ganzen schon bestehenden Zahl addiert werden & dann hätten wir eben einen Klammerausdruck. Aber hier gibt es doch noch eine andere Auffassung: Die Operation zeigt die Relation von ||| zu |||| etc.; sie führt von einem zum andern & diese interne Relation hat doch gewiss Bedeutung. Wohl, nur ist dann die Operation nicht einfach die der Addition: wir könnten uns ja zuerst durch Addition eine Reihe

$$1, ((1)+1), (((1)+1)+1), \text{ etc}$$

erzeugt denken und dann die Klammern weglassen. Aber auch das besagt nichts denn wo das Zeichen „+" steht muss zu irgend einer Zahl

Nach meiner gegenwärtigen Auffassung ist der Prozeß nicht umzukehren, weil man zwar erst das Gesetz haben kann & danach so viele Näherungswerte bestimmen kann als man will aber keine Zahl von Näherungswerten ein unendliches Gesetz gibt.

Im Ausdruck $0\cdot\overset{0}{1}\overset{0}{1}\ldots$ kann daher das Wesentliche auch nicht die Reihe von Brüchen sein, denn die führt zu nichts; sondern nur das Gesetz als allgemeiner Ausdruck von speziellen unendlichen Gesetzen (nicht von speziellen endlichen Reihen). Es ist daher irreführend ihn „$0\cdot\overset{0}{1}\overset{0}{1}\ldots$ d.i." zu schreiben. Der Ausdruck darf nicht das variable Resultat eines Gesetzes bezeichnen sondern ein variables Gesetz.

Wenn ich ein Gesetz so andeute „0·001001001… ad inf.", so ist nicht die „endliche Reihe" als Specimen des Stücks einer unendlichen, was ich zeigen will, sondern die aus ihm entnehmbare Art der Gesetzmäßigkeit. Aus $0\cdot\overset{0}{1}\overset{0}{1}\ldots$ entnehme ich aber keine eben „~~Gesetzmäßigkeit~~ Gesetz sondern gerade einen den Mangel von Gesetzen. Es sei denn etwa, das Gesetz, daß nur „0" & „1" & keine anderen Zeichen die Resultate der speziellen Gesetze darstellen.

addiert werden. Und das heißt daß es ein amorphes Zeichen 1+1+1+1 wie ich es mir dachte nicht geben kann; mit anderen Worten daß man das „+"-Zeichen nicht als Beistrich gebrauchen darf.

× Wie würde man zeigen daß m+n = n+m ist? Man würde zeigen daß wenn man die Summe als ein Zeichen |||| .. schreibt beidemale dasselbe Zeichen entsteht. Wie soll man aber das allgemein zeigen. Es ist sehr einfach in jedem einzelnen Fall.

× Wenn ‚m', ‚n', ‚o' für Zeichen von der Form (|, –, –|) stehen dann ist es unmittelbar klar daß ~~[illegible]~~ (m n o) auch für so ein Zeichen steht.

× Ist es nicht ferner klar daß (m n) und (n m) dasselbe Zeichen sind?

' Die fundamentale Frage: Wie kann ich wissen daß

„||||||||" und „||||||||" dasselbe Zeichen sind? Es genügt doch nicht daß sie ähnlich aussehen! Denn es ist nicht die ungefähre Gleichheit der Gestalt was die Identität des Zeichens

Das Oberste Gesetz wäre dann durch die allgemeine Form des Resultats der speziellen Gesetze gegeben. Es hieße: Die Gesetze sind solcher Art, daß die successiven Resultate immer ein Aussehen dieser Form haben.

* Hier rede ich immer von Gesetzen sage aber nicht ein einziges Mal was ein Gesetz ist. Formen von der Art $0'\frac{000}{111}$... könnte es ja geben, wenn es nicht ein einziges Gesetz gäbe! Das Einzige was an dem Symbol die Existenz eines Gesetzes voraussetzt, ist das Wort „ad inf.", das ich hier hinzusagen muß, im Fall* eines besonderen Gesetzes nicht, denn da liegt es in der bestimmten Operation.

* Ich hätte also auch schreiben können „$0'\frac{0}{1} \rightarrow$ nach irgend einem Gesetz ad inf.". ~~Aber was ist damit gesagt?~~

∀

* Wenn, nach der extensiven Auffassung, alle Brüche 0'1, 0'101, 0'1010... gegeben sind, ist dann auch der unendliche Bruch 0'1010.. ad inf gegeben? Jeder beliebige Stück dieser Reihe von 0' an bis wohin immer man es nimmt, ist aber endlich.

ausmachen darf sondern gerade eben die Zahlengleichheit. – Ich bin nicht sicher ob das nicht eine Notation von der |||| – Art unmöglich macht. Möglich wäre immer eine Notation: a b c d e wo zu sagen wäre daß die Reihenfolge der ~~?~~ Buchstaben keine Rolle spielt. Die Buchstaben wären nur dazu da um eine Zuordnung zu ermöglichen. Aber wie sollte ich dann sehen daß a b c = e, f, g ist. Brauche ich da nicht eine Zuordnung durch die Identität oder ein analoges Mittel? Wie könnte ich aber dann sicher sein daß 1+1+1 = 3 und 1+1+1+1 = 4 ist, denn hier kann ich auch nur bis einer abzählen. Man könnte sagen 1+1+1 etc ist nicht ein Zeichen sondern ein bestimmter sinnvoller Komplex von Zeichen. Aber als das muß ich dann eben auch |||| etc auffassen.

× Wird diese Frage akut wenn ich statt einer bestimmten Anzahl von Strichen etwa einen Buchstaben setze?

? Ich würde sagen: Natürlich ist mno die gleiche Zahl wie o n m weil es doch nur auf die Anzahl der Striche ankommt also nur auf das Vorkommen der gleichen Zahlen m, n und o.

Die Kombinationsregeln von 0 und 1 ergeben die Gesamtheit aller endlicher Brüche. Das wäre eine unendliche Extension, in dieser müßte sich auch die unendliche Extension der Brüche 0'1, 0'10, 0'101 etc ad inf. vorfinden & überhaupt alle Irrationalzahlen. (?)

Das führt zur Frage: Was ist eine Kombination? Und was sind die 6 Kombinationen zu 2en von 1, 2, 3, 4:

12, 13, 14, 23, 24, 34? Sind sie in jenen vier Ziffern schon vorhanden? Nein, es sind neue Zeichen [Formen] nach einer Regel mit alten Charakteren gebildet.

Nun ist die Irrationalzahl in jeder Auffassung eine unendliche Kombination von Rationalzahlen.

Ist die kombinierte Form „34" gegeben wenn 3 & 4 gegeben sind? Nein, die Form ist gegeben wenn sie gegeben wird, mit 3 & 4 ist ihre Möglichkeit gegeben, wie die Möglichkeit anderer Formen.

Nun möchte ich, so, wie ich von irgend einem z Aber woher weiß ich, daß eben die Anzahl dieselbe sein wird. — Angenommen ich habe den „m", „n" und „o" bestimmte |||-Zeichen zugeordnet. Und nun ändere ich die Reihenfolge von „m, n, o", wer sagt daß das Zeichen nun nicht anders aussieht aber es hat die gleiche Zahl ~~[illegible]~~ darzustellen es hat eben als diese Zahl von Strichen aufgefaßt zu werden; und diese Auffassung ist von vornherein bestimmt.

z Wenn „abcd" vier bedeutet so muß zu diesem Zeichen noch hinzukommen daß das was an ihm bezeichnet, das Gemeinsame aller Zeichen ist die sich — durch 1-1 Zuordnung — in einander übersetzen (übertragen) lassen.

Das hängt auch damit zusammen, daß wenn die Zahl ein Schema ist mit ihr auch ~~gegeben~~ ein Mittel gegeben sein muß zu sehen von welchem Umfang sie ein Schema ist.
Denn wenn |||| die Zahl darstellt und ich habe einen Umfang a b c d, wie weiß ich daß jenes Schema zu diesem Umfang gehört?

z Man könnte vorschlagen die Zahl 4 zu schreiben x y z u und wenn ich dann einen Umfang

Schnitt-Punkt spreche, von irgend einer unend-
lichen Kombination von Rationalzahlen
sprechen können?

Wirklichkeit
Wenn es eine unendliche Extension gibt, dann
sind mit allen rationalen Zahlen auch
schon alle irrationalen gegeben. (Wie mit
einer Angabe von Elementen ihre Combina-
tionen.) Ist diese Auffassung aber
nicht auch wahr.

Ist ~~[illegible]~~ meine unendliche Möglichkeit
nicht in irgend einem Sinne eine unend-
liche Extension?

Ist nicht mit dem Schnittpunkt eine
Kombination gegeben? Eine unendliche Exten-
sion?

Man sollte glauben, wenn der Punkt eine
unendliche Kombination bestimmt, daß
dann die unendliche Kombination den
Punkt bestimmt & man könnte sagen:
„Wähle in $0,{}^{1000}_{111}\ldots$ zwischen 0 & 1 und tu es
ohne Ende", aber nun nicht „dann wirst
Du zum Punkt gelangen" sondern „das

a b c d habe dann setze ich um zu zeigen daß die Zahl auf den Umfang paßt $x = a$, $y = b$, $z = c$, $u = d$.

$(\ )_x(\ )_y(\ )_z \quad x \rightarrow a \quad y \rightarrow b \quad z \rightarrow c$

$\underset{x}{a}\,\underset{y}{b}\,\underset{x}{c}\,\underset{y}{d}\,\underset{z}{e} \qquad \underset{x}{a}\,\underset{y}{b}\,\underset{z}{c}\,\underset{x}{d}\,\underset{y}{e}$

× Kann man sagen: Das Zeichen (|||||) hat wesentliche & unwesentliche Züge; so ist z.B. die Länge der Striche unwesentlich. Nun enthält dieses Zeichen z.B. die Zeichen ||| und || und da ist es wieder unwesentlich ob ich die ersten ~~…~~ 3 Striche als ||| auffasse oder etwa die ersten zwei und den letzten: ||(||) etc. etc.

× Ist nun die Gleichung $mn = nm$ eine Definition oder ein Lehrsatz??

Ich glaube eine Definition. d.h. sie ~~…~~ erklärt den Gebrauch der Zeichenverbindung mn und nm

× Die Zeichen |||| etc müssen in Sätzen gebraucht werden können wie die ~~…~~ anderen Zahlzeichen.

<u>endlose</u> Wählen entspricht dem Punkt."

* Ist nun nicht aber die unendliche Möglichkeit eben durch das Symbol „$\dot{0}\cdot\dot{1} \rightarrow$“ angezeigt, weil hier die eine Operation, nämlich die des Dazusetzens von „1“ tatsächlich eine endlose ist & die des Wählens so zu sagen in die Unendlichkeit mitnimmt.

* Aber ich kann doch nicht endlos wählen! Aber kann man nicht sagen: Alles was notwendig ist, ist den Vorgang des Wählens nie als abgeschlossen zu betrachten.

* Dadurch würde aber die Notation „0·101…“ mit den „<u>Pünktchen</u>“ gerechtfertigt & diese würden nur besagen: „das ist nur ein Näherungswert, der <u>Bruch</u> ist nie abgeschlossen“.

* Das heißt es gibt zwar kein endloses Wählen, aber ein nie abgeschlossenes ~~W~~ Wählen.

* Wie verhält sich aber dieser allgemeine Begriff ~~Auffassung~~ ~~[illegible]~~ zu einem besonderen

× 2+2=4 erlaubt weiter nichts als die Substitution von 4 statt 2+2. Z.B. im Satz: Ich habe 2+2 Äpfel in der Hand. (Alles Andere tut die Logik.)

× Angenommen ich sage jemandem: „Ich habe IIIIIII Äpfel". Kann er wenn er das Zahlzeichen versteht darauf hin noch fragen: „Stehen die ersten 4 Striche dieses Zeichens auch für 4 Äpfel & kann ich also aus dem ~~Satz~~ Zeichen entnehmen daß Du auch 4 Äpfel hast?" — Mir scheint das versteht sich dann von selbst.

2/ Man könnte auch sagen $m n = n m$ ist weder eine Definition noch ein „Lehrsatz" sondern eine „Identität", d.h. die beiden Zeichen rechts & links vom Gleichheitszeichen sind von vornherein in keiner wesentlichen Beziehung verschieden. Etwa wie wenn ich schreiben würde $a = a$, wo das eine a zufälligerweise größer ist als das andere.

/// Ist die primäre Zeit unendlich? D.h. ist sie eine unendliche Möglichkeit? Auch wenn sie nur so weit erfüllt ist als die Erinnerung reicht so sagt das

Gesetz, das an jedem Punkt die Wahl entscheidet?

×Dieser Begriff ist doch nicht die allgemeine Form des Gesetzes! Eher wäre er die allgemeine Form des Resultats eines Gesetzes.

×Das hängt mit der Frage zusammen: Ist das Gesetz das durch die ~~[illegible]~~ Lage des Schnittes ausgedrückt ist ein arithmetisch gültiges?

×Die Änderung meines Standpunktes wäre dann etwa so beschrieben, daß ich früher „0·0101…" verwarf weil ich es als die Andeutung eines wesentlich nicht darstellbaren „unendlichen Dezimalbruchs" ansah, während dieses Zeichen jetzt als gewöhnlichen endlichen Dezimalbruch auffasse mit dem Zusatz daß dieser Bruch nur ein Näherungswert in einer endlosen Reihe sei.

Rxs yodoto vxs umizdgsiomo zo givrh fo wph limgpvo soifo. Hxsvingzo usmo rso uzsvi af gmoovn.

keineswegs daß sie endlich ist.* Sie ist in demselben Sinne unendlich, in dem der 3-dimensionale Gesichtsraum ist, auch wenn ich tatsächlich nur bis zu den Wänden meines Zimmers sehen kann. Denn was ich sehe präsupponiert die Möglichkeit eines ~~se~~ Sehens in größere Entfernung. Das heißt ich könnte, was ich sehe korrekt nur durch eine unendliche Form darstellen.

x Kann man denn die Idee der unendlichen Reihe auf jedes beliebige Gebiet anwenden? Etwa auf Töne? Kann ich mir einen unendlich hohen oder einen unendlich tiefen Ton denken? Oder vielmehr kann ich nur denken daß die Tonleiter nach oben & unten beliebig weit verlängert werden könnte.

1? Ist es möglich sich die Zeit mit einem Ende zu denken, oder mit zwei Enden? Kann ich denn nicht den Tod als Ende meiner Zeit denken? Oder müßte ich sagen daß mein primäres Leben eine Insel in der Zeit ist?

? Was bedeutet das „und so weiter in inf." welches

× Es kann nicht so sein, daß eine sinnvolle Beschreibung einmal eine Zahl beschreibt & einmal keine. Sie ist entweder unsinnig oder sie beschreibt eine Zahl. Sie hat entweder für jede Substitution Sinn dann haben wir einen Zahlbegriff der so weit ist wie die Beschreibung oder sie liefert nicht für jede Substitution eine Zahl, dann ist sie für diese Substitutionen unsinnig. — Es ist ja nicht so, daß die Beschreibung eine Zahl von außen beschreibt, sondern sie stellt eine Zahl dar, sie konstruiert eine Zahl.

× Unendlichkeit kann nicht einfach Unbestimmtheit bedeuten. Wenn ich in einem Sack eine mir unbekannte Anzahl Äpfel habe, so kann ich auch eine Vorschrift geben nach der sie gezählt werden sollen & zwar eine Vorschrift mit unbestimmtem Ende. Aber heißt das, daß diese Vorschrift in irgend einem Sinne unendlich ist? Und wenn ich sage daß die Zahl der Punkte zwischen zwei gegebenen unendlich ist, meine ich, daß sie unbestimmt ist?

in einem Zeichen (1, –, –+1) enthalten ist? Was setzt es voraus? Offenbar daß ich die angegebene Operation mit jedem Resultat der Operation ausführen kann.

D.h. daß mich nichts hindert, – z.B. – zu jedem Ausdruck eine ~~weitere~~ weitere 1 zu setzen. Das heißt daß immer die ~~Mögl~~ logische Möglichkeit besteht (nicht daß ich es wirklich ausführen kann).

Irgendwie scheint nun diese Möglichkeit im Zeichen für die Operation selbst gegeben zu sein. Ich würde etwa sagen: Du siehst ja daß ich eine 1 vor ~~etwas~~ was immer setzen kann (was es auch sei). – Dabei denke ich mir die Reihe der schon geschriebenen Einsen nach links geschoben so daß ich nur ihr rechtes Ende vor mir habe zu dem ich die weitere 1 hinzusetze.

Die linken Einser könnten auch verschwinden & der ganze Vorgang in die Zeit verlegt werden. Darin hätte ich das Gefühl: das Grundlegende ist daß sich nichts ändert wenn ich zu einem späteren Zeitpunkt stehe: Die Zeit ist homogen. Wenn ich in einem früheren Zeitpunkt eine 1 hinzufügen konnte, warum soll ich es in einem späteren nicht können? Der spätere ist ja ganz genau

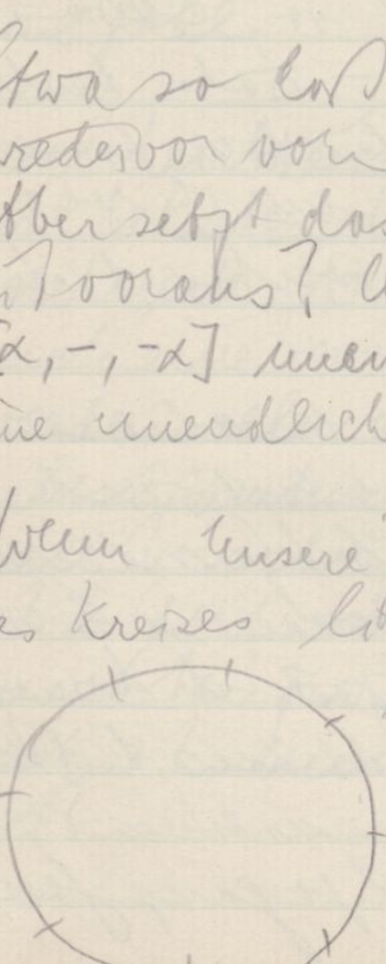
*Das unendlich Große ist in keinem andern Fall als die unendliche Teilbarkeit!

*Das unendlich Teilbare kann man sich doch offenbar denken.

/Kann man sagen daß, wenn es nur eine ~~un~~endliche Anzahl von Dingen gibt, daß dann die unendliche Zahlenreihe dennoch auf eine endliche Anzahl angewendet wird nur auf eine andere Art als auf eine unendliche Mannigfaltigkeit?

/Etwa so daß die endliche Anzahl immer wieder von vorn gezählt wird unendlich mal. Aber setzt das nicht eben die unendliche Zeit voraus? Und ist denn dann die Vorschrift [α, –, –α] unendlich? Aber hier wird eben nur eine unendliche Möglichkeit vorausgesetzt.

/Wenn unsere Zeichen α alle nur in den bezeichneten Punkten des Kreises liegen dürften so würde das die unendliche Regel gar nichts anhaben. Unsere Vorschrift [α, –, –α] wäre dennoch unendlich.



ebenso. Solange Zeit Zeit ist kann ich es tun. (Wenn darin die Unendlichkeit der Zeit besteht – und so scheint es – dann setzt allerdings die Notation die Unendlichkeit der Zeit voraus.)
Man könnte sagen: „die Zeit ist durchaus homogen". Aber auch das ist irreführend, denn kann ich mir etwas anderes auch nur denken?

Was jetzt geschehen kann, hätte auch früher geschehen können & wird immer in der Zukunft geschehen können, wenn die Zeit bleibt wie sie ist. Aber <u>das</u> hängt nicht von einer zukünftigen Erfahrung ab. Die Möglichkeit aller Zukunft hat die Zeit <u>jetzt</u> in sich.
Aber das alles heißt schon daß die Zeit nicht im Sinne der primitiven Auffassung der unendlichen Menge unendlich ist.
Und dasselbe gilt vom <u>Raum</u>. Wenn ich ~~[illegible]~~ sage daß ich mir einen Zylinder unendlich verlängert denken kann so liegt das schon in seinem Wesen. Wieder im Wesen der Homogenität des Zylinders & des Raumes in dem er ist, – und der eine setzt ja den anderen voraus, – und diese Homogenität ~~scheint~~ ist ~~schon~~ in dem endlichen Stück das ich sehe.

* Die Unendlichkeit der Zeit aber auch des Raumes scheint in erster Linie eine Unendlichkeit der inneren Struktur, nicht der Ausdehnung zu sein.

* Ist die Mathematik ein System von Begriffen von denen man einige als gegeben annehmen & die anderen daraus ableiten kann?

* Alle Paradoxe des Unendlichen müssen sich restlos" völlig lösen. D.h. was heute paradox ist, ist es durch eine falsche verfehlte Auffassung des Unendlichen.

* Die Mathematiker are constantly going out of their depth.

* Es gibt kein unendliches logisches Produkt. Darum ist ein Satz der sagt „für alle Cardinalzahlen gilt …" ein Satz über die Form der Cardinalzahl. (Ein intensionaler Satz)

* Der Begriff des Maximums einer Funktion hat offenbar einen guten Sinn & kann nicht von Spezifikationen über Typen etc abhängen.

Heißt das nun aber etwas begreifliches daß es unendlich viele Dinge gibt? – Heißt es nicht vielmehr daß es Gegenstände von unendlicher Form gibt?

Ist es also so daß unendlich nie die Anzahl sondern immer die Form ist. Und daß ich von unendlicher Anzahl immer nur in einem konstruierten Sinne reden kann, wie ich es tue wenn ich sage daß die Zahl der Punkte im Raume oder in einer Strecke unendlich ist, wobei Punkte ja gar nicht die Gegenstände sind.

Wie aber wenn die Variable Zeit in meinen Sätzen ~~auftritt~~ vorkommt – etwa wenn ich sage „Zu irgend einer Zeit wird das & das geschehen" – ist hier die Zeit nicht eine Variable die unendlich viele Werte annehmen kann? Haben wir dasselbe nicht in der variablen Zahl? Wenn ich sage: „auf dem Tisch liegt eine Zahl Äpfel" kann hier nicht die variable Zahl unendlich viele Werte annehmen.

* Das rollt ein anderes Problem auf: Wie ist ein Ausdruck $(\exists \xi)\, \varphi\xi$ oder $(\xi)\, \varphi\xi$ zu verstehen wenn ξ eine variable Form ist die wesentlich unendlich viele Werte annehmen kann?

(Brauche ich nicht für meinen Symbolismus eine Formel zum Beschreiben von ~~Kom~~ Permutationen? Eine Formel, die die Regel des Permutierens ausdrückt?

/ Das Maximum einer Funktion scheint nur einer infinitesimalen Erklärung fähig. Der höchste Punkt einer Kurve ist (zwar höher als ein beliebig herausgegriffener anderer Punkt aber ich finde ihn nicht dadurch daß ich die Punkte der Kurve einzeln durchgehe & sehe ob einer noch höher ist. (Berechnung des Maximums nicht mengentheoretischer Weg sondern $f'(x)=0$)

/ Hier ist es wieder die Grammatik die wie immer im Bereich des Unendlichen uns einen Streich spielt.

Wir sagen: der höchste Punkt der Kurve, das kann aber nicht heißen der höchste Punkt unter allen Punkten der Kurve in dem Sinn in dem man vom größten dieser drei Äpfel ~~spr~~ redet. Denn wir haben ja nicht alle Punkte der Kurve vor uns ja dieser Ausdruck ist unsinnig.

$\sim (1 \neq Nr\varphi \, . \, 2 \neq Nr\varphi \, . \, 3 = Nr\varphi \, . \text{ ad inf})$
$p_1 \qquad p_2 \qquad p_3$

p_1	p_2	p_3	p_4	ad inf.	
W	W	W	W	– – –	F
F	W	W	W	– – –	W
W	F	W	W	– – –	W
–	–	–	–	– –	"
F	F	W	W	– – –	"
F	W	F	W	– – –	"
–	–				"
W	F	F	W	– – –	"
W	F	W	F	– – –	"
–	–	–		– –	
–	–			–	
F	F	F	F		

Es ist klar, daß ich die Wahrheitsfunktion nur andeuten & nicht hinschreiben kann. Aber was heißt das? Ich kann allerdings die Regel der Kombinationen beschreiben und die Regel der Zuordnung von W & F in der letzten Kolonne. Diese Beschreibung ermöglicht es das Anschreiben beliebig weit fortzusetzen. Sie erlaubt nicht das Hinschreiben aller Glieder aber sie erlaubt es die Regel der Bildung einer bestimmten Wahrheitsfunktion eindeutig klar zu machen.

X Irgendwie scheint hier eine andere Art der Allgemeinheit enthalten zu sein als im Falle endlicher logischer Produkte, Summen etc. Ist denn die Beschreibung einer Wahrheitsfunktion eine Wahrheitsfunktion?

Aber $p_1 . p_2 . p_3 . p_4 \ldots$ ad inf heißt doch: wie weit es auch gehen mag so sind alle Sätze zu wahr,

/ Es ist derselbe ~~[illegible]~~ Fehler unserer Syntax der die Sätze die Strecke läßt sich in zwei Teile teilen als die gleiche Form darstellt wie eine Strecke ist unbegrenzt teilbar. So daß man scheinbar in beiden Fällen sagen kann „nehmen wir an die mögliche Teilung sei ausgeführt". In Wahrheit haben aber die Ausdrücke „in zwei teilbar" und „unbegrenzt teilbar" eine ganz ~~andere~~ verschiedene Form. Es ist das natürlich derselbe Fall wie, daß man mit dem Worte „Unendlich" wie mit einem Zahlwort operiert, weil beide in der Umgangssprache auf die Frage wieviel zur Antwort kommen.

/ Die Kurve ist unabhängig (?) von einzelnen ihrer Punkte. Das drückt sich auch dadurch aus*, daß ich den höchsten Punkt konstruieren kann. D.h. ihn aus einem Gesetz erhalte & nicht durch Untersuchung einzelner Punkte.

Was ist ein Aggregat von Punkten?
Können wir vielleicht doch ein unendliches Aggregat als solches gleichsam von außen beschreiben?
= Indem wir – allgemein – sagen daß jedes

Und ist das keine echte Wahrheitsfunktion. Der Witz ist ja eben daß ich die letzte Kolumne des Schemas ausschreiben könnte oder doch eindeutig andeuten könnte ohne alle Reihen ausschreiben zu müssen, und zu können.

x Aber tatsächlich brauche ich hier nicht unendliche Reihen zu benützen, da der Satz $(\exists x)\varphi x$ dasselbe sagt.

x Gibt es nicht für die Zeit ein analoges Mittel die Variable mit unendlich vielen Werten zu vermeiden. Es wäre das, nicht zu sagen „das & das wird einmal geschehen", sondern ~~das~~ „es wird geschehen" oder „es geschieht". Daß es einmal geschieht versteht sich in demselben Sinne von selbst wie, daß ~~es~~ eine Anzahl Äpfel auf dem Tisch liegt wenn Äpfel auf dem Tisch liegen.

x Darf ich aber überhaupt in Sätzen einen Ausdruck $(n)\, n = n'$ gebrauchen? Denn wenn ich es darf dann sagt $(n)\, n = n' \varphi$ daß φ von unendlich vielen Gegenständen befriedigt wird. Wo ist hier der Fehler?
Es hieße alle Sätze von der Form $(\exists x y \ldots)$ etc sind

Element einen Nachfolger hat, der nicht es selbst oder einer seiner Vorgänger ist? Ist damit nicht eine wirkliche Unendlichkeit beschrieben ob dieser nun etwas entspricht oder nicht. Wenn ich etwa sagte jeder Mensch hat einen Sohn. Folgt daraus nicht, dass es unendlich viele Menschen gibt? Und wie ist hier die Unendlichkeit gefasst? Denn scheinbar ist sie durch lauter endliche Begriffe dargestellt. Oder kommt hier die Unendlichkeit dadurch in meinen Satz dass ich sagen muss, dass kein Sohn der Vorfahre seines Vaters sein kann.

Wie ist der Satz a ist der Vorfahre von b darzustellen?

$$aRb \lor (\exists x)\, aRx . xRb \lor (\exists x y)\, aRx . xRy . yRb \lor$$
$$\lor \text{ etc}$$

Steht am Ende dieser Reihe nicht das ad inf. dann beschreibt auch der Satz keine unendliche Reihe.

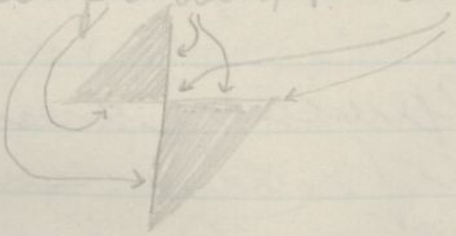
*Aber eine unendliche logische Summe ist ein Unsinn.

* Hat es einen Sinn eine allgemeine Beschreibung

wohl. Aber kann man das richtig ausdrücken?

*Der Raum besteht nicht aus unendlich vielen Dingen sondern er ist die Form die jede endliche Anzahl räumlicher Gegenstände umgiebt.

/ Man kann Linien & Punkte tatsächlich sehen nämlich Grenzlinien & Eckpunkte



Ein räumlicher Gegenstand ist eine Farbe.

Eine Entfernung kann durch eine Zahl ausgedrückt werden aber durch jede beliebige Zahl. Es nützt aber nichts wenn ich etwa eine Strecke statt mit einer bestimmten Zahl mit einem Buchstaben n bezeichne denn eine andere Strecke kann ich dann doch nicht mit n bezeichnen sondern sie ist dann $\frac{n}{2}$ oder 3n etc. etc. so daß ich mich doch wieder auf eine Grundstrecke beziehe ob ich sie nun n oder 1 nenne.
Andererseits kann ich doch statt n 1n

des Resultats zu geben, das ein unendliches Gesetz liefert?

× Aber liefert es denn ein Resultat, das für seine Unendlichkeit charakteristisch ist?

× Es kann natürlich nur das sein, daß kein Dezimalbruch der letzte ist.

× Was sagt die allgemeine <u>Beschreibung</u>, daß jede Vorschrift eine unendliche Reihe von Dezimalbrüchen liefert?

× Es liegt natürlich im Wesen jeder dieser Vorschriften daß sie das tut.

× Der <u>Begriff</u> „alle Vorschriften die eine endlose Reihe liefern" scheint <u>etwas</u> zu bedeuten. Denn ich kann von einer solchen Vorschrift mit ganz bestimmter <u>Bedeutung</u> sagen: Das ist eine unendliche Vorschrift, die andere nicht.

Man könnte so sagen: „Was wird die Irrationalzahl sein? sie ist <u>einfach</u> die allgemeine schreiben & warum soll ich nicht einen Rangunterschied unter den Zahlen anerkennen. Aber das ist klar daß es dann willkürlich ist welche Einerstrecken ich z.B. 27 zu nenne. Wozu dann überhaupt das n?

Man könnte aber auch* sagen: die Einheitsstrecke gehört zum Symbolismus. Sie gehört zur Projektionsmethode. Ihre Länge ist willkürlich aber sie enthält das spezifisch räumliche Element.

Wenn ich also eine Strecke 3 nenne so bezeichnet hier die 3 mit Hilfe der ~~[illegible]~~ im Symbolismus vorausgesetzten Einheitsstrecke.

Dasselbe kann man auch auf die Zeit anwenden.

* Wie die Ziffer ||||| voraussetzt daß ich 5 Striche nebeneinander machen kann so setzt der Begriff (1, —, −1) voraus daß ich ~~[illegible]~~ ohne Ende mit der Operation fortfahren kann. Insofern also setzt die Notation der unendlichen Reihe die unendliche Form voraus ebenso wie die Notation der einzelnen ~~endlichen~~ Zahlen eine Form voraussetzt in der sie möglich ist.

Form des unendlichen Dezimalbruchs'.
Aber den gibt es ja nicht. Sie ist die allgemeine Form der Zahl für die es nur unendlich viele Näherungswerte gibt. Die allgemeine Form der Zahl für die es unendlich viele Näherungswerte gibt.

* Man könnte auch so sagen: ‚Dieser Dezimal~~bruch~~ ist zu klein & jede andere ~~die~~ mit der gleichen Stellenzahl zu groß; dasselbe gilt ‚für wieviel Stellen immer ich ihn fortsetze'.

* Aber ist das nicht nur Schwindel? Ist es praktisch brauchbar?

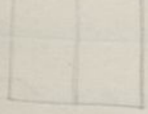
/ Wir könnten alle irrat. Z. durch ein System unendlicher B.-Furkationen darstellen. Durch einen Baum dessen Stamm sich in 2 Äste spaltet von denen jeder in 2 Zweige und s. w. ad inf..

/ Es ist ja auch die Dedekindsche Definition einer unendlichen Menge eine solche die das Unendliche beschreiben will ohne

* Was bedeuten aber Anzahlen die größer sind als die Anzahl der existierenden Dinge? — Ich glaube es sind die Anzahlen von Kombinationen dieser Dinge.

2/ Wenn ich mir eine unendliche ~~[illegible]~~ färbige Ebene denke so habe ich ~~[illegible]~~ damit nicht unendlich viele Gegenstände, sondern die unendliche Ebene ist ein Gegenstand & die einfachen Farben sind Gegenstände.

* Die richtige Ansicht muss am Ende die natürliche sein; und was wir sehen sind nie unendlich viele Dinge sondern immer eine Anzahl Dinge die das charakteristische unendlich ~~[illegible]~~ vieler verschiedener Möglichkeiten haben.

2/  Ist es derselbe Satz zu sagen dass das Quadrat rot ist und zu sagen: das rechte Rechteck ist rot und das linke Rechteck ist rot?? Wenn es derselbe Satz ist ist dann nicht jeder dieser Sätze unendlich komplex? Ist nicht der einzige Ausweg hier anzunehmen dass ein Ausdruck das es darzustellen.

Es ist wie wenn man eine Krankheit durch ihre äußeren Symptome beschreibt von denen man weiß daß sie immer mit der Krankheit zusammen auftreten. Nur gibt es eben in diesem Falle eine Beschreibung die nicht formaler Natur ist.

Wenn es möglich ist zu sagen daß unendlich viele Werte eine Funktion befriedigen, muß es dann nicht auch möglich sein einen unendlichen Dezimalbruch zu beschreiben (wenn ich ihn auch nie ausschreiben kann)?

Etwa durch die Notation „$(v) \cdot \sim (Ev)_x \cdot \varphi x$"

Ich kann jetzt nicht sehen daß das unsinnig ist obwohl ich mißtraue.

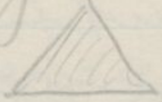
Ich hatte gesagt: „Die unendliche Ausdehnung des Raumes besteht darin, daß in ihm jede endliche ausgedehnte Materie möglich ist"; nicht „daß in ihm eine unendlich ausgedehnte Materie möglich ist!"

„Quadrat ist rot" noch kein Satz ist wenn nicht gesagt ist daß die übrige Ebene (oder der übrige Raum) irgend eine Farbe hat. Das heißt es müßte der übrige Raum als scheinbare Variable in den Satz eintreten.

Aber auch das hat seinen Haken. Wie sollen dann überhaupt die Elementarsätze lauten?!

* Wenn etwas in meinen Fundamenten falsch ist so könnte es nur ~~daß~~ so sein daß es Elementarsätze wesentlich überhaupt nicht gibt & daß die Analyse ein System von ins Unendliche zerlegbaren Sätzen ergibt. Genügt ~~ein~~ dieses System nicht der Forderung der Bestimmtheit der Analyse welche ich stelle?

/ Kann man sagen: Wenn man im Gesichtsfeld eine Figur



sieht etwa rot – so kann man sie nicht dadurch beschreiben daß man etwa eine Hälfte des Dreiecks in einem Satz die andere Hälfte in einem anderen Satz beschreibt? Das heißt, kann man sagen daß es in gewissem Sinne ~~X~~ eine Hälfte dieses

× Alle Paradoxe des Unendlichen lösen sich wenn man einsieht daß im Bereich der unendlichen Zahlenreihe nur die intensionale Allgemeinheit Sinn hat.

/ Es ergibt sich eine Notation wie die obige nicht wenn wir diejenige Allgemeinheitsbezeichnung einführen die Russell zwar nicht anwendet die aber – z. B. zur richtigen Erklärung von R_* nötig ist. Dazu wird nämlich eine Notation „$(\exists\nu).O^\nu B$“ gebraucht

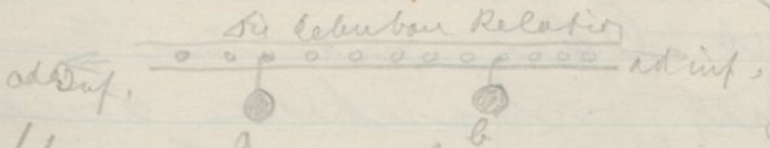
/ $(\nu).(\exists\nu)_x\,\varphi x$: „Sie können davon jede Anzahl haben“.

× Für jede Stellenzahl gibt es einen Näherungswert von $\sqrt{\pi}$.

× Wenn ich von allen Punkten der Strecke bezw. von allen Irrationalzahlen soll reden können warum dann nicht von allen Vorschriften; denn ich könnte doch eben die Gesamtheit der Vorschriften durch die Gesamtheit der irrationalen Zahlen definieren?

Strichs gar nicht gibt? Das würde besagen, daß man von dem Strich überhaupt nur *reden* kann wenn seine Grenzlinien die Grenzen zweier Farben sind. (Daran ist *etwas* Wahres)

* Kann es nicht eine Zerlegbarkeit geben nach dem System daß $anb = amb \cdot aob$ wobei $n = o+m$. Das wäre eine unendliche Zerlegbarkeit. Was sind aber n, m, o sind es drei verschiedene Gegenstände? Drei Formen desselben Gegenstandes? ~~[illegible]~~ Und was heißt das?



So ist es nicht.

Aber man kann es anders darstellen: ~~[illegible]~~ $\varphi(n) = \varphi m \cdot \varphi o$ wo $n = o+m$ wo m & o verschiedene Ausdehnungen desselben Gegenstandes bedeuten. Was aber ist dann die obige Gleichung, ist sie eine Definition, eine Tautologie o.?

1 Wenn „rot ist an diesem Ort" ein Satz p ist und „rot ist an jenem Ort" ein Satz q, dann ist $p.q$ (selbe wie) der Satz „rot ist an diesem & jenem Ort" & dieser Satz ist offenbar von genau derselben Form & Zusammengesetztheit wie q oder p allein, denn zwei Orte geben *einen* Ort. — Daraus würde

Der Satz scheint der zu sein daß alle Punkte tatsächlich allen unendlichen Kombinationen entsprechen.

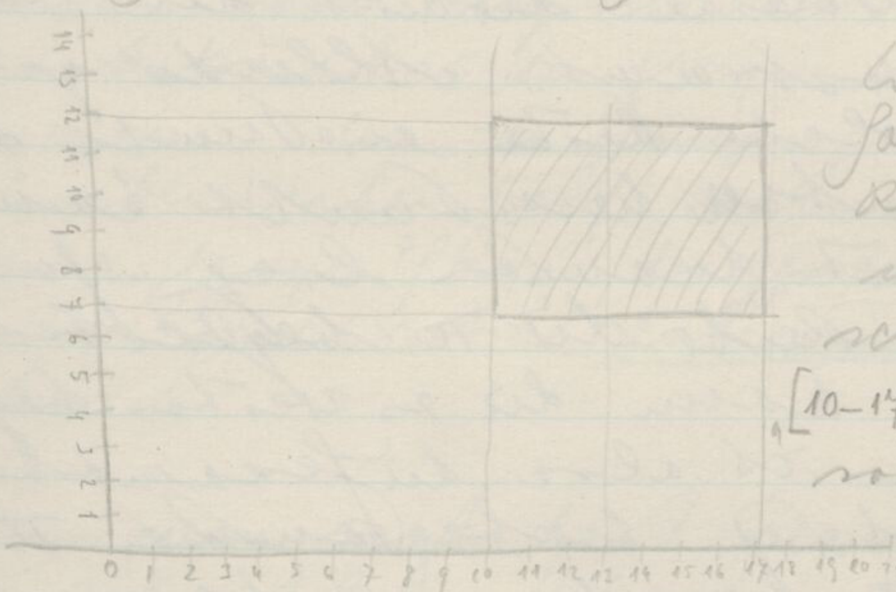
Nehmen wir an es wäre eine ausgelassen dann gäbe es zwei Möglichkeiten, entweder die so ausgelassene Kombination unterscheidet sich von einer vorhandenen in einer endlichen Anzahl von Stellen dann ist der Punkt der ihr entspricht nur eine rationale Strecke von dem andern entfernt. Oder sie unterscheidet sich von einer vorhandenen durch eine unendliche Stellenzahl. [Dann gibt es unendlich viele Näherungswerte]

Die Frage wäre: welches Criterium gibt es dafür daß die irrationalen Zahlen komplett sind?

Sehen wir uns eine irrat. Z. an: sie läuft entlang einer Reihe rationaler ~~Zahlen~~ Näherungswerte. Wann verläßt sie diese Reihe? Niemals. Aber sie kommt allerdings auch niemals zu einem Ende.

die unendliche Zusammengesetztheit der räumlichen Sätze folgen. — Es gäbe keine Elementarsätze & ein Satz der allem Anschein nach einfach aus zwei Symbolen (Namen) zusammengesetzt ist, also einen Sachverhalt beschreibt wäre identisch mit einem der zwei solche Sachverhalte beschreibt.

Zwei Sachverhalte ergäben einen Sachverhalt.



Wenn ich den Satz daß das Rechteck rot ist in der Form schreiben darf „[10–17, 7–12] rot" so ist es seltsam, daß hier der Ort als ein Gegenstand erscheint.

Man könnte den Satz aber auch anders auffassen: Der einzige Gegenstand von dem die Rede ist, wäre „rot" das sich irgendwo befinden muß, und die eine seiner unendlichen räumlichen Möglichkeiten wird als Tatsache angegeben.

/ Angenommen wir hätten die Gesamtheit aller irrat. Z. mit Ausnahme einer einzigen. Wie würde uns diese eine abgehen? Und wie würde sie nun – wenn sie dazukäme – die Lücke fülle? – Angenommen es wäre π. Wenn die irrat. Z. durch die Gesamtheit ihrer Näherungswerte gegeben ist, so gibt es bis zu jedem beliebigen Punkt eine Reihe die mit der von π übereinstimmt. Allerdings kommt für jede solche Reihe ein Punkt der Trennung. Aber dieser Punkt kann beliebig weit „draußen" liegen, so daß ich zu jeder Reihe die π begleitet eine finden kann die es weiter begleitet. Wenn ich also die Gesamtheit aller irrat. Z. habe außer π und nun π einsetze so kann ich keinen Punkt angeben an dem π nun wirklich nötig wird es hat an jedem Punkt einen Begleiter der es vom Anfang an begleitet.

/ Das zeigt klar daß die Irrationalz. nicht ~~durch~~ die ~~xxxxx~~ Extension eines diese Tatsache wäre unendlich zusammengesetzt was sich dadurch zeigt daß unendlich viele <u>verschiedene</u> Tatsachen aus der <u>einen</u> <u>logisch</u> <u>folgen</u>. (?)

1 Man könnte dagegen einwenden, daß man einen Teil des Gesichtsfeld überhaupt nicht abgesondert vom ganzen beschreiben kann, da er <u>allein</u> gar nicht denkbar ist. Aber die Form (logische Form) des Flecks setzt tatsächlich den ganzen Raum voraus. Und wenn nur das ganze Gesichtsfeld beschrieben werden darf, warum dann nicht nur der ganze Strom des Gesichtserlebnisses denn ein Gesichtsbild <u>kann nur</u> in der Zeit existieren.

2 Wenn man sagt daß man Tatsachen die sehr kleine Flecke betreffen nicht sehen kann, so kann man antworten daß man auch * solche Tatsachen sieht wenn auch nur als Teil solcher die größere Flecke betreffen. Daß wir eine Fläche <u>kontinuierlich</u> sehen können sagt alles.

* Es ist kein Zweifel daß die Möglichkeiten

unendlichen Dezimalbruchs sondern
~~nur durch~~ ein Gesetz ~~gegeben~~ ist.

/ Daraus scheint irgendwie hervorzugehen – was mir sehr einleuchtet – daß die Unendlichkeit der Länge keine Größe der Länge ist.

/ Auf die obige Frage müßte man antworten „π
wenn es eine Extension wäre
wurde uns niemals abgegeben". D.h. wir könnten niemals eine Lücke bemerken. Wenn man uns fragen würde „aber hast Du auch einen unendl. Dezimalbruch der m an der rten Stelle hat & n an der sten" etc etc so könnten wir ihm immer dienen.

/ Nehmen wir nun an wir hätten alle irrat. Zahlen gegeben die sich durch Gesetze darstellen lassen das seien aber nicht alle & nun wird mir ein Schnitt gegeben der eine in dieser ersten Klasse nicht enthaltene Zahl darstellt; wie kann ich erkennen daß das der Falle ist? Es ist unmöglich, denn wieweit ich auch mit meinen Werten fortschreite, immer der Gesichtswelt unendlich sind.

* Der räumliche Satz sagt ja gleichsam immer etwas Einfaches. – Er ist aber unendlich teilbar.

* Es wird in ihm gleichsam ein unendliches Gewebe mit einem Blick erfaßt.

* Was ~~ist~~ aber ist dann die allgemeine Satzform? Sie ist die allgemeine Form der Zusammengesetztheit. –

* Man würde glauben daß ein Satz, aus dem unendlich viele folgen, unendlich viel sagen muß. Aber die unendliche Teilbarkeit drückt sich durch eine Regel aus, nicht dadurch daß das Zeichen unendlich komplex ist. – Andererseits ist die unendlich komplexe Regel nur ein Ersatz für ein unendlich komplexes Zeichen. (Etwa ein gemaltes Bild.

* Was wird aber aus der allgemeinen Satzform? Kann es eine solche überhaupt noch geben, d.h., kann man sie ~~[illegible]~~ anschreiben? – Oder

wird sich ein entsprechender Bruch finden.

/ Man kann also nicht sagen daß die gesetzmäßig fortschreitende unendliche Dezimalbrüche noch ergänzungsbedürftig sind durch eine unendliche Menge ungeordneter unendlicher Dezimalbrüche die unter den Tisch fiele wenn wir uns auf die gesetzmäßig erzeugten ~~beschr~~ beschränken würden. Wo ist so ein ungesetzmäßig erzeugter unendlicher Bruch? Und wie könnten wir ihn vermissen, wo ist die Lücke die er auszufüllen hätte?

/ Wenn man sagt, die Menge aller transzendenten Zahlen ist größer als die der algebraischen, so ist das ein Unsinn. Sie ist von anderer Natur. Sie ist nicht „nicht mehr“ abzählbar, sondern einfach nicht abzählbar!

* In keiner religiösen Confession ist soviel durch den Mißbrauch ~~de~~

+ Hieße das einen Satz von etwas unterscheiden was der Satz sagt? Und das wäre sinnlos.

* Die allgemeine Satzform kann nichts sein als die allgemeine Form der Wahrheitsfunktionen.

* $\varphi(2-5) = \varphi(2-3{\cdot}15) \cdot \varphi(3{\cdot}15-4{\cdot}2) \cdot \varphi(4{\cdot}2-5) = \varphi(2-2{\cdot}6) \cdot$

$\cdot\, \varphi(2{\cdot}6-5) =$ etc. etc.

Das Symbol ist das, was alle solchen Produkten gemeinsam ~~ist~~ haben. Die Regel nach der alle gebildet werden.

? Wenn diese Anschauung richtig ist, so gibt es keine Elementarsätze. Die Sätze $\varphi(u-w)$ sind zwar analysierbar, aber nur wieder in Sätze von derselben Form.

? Wenn aus einem Satz unendlich viele folgen so ist jener Satz nicht aus diesen aufgebaut. D.h. ihr Verständnis ist nicht nötig um ihn zu verstehen.

Ich möchte so sagen: Zu sagen daß unendlich viele Sätze aus einem folgen besagt die unbegrenzte Möglichkeit solcher Folgesätze nicht ihre Wirklichkeit. Ich meine damit, metaphorische Ausdrücke gesündigt worden wie in der Mathematik.

* Das Diagonalverfahren zeigt die Art der unendlichen Möglichkeit.

* Von zwei unendlichen Dezimalbrüchen kann man insofern sagen daß sie gleich lang sind als einer nicht aufhört während der andere noch weiterläuft.

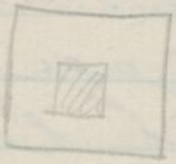
L * Wenn wir vorherein nur die Gesetze ins Unendliche sehen, so könnte die Frage ob die Gesamtheit der Gesetze die Gesamtheit der unendlichen Dezimalbrüche erschöpft gar keinen Sinn haben.

* Nun scheint es aber eine Frage zu geben, ob alle Gesetze die ich durch die geometrische Methode geben kann einem Gesetz der Arithmetik entsprechen (Umgekehrt ist es klar daß jedes Gesetz das uns fortlaufend Ziffern liefert, geometrisch einem Schnitt entspricht)

Es besagt daß es *keine* Anzahl solcher ~~Element~~ Grund-Sätze gibt. Und das ist ja klar: Es gibt dann nicht unendlich viele sondern *keine* Elementarsätze.

× Daher kann der Satz nur verstanden werden, wenn man den zusammengesetzten Satz versteht, denn *er* liegt dann allem zu Grunde.

– Diese Ansicht hat verschiedene Schwierigkeiten. Wenn ich sage das kleine Quadrat im



großen, ist rot was immer das übrige für eine Farbe haben mag so kann ich mir doch das kleine Quadrat gar nicht vorstellen wenn es nicht von etwas andersfärbigem begrenzt ist.

Ich kann mir natürlich eine Art bewegliches Netz etwa aus schwarzen Linien denken das ich vorübergehend auf die Figur lege um sie zu beschreiben & das ich dann wieder wegnehmen kann. Aber ich müßte doch die schwarzen Linien auf dem Bild sehen um von seinen Teilen reden zu können!

* ~~Wir~~ Es ist klar dass die Zahlenfolge die ~~solche~~ Größe Punkte liefert die konstruiert werden kann einem arithmetischen Gesetz entspricht & ~~von der~~ die durch einen zufälligen Schnitt gegeben können aus unter den arithmetischen bestimmten jedenfalls nicht fehlen.

Wir haben offenbar einen Begriff von dieser geometrischen Methode ohne auch nur ein einziges Beispiel wirklich ausführen zu können. Warum kann man dann diesen Begriff nicht beschreiben? Er wird dargestellt durch das Kontinuum das uns eine räumliche Strecke repräsentiert.

Die Frage wäre dann eigentlich: lässt sich das Kontinuum beschreiben? Wie es Cantor und andere versucht haben.

Eine Form kann nicht beschrieben sondern nur dargestellt werden.

1 Das hängt ~~[illegible]~~ damit zusammen daß Linien immer die Grenzen zweier Farben sind.

Und aber wenn es Striche im Gesichtsraum geben kann die keine Breite haben?

Wenn es solche Striche gibt also auch ausdehnungslose Pünktchen (Sterne) dann dann muß es möglich sein eine beliebige Anzahl solcher Striche zu ziehen ohne daß sie im übrigen etwa weiße Gesichtsfeld einzuengen. Ein [illegible] Sternnebel ist in diesem Falle undenkbar.

* Aber das würde wieder zu der Ansicht führen daß man nur das ganze Gesichtsfeld auf einmal beschreiben könne ohne Variable zu benützen.

* $f(4-5) \cdot f(6-7) = f((4-5)(6-7))$ kann man zwei getrennte Flecke nicht auch als <u>einen</u> auffassen?

\ Wenn es ~~[illegible]~~ unrichtig ist daß $f(m-0) \cdot f(0-n) = f(m-n)$ weil die Teilflecke in einem ganz einfarbigen Fleck nicht vorhanden sind, dann müssen zwei Sätze $f(m-0)$ und $f(0-n)$ was immer ihre Analyse ist einander

* Ich kann die Idee einer unendlichen Kombination [ganz immer] nicht verstehen & daher auch nicht, was es heißt daß **alle** möglichen Kombinationen gebildet sind.

** / Wie ist es wenn man die verschiedenen Gesetze durch die Menge der endlichen Kombinationen so zu sagen kontrolliert.

/ Die Resultate eines Gesetzes durchlaufen die endlichen Kombinationen & die Gesetze sind daher was ihre Extension anlangt komplett wenn *alle* endlichen Kombinationen durchlaufen werden.

/ Man kann auch nicht sagen: Zwei Gesetze sind dann identisch wenn sie in jeder Stufe das gleiche Resultat ergeben. sondern sie sind identisch wenn sie wesentlich das gleiche Resultat ergeben d.h. wenn sie identisch sind.

---

* Aber kann man eine Form so behandeln? kann man, heißt das, eine Form beschreiben ohne sie aufzufassen?

widersprechen.

Aber auch das ist nur möglich wenn sie zusammengesetzt sind, & zwar so daß in dem Satz der einen Fleck beschreibt auch gesagt ist daß seine Umgebung diese Farbe nicht hat. (?)

* Es scheint mir auch noch eine Möglichkeit zu sein, daß einander widersprechende Farbkomplexe die Zeit definieren und daß man ihre Gleichzeitigkeit gar nicht behaupten <u>kann</u>. „Gleichzeitig" würde etwa bedeuten „in <u>einem</u> Gesichtsbild" wenn man aber nur gewisse Gesichtsbilder beobachtet ~~[illegible]~~ so kann man nicht aussagen daß verschiedene Gesichtsbilder dasselbe Gesichtsbild sind. Man könnte dann sozusagen die ~~[illegible] ruhig~~ Gesichtsereignisse ruhig in die Schachtel der Zeit legen ohne zu fürchten daß sie einander widersprechen werden denn was nicht gleichzeitig sein kann ordnet sich von selbst <u>nach</u> einander. ~~[illegible]~~

Es ist da freilich eine Schwierigkeit denn damit ist natürlich die Zeitordnung noch nicht gegeben. — Und wenn ich nun wirklich in Sätzen eine Zeitordnung beschreibe

Wenn eine amorphe Theorie der unendlichen Aggregate möglich ist, so muß sie nur das Amorphe an diesen Aggregaten beschreiben & darstellen.

Sie müßte dann wirklich die Gesetze als bloße unwesentliche Mittel der Darstellung eines Aggregats auffassen & von diesem Unwesentlichen abstrahieren & nur auf das Wesentliche schauen. Aber worauf?

Ist es möglich ein Gesetz vom Gesetz zu abstrahieren & die Extension als Wesentliches dargestellt zu sehen?

Daß es ein Gesetz ist, wäre dann aber nicht das Wesentliche am Symbol sondern daß es eine unendliche Extension bestimmt. (Aber gerade die gibt das Gesetz nicht)

Verhilft uns die geometrische Methode des Schnittpunktes zur Idee einer unendlichen Kombination, die wir ohne sie nicht hätten?

Es ist doch klar, daß das Resultat der Schnittmethode ein arithmetisches ist. Dann muß also entweder die Vorschrift so müßte es in der Syntax dieser Sätze liegen daß ich nicht zwei verschiedenen Gesichtsbildern den gleichen Zeitpunkt zuweisen kann.

Ob es ebenso unsinnig ist zu sagen „dieser Teil einer roten Fläche (der durch keine sichtbare Grenze abgegrenzt ist) ist rot" hängt ~~…~~ – scheint es mir – davon ab ob es einen absoluten Ort gibt. Denn wenn im Gesichtsraum von einem absoluten Ort die Rede sein kann, dann kann ich auch ~~…~~ diesem absoluten Ort eine Farbe zuschreiben, wenn seine Umgebung gleichfärbig ist.

Ich sehe etwa ein gleichförmig gelbes Gesichtsfeld & sage: ~~Das Zen~~ „Die Mitte meines Gesichtsfeldes ist gelb". Kann ich dann aber eine Form auf diese Weise beschreiben? Es scheint, nein.

Wenn ich das Gesichtsbild nicht vollständig beschreibe sondern nur einen Teil so ist es offenbar daß in der Tatsache gleichsam eine Lücke ist. Es ist offenbar etwas ausgelassen.

Wenn ich ein Bild dieses Gesichtsbildes malte eine arithmetische sei, oder, wenn nicht, dann ist die Extension der konstruierten Zahlen losgelöst von dieser Vorschrift ein arithmetischer Begriff. D.h. wenn die Geometriemethode nicht zur Arithmetik gehört dann gibt es also ein Verfahren an einer unendlichen Zahlenreihe entlang zu kommen, das an sich unwesentlich ist & was nur zeigen würde daß es diese Extension gibt.

Hier hätten wir eine Zahlenfolge die als solche ohne Zweifel von einem nicht arithmetischen & daher für diese Folge nicht wesentlichen Gesetze hervorgebracht wäre. Das Verfahren würde uns diese Folge darbieten & sich dann, so zu sagen, zurückziehen.

/ Wir wären dann in jedem Fall aus dem Wasser. Entweder ist die geometrische Methode eine arithmetische, dann darf sie in der Arithmetik benützt werden um die irration. Z. zu definieren oder sie ist keine arithmetische, dann liefert sie uns eine unendliche Extension & ~~dann~~ diese sind Gegenstände der Arithmetik.

so würde ich die Leinwand an gewissen Stellen durchschauen lassen.

Aber die Leinwand hat ja auch eine Farbe & füllt den Raum aus. Nichts könnte ich nicht an der Stelle lassen wo etwas fehlt.

Meine Beschreibung muss also unbedingt den ganzen Gesichtsraum ja selbst seine Farbigkeit enthalten auch wenn sie nicht sagt welche Farbe an jedem Ort ist.

D.h. sie muss doch sagen dass eine Farbe ~~[illegible]~~ an jedem Ort ist.

/ Heisst das nicht, dass die Beschreibung den Raum soweit sie ihn nicht mit Constanten erfüllt, mit Variablen erfüllen muss.

/ Die Mannigfaltigkeit der räumlichen Beschreibung ist dadurch von vornherein gegeben, dass die Beschreibung die richtige Mannigfaltigkeit hat wenn sie vermag alle denkbaren Konfigurationen zu beschreiben.

* Wenn man also mit Sätzen von der Art $\varphi(m-n)$ den Raum in allen

/Man würde dann sagen: die rat. Z. sind uns entweder durch arithmetische Gesetze gegeben oder nicht. Daß es solche gibt die uns nicht durch arithmetische Gesetze gegeben sind sehen wir z. B. daraus, daß eine geometrische Methode Extensionen liefert die durch kein arithmetisches Gesetz gegeben sind.

/Das geometrische Verfahren wäre dann wirklich nur eine unwesentliche Konstruktion (gewissermaßen) um zu den Zahlen einer existierenden Extension zu gelangen. [Gleichsam wie wenn man auf eine Leiter steigt um etwas zu erlangen]

/Kann ich [aber] zweifelhaft sein ob alle Punkte einer Strecke wirklich durch arithmetische Vorschriften dargestellt werden können? Kann ich denn je einen Punkt finden für den ich zeigen kann daß das nicht der Fall ist? Ist er durch eine Konstruktion gegeben, dann kann ich diese in eine arithmetische Vorschrift übersetzen & ist er durch Zufall gegeben dann: gibt es soweit ich auch die seiner Möglichkeiten beschreiben kann dann ist die Beschreibung zu Ordnung und man braucht nicht mehr.

Der erste Glaube ist, daß es unverträglich ist daß zwei Farben an *einem* Ort sein sollten. Der nächste ist, daß zwei Farben an *einem* Ort sich nur zu einer resultierenden Farbe ergänzen. Der dritte aber ist der Einwand: ~~Was~~ Wie verhält es sich mit ~~[illegible]~~ Komplementärfarben? Wie ergänzen sich rot & grün? Etwa zu schwarz? Aber sehe ich denn grün in der schwarzen Farbe? – Aber sogar abgesehen davon: Wie ist es ~~[illegible]~~ mit den Mischfarben z.B. von rot & blau: Diese enthalten ~~[illegible]~~ teils mehr teils weniger rot. Was heißt das? Was es bedeutet daß etwas *rot ist* ist klar, aber daß es mehr oder weniger rot *enthält*? – Und ~~[illegible]~~ verschiedene Grade von rot sind mit einander unverträglich. Das könnte man sich etwa ~~so~~ erklärt denken, daß irgendwelche kleine Quantitäten von rot addiert einen gewissen Grad von rot ergeben. Was heißt es aber dann zu sagen daß etwa 5 solche ~~[illegible]~~ Quantitäten ~~[illegible]~~ von rot vorhanden ~~[illegible]~~ sind? Das kann

Annäherung fortsetze immer einen arithmetisch beschränkten Dezimalbruch der sie beschreibt.

/ Es ist klar daß ein Punkt einer Vorschrift entspreche.

/ Wie verhält es sich mit den Typen der Vorschriften & hat es einen Sinn von allen Vorschriften, also von allen Punkten zu reden?

/ In irgendeinem Sinne kann es nicht unendl. g. verschiedenen Typen geben.

/ Dabei ist mein Gefühl folgendes: Wie immer die Vorschrift lauten mag, stets bekomme ich doch weiter nichts als eine endlose Reihe rationaler Zahlen. Man kann auch so sagen: Wie immer die Vorschrift lautet ~~mag~~ wenn ich sie in die geometrische Notation übertrage ist alles von der gleichen Type.

× Ich kann zu keiner extensionalen Auffassung der unendlichen Menge gelangen.

natürlich nicht ein logisches Produkt sei daß die Quantität No 1 vorhanden ist und die Quantität No 2 bis 5, denn wie würden sich diese voneinander unterscheiden? Es kann also der Satz daß der Grad 5 von rot vorhanden ist nicht so zerlegt werden. Und ich kann also auch keinen abschließenden Satz haben daß das das Ganze rot ist welches in dieser Farbe vorhanden ist; denn es hat keinen Sinn zu sagen daß kein rot mehr dazukommt da ich nicht durch das logische und Quantitäten von rot addieren konnte.

Es heißt auch nichts zu sagen daß ein Stab der 3 meter lang ist auch 2 m lang ist weil er 2+1 meter lang ist denn man kann nicht sagen er ist 2 m lang und er ist 1 m lang. Die Länge von 3 m ist etwas Neues.

Und doch kann ich wenn ich zwei verschiedene rote ~~Blau~~ sehe sagen: es gibt ein noch röteres Blau als das rötere dieser beiden. D. h. ich kann aus dem gegebenen das nicht gegebene konstruieren.

1 Das läßt es erscheinen als könnte

/ Beim Approximieren durch fortgesetzte Zweiteilung nähert man sich jedem Punkt durch rationale Zahlen. Es gibt keinen Punkt dem man sich nur mit irrationalen Zahlen eines bestimmten Typs nähern könnte. Ist das nicht ein axiom of reducibility?

* Das Unendliche wird zu einer Spottgeburt wenn man nicht die unendliche Möglichkeit gibt.

* Wenn die Form 0·?→ gegeben wird & ich sage nun, gib uns ein Beispiel: was kann als Beispiel gegeben werden, ein Gesetz oder ein beliebiger Bruch mit Punkten oben 0·100110...? Und warum nicht gleich 0·...? – Aber das ist kein Beispiel mehr sondern wieder die allgemeine Form.

/ Heißt nicht die allgemeine Form eines Gesetzes „hier wähle auf jeder Stufe den Schritt der eine bestimmte Bedingung erfüllt. Nun ist aber die allgemeine Form der Bedingung nur die Bedingungslosigkeit, aber jeder spezielle Fall kann innerhalb des Elementarsatzes eine Konstruktion ~~[illegible]~~ möglich sein. D. h. da gäbe es eine Konstruktion, die nicht mit logischer Hilfe der Wahrheitsfunktionen arbeitet.

Das habe ich ja auch mit meinen Relationen die durch Zahlen ausgedrückt werden sagen wollen.

Nun aber scheint es zu m. Leidwesen daß diese Konstruktionen eine Wirkung auf das logische Folgen eines Satzes aus einem andern haben!

Denn wenn verschiedene Grade einander ausschließen so folgt aus dem Vorhandensein des einen daß der andere nicht vorhanden ist. Dann können zwei Elementarsätze einander ~~[illegible]~~ widersprechen!

Wie ist es möglich daß $f(a)$ und $f(b)$ einander widersprechen, wie es doch der Fall zu sein scheint? Z. B. wenn ich sage: „hier ist rot“ und „hier ist grün“.

um eine Bedingung sein, die die Wahl ad inf. reguliert.

*

0·465	0·4648	0·46473
−0·464	−0·4647	−0·46472 → etc. ad inf.
0·001	0·0001	0·00001

Die Differenz kann unbegrenzt kleiner werden.

* Muß nicht ein Näherungswert ein Näherungswert von etwas sein?

* Ich könnte so fragen: Angenommen ich wüßte nichts von der Existenz irrationaler Gesetze & nichts von Punkten; könnte mir dann eine Notation „3·14159 ....“ einen Begriff der Irrationalzahl geben?

* Was würde ich dieser Notation ansehen? Vor allem daß sie unbegrenzt ist, das heißt aber nichts anderes als daß es unendlich viele (endliche) Dezimalbrüche gibt. Ferner daß wenn mir eine Zahl 3·141592 gegeben ist 3·14159 ihr näher kommt als 3·1415.

* Das Wesentliche der Irrationalzahl gibt sie mir nicht.

Es hängt das mit der Idee der vollständigen Beschreibung zusammen:
Der Fleck ist grün ~~scheint~~ beschreibt den Fleck vollständig und es ist für eine andere Farbe kein Platz mehr.

Es hilft auch nichts daß rot & grün in der Zeitdimension gleichsam aneinander vorbei können, denn wie, wenn ich sage, daß während eines gewissen Zeitraums ein Fleck rot & ~~grün~~ daß er grün ist?
(Merkwürdigerweise habe ich dann immer das Gefühl daß der scharf ist)

Wenn ich z.B. sage ein Fleck ist zugleich hellrot & dunkelrot so denke ich dabei daß der eine ~~Farbe~~ Ton den anderen deckt.
Hat es aber dann noch einen Sinn zu sagen der Fleck habe den unsichtbaren, verdeckten, Farbton?
Hat es gar einen Sinn zu sage eine vollkommen schwarze Fläche sei weiß man sähe nur das weiß nicht weil es vom schwarz gedeckt sei?

[Die Funktion die die Irrzahl bestimmt könnte man irrational nennen]

Wenn man nach Dedekind die Rationalzahlen in zwei Klassen teilt, wie kann man denn das wirklich machen ohne ein Gesetz. Man kann doch nicht die Rationalzahlen jeder Seite aufzählen. Geometrisch geht es freilich leicht.

Es muss eine Notation geben die alle für die Arithmetik wesentlichen Eigenschaften der geometrischen Notation hat & nicht ihre unwesentlichen.

Liegt nicht alles daran daß man glaubt in der kontinuierlichen Fläche eine unendliche Menge von Punkten vor sich zu haben? Während man nur die unendliche Möglichkeit der Lagen von Punkten hat.

(Aber jetzt stürmen 100 Fragen auf mich ein!)

Und warum deckt das schwarz das weiß und nicht ~~das~~ weiß das schwarz? Und warum deckt nicht das helle rot das dunkle rot? Etc.
Wenn ein Fleck eine sichtbare & eine unsichtbare Farbe hat, so hat er diese Farben jedenfalls in ganz verschiedenem Sinne.

Wenn $\varphi(r)$ und $\varphi(g)$ einander widersprechen so liegt das daran daß r & g das φ vollständig ausfüllen und nicht beide darin sein können. Das aber zeigt sich in unseren ~~[illegible]~~ Zeichen nicht.
Es muß sich aber zeigen wenn wir nicht das Zeichen sondern das Symbol betrachten. Denn da dieses die Form der Gegenstände ~~umfaßt~~ einbegreift, so muß sich dort, in dieser Form, die Unmöglichkeit von $\varphi r \cdot \varphi g$ zeigen.

Und doch muß sich dieser Widerspruch ganz im Symbolismus zeigen lassen denn wenn ich von einem Fleck sage daß er grün & rot ist so ist er ja eines dieser beiden sicher nicht

*Wenn der Punkt eine Extension bestimmt, dann ist diese Extension auch ohne den Punkt da. D.h. der Punkt wäre nur eine Methode für uns um die Extension zu erhalten (wie ein Vehikel das uns ihr entlang führt).

*Einerseits fühle ich daß die Folge der rationalen Zahlen die dem Punkt entspricht auch vorhanden sein muß, wenn ich sie nicht ausdrücklich bilde. Anderseits kann ich nicht verstehen wie eine Extension auf eine Art gegeben sein kann die ihr nicht wesentlich ist, so daß sie auch losgelöst von dieser Art des Gegebenseins Sinn hat.

*Was da ist, ist aber nur der Punkt. Und der ist eine Methode zur unendlichen Erzeugung einer Extension; die fertige unendliche Extension ist nie da denn sie ist ein Unding. Der Punkt gibt unendlich viele –endliche– Extensionen. Aber nicht eine unendliche Extension.

Das Unendliche ist ein Pfeil nicht eine Strecke!

+ der Widerspruch muß ungefähr in den beiden Sätzen liegen.

Man ~~könnte~~ nun sagen zuerst: Man müßte es den Sätzen ansehen wenn sie einander widersprechen denn ich muß ihnen ihren Sinn ansehen – den ich ja aus ihnen entnehmen ~~muß~~ soll. Dann: aber kann es nicht an der speziellen Bedeutung ~~des~~ eines Zeichens liegen, denn die Bedeutung der Zeichen gehört ja mit zum bloßen Tatbestands des Satzes (welcher die Wahr- oder Falschheit bekommt ist). – Aber den Gegenstand – die Bedeutung – kann ich ja in Wirklichkeit nicht an eine Stelle probieren – in die er vielleicht nicht paßt. Ich muß es ihm ansehen daß er dort nicht ~~hingeht~~ hinpaßt.

Ich muß es dem Grün ansehen daß es nicht sein kann wo das Rot ist. (Oder vielmehr ich muß es beiden ansehen daß sie nicht an den gleichen Ort gehen, oder gingen)

| Daß zwei Farben nicht ~~an den gleichen~~

* Könnte man sagen: Jeder Dezimalbruch 0·abc… ist eine Allgemeinheitsbezeichnung für „ein bestimmter Punkt zwischen 0·abc und 0·ab(c+1)" (denn ich mag beliebig näher kommen den ich aber nicht bezeichnen kann). „0·abc*…" bedeutet ein Punkt im Intervall 0·abc – 0·ab(c+1)". Aber was bedeutet hier das Wort Punkt? – Nur das würde mir helfen wenn die irrationale Zahl das Intervall selbst wäre. Aber das ist es nicht denn sonst wären zwei irrat. Z. einander im strengen Sinne gleich wenn sie ~~dasselbe Intervall bilden~~ in ihrem Laufe das gleiche Intervall bestimmen.

/ Kann man den Prozess der Dissektion nicht irgendwie in einem beweglichen Maßstab darstellen so daß der Prozess an den unendlichen Raum & nicht an eine Strecke gebunden ist?
Das kommt darauf hinaus die Strecke immer wieder mit einem stärkeren Vergrößerungsglas anzuschauen um sie noch weiter messen zu können; & das ist natürlich möglich.

zu gleicher Zeit an den gleichen Ort gehen was in ihrer ~~Form~~ Form & der Form des Raumes liegen.

Aber die Symbole enthalten ja die Form der Farbe & des Raumes und wenn etwa ein Buchstabe einmal eine Farbe, ein andermal einen ~~W~~ ~~F~~ ~~Ro~~ Punkt bezeichnet so ist er beidemale ein anderes Symbol & das zeigt sich darin daß andere Regeln der Syntax für ihn gelten.

ag und ar widersprechen einander obwohl – oder vielmehr weil – beide Sätze in sich Sinn haben. Und es kann nur ag . ar sein was unmöglich ist.

ag	ar	
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

← Die erste Reihe ist nun unmöglich weil „ag" & „ar" nicht zusammen wahr sein können

Ist aber nun „ag . ~ ar" eine Tautologie, [illegible] wir müßten „ag" oder so schreiben:

* Wie ist es mit Vorschriften die sich auf die Totalität von Zahlen beziehen? Kann ich sagen, das thun sie nur scheinbar; tatsächlich beziehen sie sich nur auf die Gesamtheit der rationalen Zahlen?

* Der Begriff max fx könnte eine illegitime Beschreibung sein nicht eine von der Art einer Gleichung die erlaubt ist.

/ Die Theorie der Aggregate sucht das Unendliche auf eine allgemeinere Art zu fassen als die Theorie der Vorschriften etc. Sie sagt dass das wirkliche Unendliche mit dem arithmetischen Symbolismus überhaupt nicht zu fassen ist & dass es also nur beschrieben & nicht erfasst werden kann. Die Beschreibung würde es etwa so erfassen wie man eine Menge Dinge die man nicht alle in den Händen halten kann in einer Kiste verpackt trägt. Sie sind dann unsichtbar & doch wissen wir dass wir sie tragen (sozusagen indirekt). Die Theorie der Aggregate kauft gleichsam die Katze im Sack. Soll sich's das Unendliche in dieser Kiste einrichten wie es will.

ag	ar	
~~W~~	W	F
W	F	W
F	W	F
F	F	F

~~[illegible]~~ aber $ag \supset \sim ar$ ~~[illegible]~~ :

ag	ar	
W	W	F
W	F	W
F	W	W
F	F	W

dieser Satz wird also durch den Wegfall der ersten Zeile zur Tautologie

/ Das besagt natürlich nicht dass das Folgern nun nicht nur formell sondern auch materiell geschehen könnte. — Sinn folgt aus Sinn und daher Form aus Form.

× Wie soll es symbolisiert werden daß zwei Argumente einer Funktion einander ausschließen? Hier scheint etwas im Symbolismus für „und" zu fehlen.

/ Rot & Grün <u>gehen</u> nicht zusammen an denselben Ort, besagt nicht sie sind tatsächlich nie beisammen sondern man kann es auch nicht einmal sagen, daß sie beisammen sind, also auch nicht, daß sie nie beisammen sind.

/ Darauf beruht auch die Idee dass man ~~Fo~~ logische Formen mit der Sprache beschreiben kann. ~~Es ist Stück~~ In so einer Beschreibung werden die Strukturen & etwa zuordnende Relationen etc in verpacktem Zustand ~~präsentiert~~ vorgeführt & so sieht es allerdings aus als könnte man von einer Struktur reden ohne sie in dem Satz selber wiederzugeben. Derart verpackte also ~~sind~~ ihrer Struktur nach unkenntliche Begriffe dürfen wir allerdings verwenden aber sie ~~setzen~~ haben ihre Bedeutung immer über Definitionen ~~voraus~~ die eben die Begriffe solchermaßen ~~verpacken~~ einpacken & gehen wir nun rückwärts durch diese Definitionen so werden die Begriffe wieder ausgepackt & sind so in ihrer Struktur vorhanden.

/ So macht es Russell mit R_*, er wickelt den Begriff ein so dass seine Form verschwindet.

/ Der Sinn dieser Methode ist alles amorph zu machen und so zu behandeln.

Das würde aber heißen daß ich zwei gewisse Sätze zwar anschreiben darf, aber nicht ihr logisches Produkt.

Man könnte zwar sagen: ich darf das logische Produkt wohl anschreiben aber es ist eine Contradiction. Aber das heißt nichts. Wenn p & q einander ausschließen und ich schreibe

„

p	q	
~~W~~	~~W~~	~~W~~
W	F	F
F	W	F
F	F	F

" so muß ich die erste Reihe einfach durchstreichen, d.h. als unmöglich betrachten. Ich will sagen: ich muß die ganze obere Reihe durchstreichen und nicht nur das W in der rechten Kolonne.

Man kann aber auch so sagen: Wenn ich das Produkt zweier Sätze bilden kann, so können sie nicht die Form haben „a ist rot" und „a ist grün".

D.h. wenn die Bedeutung von „." gewahrt bleibt so hindert das den Eintritt dieser beiden Sätze als Argumente.

/ kann man sagen: die Extension eines Gesetzes ist die gleiche wie die eines anderen oder verschieden von ihr? Nein! Man kann sagen das eine Gesetz liefert in einem bestimmten Bereich andere Resultate als das andere. Und man kann natürlich sagen das eine Gesetz ist verschieden von dem anderen. Man kann dann auch ~~sagen~~ ~~dieses Gesetz liefere~~ von einem Gesetz reden das nur Dualbrüche liefert wenn damit eine – interne – Eigenschaft dieses Gesetzes gegeben wird.

/ Ich glaube es kann nicht Vorschriften verschiedener Type geben. Bei allen kommt es nur darauf an daß sie Vorschriften sind. Und ihre Resultate sind jedenfalls alle von der gleichen Type.

/ Wir können so zu sagen alles über die Type vergessen wenn die Vorschrift nur verständlich ist.

/ Es ist schon möglich daß ich bei der Bestimmung des eines Maximums auf eine neue Vorschrift stoße, aber diese

* Entweder das „und" oder die Sätze!

* Ich kann die Sätze schon im Produkt ausbreiten aber dann sagen sie etwas anderes (oder nichts, wenn man den Zeichen keine Bedeutung gegeben hat)

/ Die beiden Sätze collidieren im Gegenstand.

/ Zu dem Obigen kann ich auch sagen: ich muß dann die ganze oberste Linie ausstreichen weil nicht nur das rechte W sondern auch das Paar unter p.q unmöglich ist. Habe ich z.B. die Form

p	q	
W	W	F
W	F	W
F	W	W
F	F	W

q so muß ich dennoch die obere Linie streichen

/ Wenn aber schon p.q unsinnig sein soll, hat es denn auch keinen Sinn „p ∨ q" zu sagen?

Es scheint doch offenbar Sinn zu haben zu sagen „a ist entweder grün oder rot". Und das wäre:

hat nichts Wesentliches mit der Bestimmung des Maximums zu tun. Sie bezieht sich nicht ausdrücklich auf eine Gesamtheit von reellen Zahlen.

Es würde alles auf eine Revision des Allgemeinheitsbegriffes im Gebiete der Zahlen weisen.

/ Es scheint jetzt daß die Allgemeinheitsbezeichnung für Zahlen keinen Sinn hat. Ich meine: Man kann nicht sagen (n) fn, weil eben alle natürlichen Zahlen kein begrenzter Begriff ist. Dann darf man aber auch nicht sagen daß aus einer Aussage über das Wesen der Zahl eine allgemeine Aussage folgt.

/ Dann aber scheint es mir als könne man die Allgemeinheits~~bezeichnung~~ – alle etc. – in der Mathematik überhaupt nicht ~~an~~ ~~an~~ verwenden. Alle Zahlen gibt es nicht eben weil unendlich viele da sind. Und weil es sich hier nicht um das amorphe „alle" handelt wie im Satz „alle Äpfel sind reif" wo die Menge durch eine andere Beschreibung gegeben ist sondern um die Gesamtheit

p	q	
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

Ist aber „p ∨ q" nicht unsinnig, so kann auch „p . q" nicht unsinnig sein:

Der Satz p . q ist nicht Unsinn weil ja nicht <u>alle</u> Wahrheitsmöglichkeiten wegfallen, wenn sie auch alle abgewiesen werden. Man kann aber sagen daß hier das „und" eine andere Bedeutung hat, denn „im allgemeinen bedeutet ξ . η"

ξ	η	
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

dagegen hier:

ξ	η	
W	F	F
F	W	F
F	F	F

Und analoges gilt für p ∨ q etc.

φa | φb	
$\varphi\binom{a}{b}$	
$\varphi\binom{a}{\xi}$	
$\varphi\binom{\xi}{b}$	
$\varphi\binom{\xi}{\xi}$	

φa | φb	
φa	
φb	
φξ	

von Strukturen die eben als solche gegeben werden müssen.

/ Es gibt sozusagen die Logik nichts an wieviel Äpfel vorhanden sind wenn von allen Äpfeln die geredet wird. Dagegen ist es anders bei den Zahlen für die sie einzeln verantwortlich ist.

X Die Allgemeinheit der Mathematik ist immer nur die des variablen Satzes.

/ 

Hier scheint ein wesentliches „es gibt"
variable
vorzuliegen.

Oder kann man sagen: Die Kurve schneidet die Gerade in einem variablen Punkt?

Es heißt nicht „unter allen Punkten gibt es nur einen worin die Gerade schneidet", sondern es ist nur von Einem Punkt die Rede.

Sozusagen von einem der die Gerade entlang läuft, aber nicht von einem unter allen Punkten der Geraden.

Gibt es für alle Sätze die ich logisch verbinden kann einen <u>Raum</u> in dem sie „zusammengehen, oder nicht"? Wenn ich z. <u>B.</u> sage, ich sehe rot & höre einen Laut so gehen diese <u>Beiden</u> in der <u>Zeit</u> mit einander zusammen. Sie ordnen sich in der Zeit, ich meine, sie legen sich in der Zeit nebeneinander. D. h. sie liegen beide in der Zeit & stören einander nicht

* Es ist dann fast als lägen die Sinne mancher Sätze so weit im logischen Raum entfernt daß sie einander nicht stören können, während andere auf denselben Platz Anspruch erheben.

/ Wenn ich ein gelbliches Rot sehe so sehe ich ~~[illegible]~~ darin nicht das Gelb welches ich sehe wenn ich reines Gelb sehe. Wenn ich sagen kann ich sehe in diesem Rot ein Gelb so hat hier das Wort Gelb eine andere Bedeutung als wenn ich sage, ich sehe gelb. Ich kann offenbar nicht gelb & rot zur gleichen Zeit an ~~gleich~~ <u>einem</u> Ort in der Weise sehen wie ich sie an

/(Die Gerade <u>besteht</u> nicht aus Punkten)

× Und wie ist die Collision dieses „es gibt" ~~nicht~~ & der variablen Allgemeinheit?

× Denn „für alle n gilt dem Wesen der Zahl nach" muß ein „es gibt <u>wesentlich</u> ein ..." entsprechen.

× Gibt es also zwei verschiedene Bedeutungen des Wortes „alle"? Eines das die Gesamtheit der Gegenstände einer Form bedeutet & eines das die Form selbst bedeutet?

× Gewiss entstehen die hauptsächlichsten Fehler in der Begründung der Mathematik dadurch daß man ihre Sätze als Sätze behandelt & deren logische Bestandteile mit denen eigentlicher Sätze verwechselt.

× Was heißt es: „Fx gilt für <u>alle</u> Zahlen <u>ihrem Wesen nach</u>"? Das ist ein Pleonasmus. Wenn man von <u>allen</u> Zahlen etwas aussagt so vergißt man dabei – sozusagen absichtlich – daß, was wir sagen, allgemein zu beweisen ist!

verschiedenen Orten sehe.

/ Der gelbliche Strich ist nicht die Farbe Gelb

× Könnte man also alle Farbtöne aus ~~[illegible]~~ „Farbstrichen" als dem Ursprünglichen zusammensetzen?

/ Ich kann Gelb & rot nicht eigentlich mischen. d.h. nicht wirklich zugleich sehen. Denn wenn ich hier gelb sehen will so muss das Rot von diesem Platz weg, und umgekehrt.

/ Es ist wie gesagt klar dass der Satz dass eine Farbe 5 Striche gelb enthält nicht ~~bedeuten~~ sagen kann sie enthält den Strich No 1 & sie enthält den Strich No 2 etc. sondern die Addition der Striche muss innerhalb des Elementarsatzes erfolgen. Wie aber wenn diese Striche Gegenstände sind die sich in gewisser Weise aneinander reihen wie Glieder einer Kette und im Elementarsatz vorkommen ~~[illegible]~~ ist nun von 5 solchen Gliedern die Rede, in einem anderen Satz von dreien.

Wohl, aber diese beiden Sätze müssen

* Man tut so als brauche man noch die allgemeine Behauptung, als handle es sich um eine empirische Tatsache.

* Es ist nicht möglich daß eine Extension einer Intension logisch äquivalent ~~sein~~ ist soll.

Es kann nur eines geben.

* Wenn „$(x).\varphi x$" sagt „es ist allgemein bewiesen daß $\varphi\xi$" dann sagt „$\sim(x)\varphi x$" nicht „es ist bewiesen daß $\varphi\xi$ für einen Wert von ξ falsch ist."

* Ist es aber richtig daß „$(x)\varphi x$" sagt „es ist allgemein $\varphi\xi$ bewiesen"?

* Sagt „$2 \times 2 = 4$" daß $2 \times 2 = 4$ bewiesen ist?

* Die Frage ist: kann jeder Satz der Mathematik als sein eigener Beweis gelten? Das heißt: Ist der mathematische Beweis eines mathematischen Satzes nichts anderes als eine Analyse des Satzes?

/ Man kann sich eine Notation denken, in der einander ausschließen ohne doch zerlegbar zu sein. Müssen ~~sich~~ denn aber $\varphi(5)$ ~~und~~ $\varphi(6)$ einander ausschließen. Kann ich nicht sagen $\varphi(n)$ heißt nicht die Farbe enthält nur n Striche sondern sie enthält auch n Striche? Sie enthält nur n Striche würde durch den Satz $\varphi(n) . \sim\varphi(n+1)$ ausgedrückt. Aber auch dann sind die Elementarsätze von einander abhängig weil aus $\varphi(n)$ doch jedenfalls $\varphi(n-1)$ folgt. ~~und~~ ~~$\varphi(4)$~~ und $\varphi(5) \sim\varphi(4)$ widerspricht.

Der Satz der einen bestimmten Grad einer Eigenschaft behauptet widerspricht in der ersten Auffassung (nur) jeder anderen Angabe des Grades, und folgt ~~nicht~~ in der anderen Auffassung (auch) aus der Angabe jedes höheren Grades.

/ Auch ~~eine~~ Auffassung ~~mit einem Produkt~~ die sich eines Produktes $aRx . xRy . yRb$ bedient genügt nicht denn ich muss die Dinge x, y, etc unterscheiden können sonst ergeben sie keine Distanz.

/ Wenn sich zwei Elementarsätze ausschließen so zeigt sich das darin daß sie im jeder Satz als Resultat gewisser Operationen & Übergänge – auf der Basis bestimmter „Axiome" dargestellt wird. (Etwa analog der Darstellung einer chemischen Verbindung durch den chemischen Namen „Trimethylamido... etc etc.)

/ ~~Da~~ ~~was~~ Aus den Anweisungen die Russell & Whitehead den Sätzen der Principia Math. voraussetzen ließe sich durch einige Modifikationen eine solche Notation herstellen.

Wichtiger d.

#/ Der mathematische Satz verhält sich dann zu seinem Beweis wie die ~~eine~~ obere Fläche eines Körpers zu diesem selbst. Man könnte vom Beweiskörper des Satzes sprechen.

/ Nur unter der Voraussetzung daß ein Körper hinter der Fläche ~~steht~~ ist hat der Satz für uns Bedeutung.

/ Man sagt auch: der mathematische Satz ist (nur) das letzte Glied einer Beweiskette.

Produkt nicht ihre ursprünglichen Formen an-
nehmen können.
(Die Logik sorgt natürlich auch hier für sich
selbst)

1 Eine Mischfarbe oder besser eine Zwischenfar-
be von blau & rot ist dies durch eine
interne Relation zu den Strukturen von Rot
& Blau aber diese interne Relation ist
elementar. d.h. sie besteht nicht
darin daß der Satz a ist blaurot ein logisches
Product von a ist blau & a ist rot dar-
stellt.

* Wenn das so ist so sagt der Satz „
a hat eine Farbe mit bläulichem Stich"
„Es gibt ein bläuliches-ξ welches die Farbe von a
ist", d.h. bläuliches-ξ ist dann die variable
Farbe mit bläulichem Stich.

Ist es aber dann nicht merkwürdig daß
wir die Nähe einer Farbe zu einer anderen
sehen können. – Ich sehe daß dieses Braun
fast gelb ist.
Ich würde sagen dieses bläuliche Rot
kriegt man wenn man reines Rot nimmt

~~[illegible]~~

/ Ein allgemeiner mathematischer Satz der nichts über das Wesen der Zahl aussagt – & sich daher auch nicht beweisen läßt – ist ein Unding

* Gewiß $(\exists n)\varphi n$ ist wesentlich verschieden von $(\exists x) fx$. Der Unterschied ist daß $(\exists x)$… amorph ist während $(\exists n)$… eine Struktur hat.

* Wahrheit & Falschheit mathematischer Sätze beziehen sich immer auf Richtigkeit & Unrichtigkeit von Gleichungen.

* Etwa die Behauptung es gibt nach n keine Primzahl entspricht einer falschen Gleichung.

/ Sagen die Intuitionisten nicht einfach daß das Gegenteil des Satzes „der Beweis von A ist möglich" nicht lautet „der Beweis von ~A ist möglich" sondern „der Beweis von A ist nicht möglich"?

/ Bedeutet der Satz „$(n) Fn$" „Es liegt im Wesen der Zahl n daß Fn" dann ist sein und ganz wenig Blau dazu mischt.

Und dieses „ganz wenig" und „fast" muß sich in der ~~Satz~~ Satzform ausdrücken.

Angenommen für den Augenblick daß jeder Farbton sich als Mischfarbe von vier Farben herstellen ließe so könnte man die Beschreibung eines Fleckes P etwa durch einen Satz σ(n bl, m r, o gb, p gr) geben wo n, m, o, p Zahlen wären die irgendwie das Mischungsverhältnis der Farben angäben. Aber dieser Satz wäre nicht zerlegbar in σ(n bl) . σ(m r) etc sondern reines blau müßte dann etwa dargestellt werden durch σ(n bl, 0 r, 0 gb, 0 gr)

~~Aus dem~~ Daraus daß a blaurot ist folgt ja wirklich nicht daß a blau ist, sondern das Gegenteil.

Man könnte sagen die Farben haben zu einander eine elementare Verwandtschaft.

Es ist mir klar daß diese Verwandtschaft nur mittelst der Zahlen ~~im Elementarsatz~~ in der Elementarform darzustellen ist. (?)

Das „Mult. ax" bei Russell hat seinen Ursprung

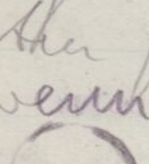
Gegenteil nicht. Es liegt im Wesen der Zahl daß „~Fa" sondern. Es liegt nicht im Wesen der Zahl daß „Fa".

× Wie beweise ich einen Satz „(x).φx"? Durch einen variablen Beweis. Aus dem variablen Satz φx schließe ich erst auf (x).φx. – Wie beweise ich ~(x).φx? Durch Angabe eines Falles ~φa. Daraus schließe ich erst ~(x).φx.

Nun scheinen die letzten Sätze eine vollständige Disjunktion zu geben, aber nicht die, die eigentlich bewiesen sind.

× Das „es gibt" der Mathematik bezieht sich nicht auf alle sondern wieder auf die Form. (Es gibt eine Lösung der Gleichung $x^2 + 5x + 7 = 0$)

/ Die Beschreibung der Phänomene mittels der Hypothese der Körperwelt ist unumgänglich durch ihre Einfachheit ~~im Vergleich~~ verglichen mit der unfassbar komplizierten phänomenologischen Beschreibung. Wenn ich verschiedene zerstreute Stücke



einer Kreislinie sehe, so ist ihre

darin daß von den konstruierten Klassen der Arithmetik wie von Umfängen realer Begriffe spricht. Die Existenz einer Konstruktion kann nie zweifelhaft sein. Hier zeigt sich ~~wieder das~~ klar das Verwirrende. weil irreführende der üblichen Ausdrucksweise in der Mengenlehre. ~~Freilich~~ Wenn ich eine Konstruktion immer zu beschreiben scheine statt sie zu geben so können Zweifel auftreten ob es eine Konstruktion gibt die einer bestimmten Beschreibung genügt.

Worin liegt der Unterschied zwischen der Zahlangabe über den Umfang eines Begriffs und der Zahlangabe über den Umfang ~~die Werte~~ einer Variablen? Die erste ist ein Satz die zweite ~~nicht~~ keiner. Denn die Zahlangabe über eine Variable kann ich aus dieser selbst ableiten. (Sie muss sich zeigen) Kann ich aber nicht eine Variable dadurch geben daß ich sage ihre Werte sollen alle Gegenstände sein die eine bestimmte – materielle – Funktion befriedigen? Dann ist die Variable keine Form! Und dann hängt der Sinn eines Satzes davon ab (genaue direkte Beschreibung vielleicht unmöglich aber die Angabe daß es die Strahlen eines Kreises sind & den ich aus nicht weiter untersuchten Gründen nicht ganz sehe – ist einfach.

/ Diese Beschreibung führt irgend einen Parameter ein dessen Untersuchung wir ~~vernachlässigen~~ unterlassen für unsere Zwecke dürfen.

* Wie lautet der Satz? $25 \times 25 = 625$ oder $\begin{array}{r} \underline{25 \times 25} \\ 50 \\ \underline{125} \\ 625 \end{array}$?
Der eine scheint zu sagen, was der andere zeigt. Was kommt heraus wenn wir jeden verneinen. Im ersten Falle ist das nichts besonderes. Im zweiten könnte es nur heißen „hier ist irgendwo ein Rechenfehler"! Oder kann ich die zweite Form in ein logisches Produkt von Gleichungen auflösen, so daß die Verneinung des Ganzen die Verneinung dieses logischen Produktes – oder einzelner seiner Bestandteile – wäre?
Wie ist es denn mit $2 \times 3 = 6$? Kann das auf verschiedene Arten hingeschrieben werden? Etwa $\begin{matrix} ||| \\ ||| \end{matrix} = ||||||$?
Wie ist es mit $6 = 6$ & $\sim(6 = 6)$?

*

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \quad a = b \\ \text{II} \quad b = c \end{array}\right\} a = c$ Wenn hier I & II die Prämissen ob ein anderer wahr oder falsch ist.

' Die Zahlangabe über eine Variable besteht in ~~einer~~ Transformation der Variablen, die die Anzahl ihrer Werte sichtbar macht.

* Hat es einen Sinn eine Variable so zu bestimmen daß sie nur _einen_ Wert annehmen darf & dieser Wert irgend eine Zahl sein kann?

* Eine unendliche Extension kann nur durch eine Variable gegeben werden

* Denken wir uns ein Experiment in dem auf einer photographischen Platte Lichtpunkte erscheinen. Das Gesetz ihres Eintreffens wollen wir bestimmen und nun ergibt es sich daß ihre Distanzen der Reihe der Primzahlen entsprechen.

* Wie wird der Satz 2+2=4 wirklich gebraucht? Wo kommt denn „2+2" vor daß man es durch „4" ersetzen will?

sind, lautet dann das Resultat $a = c$ oder $a = b = c$?

* „Alle dem Wesen nach" das ist was die reale Variable ausdrückt & das Einzige was man in der Mathematik brauchen kann.
Richtiger: „Dem Wesen nach Alle" und das Gegenteil davon ist nicht „Nicht dem Wesen nach alle" sondern „Dem Wesen nach nicht alle".

/ Ist die Variable dieselbe in den Gleichungen $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ und $x^2+3x+2=0$? Und wie ist es mit $x^2+ax+b=0$? oder $x^2+xy+z=0$?

/ $\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}^2 + 3\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}+2=0$ Die Gleichung ist eine Frage, aber kann man sie nicht auch auffassen als die Behauptung $(\exists n)\cdot(n^2+3n+2=0)$?

∨/ Was heißt „es gibt wesentlich" anders als „es läßt sich konstruieren"?

* Mir scheint immer wieder: die Allgemeinheitsbezeichnung in der Arithmetik setzt nur fort was 0 mit dem Gleichheitszeichen

* [In der logischen Theorie der Farbe kann es gut sein, sich an den Unterschied zu erinnern von $2 + 2 = 4$ und
$$\varphi a \cdot \varphi a = \varphi a$$ (Frege)]

* Gibt es denn wirklich ein Stadium wo ich weiß daß ich 2 + 2 Äpfel habe noch ehe ich die Ersetzung von „2 + 2" durch „4" vollzogen habe?

$$(\exists 3)\varphi(\ ), \quad (\exists 4)\psi(\ )$$
$$(\exists 3+4)\ \varphi(\ ) \vee \psi(\ )$$

* Man könnte sagen: Das muß man nur erst ausrechnen wieviel 3 + 4 ist.

(Denken wir uns zwei Ebenen, auf der Ebene I seien Figuren, die wir auf die Ebene II durch irgend welche Projektionsmethoden abbilden wollen. Wir haben dann die Möglichkeit eine Projektionsmethode (etwa die der orthogonalen Projektion) festzulegen & ~~& d~~ dann die ~~Abbildungen~~ Bilder auf der 2. Ebene dieser Methode der Abb angefangen ist. So wie die Gleichung $5 \times 12 = 60$ zu sagen scheint was sich in den Ausdrücken rechts & links *zeigt* – wenn man sie versteht – so scheint $(x) \cdot \underline{x}^2 = x \cdot x$ allgemein zu behaupten was sich im Ausdruck $x^2 = x \cdot x$ allgemein zeigt.

* Es ist aber auch so: $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ist eine *komplette* & richtige Gleichung. $x^2 + 3x + 2 = 0$ dagegen ist es nicht. Es ist nicht *wesentlich richtig* wie das obere.

/ $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ist in demselben Sinne richtig wie $2 \times 2 = 4$

Und $2 + n = 1$ (wo n eine Cardinalzahl ist) ebenso falsch wie $\underline{2+3=1}$ & $2 + n \neq 1$ richtig wie das obere.

* Man kann auch so sagen: $x^2 = x \cdot x$ ist richtig und $x^2 = x + x$ ist richtig aber in einem andern Sinne. Das ist es eben was man anzeigen will indem man schreibt $(x)\, x^2 = x \cdot x$ dagegen $(\exists x)\, x^2 = x + x$. Die beiden Gleichungen, besser das, prätendieren nicht das Gleiche.

* Und was sie prätendieren ist gerade was

bildung entsprechend zu deuten. Wir könnten aber auch einen ganz anderen Weg einschlagen; wir bestimmen etwa aus irgend welchen Gründen daß die Bilder in der 2. Ebene sämtlich Kreise sein sollen, was immer die Figuren in der 1. Ebene sein mögen. D.h. verschiedene Figuren der 1. Ebene werden durch verschiedene Projektionsmethode in die Ebene 2 abgebildet. Um dann die Kreise in II als Bilder zu verstehen, werde ich zu jedem Kreis sagen müssen welche Projektionsmethode zu ihm gehört. Die bloße Tatsache ~~daß~~ aber, daß sich eine ~~Form~~ Figur in II als Kreis darstellt wird noch gar nichts sagen. — So geht es mit der Wirklichkeit wenn wir sie in Subjekt-Prädikatsätze abbilden. Daß wir Subjekt-Prädikat-Sätze gebrauchen ist nur eine Angelegenheit unserer Zeichengebung. Die Subjekt-Prädikat-Form ist an sich noch ~~F~~ keine logische Form und

wir mit den Zeichen (∃...) u. a. anzeigen wollen.
Aber zu diesen Zeichen gehört doch auch das Gleichheitszeichen. „5 × 7 = 32" sagt „5 × 7 prätendiert gleich 32 zu sein". (mit Recht oder unrecht?)
$x^2+y^2+2xy=(x+y)^2$ prätendiert eine allgemeine Gleichung zu sein.

* Was bedeutet dann aber „$\sim(x)(x^2=2x)$"? Wir müssen uns erinnern daß hier das Zeichen „(x)." oder „(∃x)." immer etwas über die angebliche interne Relation zwischen den beiden Seiten der Gleichung aussagt!

*(Ist es so, [das dürfte] wie sich in der Arithmetik immer die Wahrheitsfunktion mit dem Gleichheitszeichen – der Copula – verbinden?)

* Es handelt sich hier eben um interne Allgemeinheit im Gegensatz zur externen der nicht arithmetischen Sprache.

/ Was einen an der bloß internen Allgemeinheit zweifelhaft macht ist die Tatsache daß sie durch das Vorkommen eines einzelnen Falles (also von etwas extensionalem) widerlegt sie ist Ausdrucksmittel ~~der~~ unzähligen grundverschiedenen logischen Formen wie die Kreise auf der Ebene II. Sätze ~~ist~~: „die Uhr ist rund", „der Mann ist groß", „der Fleck ist rot", „das Bild ist schön", haben in ihrer Form nichts Gemeinsames.

Wenn meine Theorie richtig ist, daß Gegenstände von der Mannigfaltigkeit der reellen Zahlen in Elementarsätzen vorkommen, so weist das auf eine allgemeinere Auffassung der Zahlen hin – als die ~~ist ist~~ Freges & Russells ~~Zahlen~~ – wie ich sie selbst schon habe. Ich sagte damals, daß die Zahl aus dem Begriff des Kalküls hervorgehe und daran ist gewiß etwas.

Eine Schwierigkeit der Frege'schen Theorie ist nämlich natürlich ~~daß~~ die Allgemeinheit der Worte „Begriff" & „Gegenstand". Denn da man Farben & Töne & Schwingungen & Gedanken & Gerichtsverhandlungen zählen kann so ist es schwer die alle unter einen Hut zu bringen.

* Begriff & Gegenstand, das ist aber Prädikat & Subjekt. Und wir haben gerade gesagt daß Subjekt-Prädikat nicht eine logische Form ist.

* Man ~~könnte~~ nun zuerst sagen daß sich jeder Satz als Subjekt-Prädikatsatz darstellen lassen muß, denn wenn ich einen unter seinen Gegenständen ~~darstelle~~ herausgreife so kann ich den das Subjekt nennen & alles übrige das Prädikat. (Das heißt ich kann ihn in der Art „f(x)" schreiben.)

* Aber selbst da würde für die Anwendung der Cardinalzahlen nichts erzielt (allgemein genug sein), denn ich kann ja eben Komplexe zählen (Kreuzungen etc)

* Das heißt allerdings nur daß es eben einen Subjekt-Prädikatsatz gibt in dem das Subjekt ~~ein~~ inhaltlich ein Komplex von Gegenständen ist.

werden kann.

Aber wie ist hier die Collision zwischen dem allgemeinen & dem speziellen Satz? Der besondere Fall widerlegt den allgemeinen Satz von innen heraus nicht auf externe Weise.

Er wendet sich gegen den internen Beweis des Satzes und widerlegt ihn nicht wie die Existenz eines einäugigen ~~ein~~ ~~[illegible]~~ Menschen den Satz „alle Menschen haben zwei Augen" widerlegt.

Gegen den Einwand: „Wenn ich die Zahlenreihe ~~[illegible]~~ durchlaufe so komme ich entweder einmal zu der Zahl von der gewünschten Eigenschaft oder nie" ist nur zu antworten dass es keinen Sinn hat zu sagen, man kommt *einmal* zu der Zahl und *ebensowenig*, man kommt *nie* dahin. Wohl ist es richtig zu sagen, die Zahl 101 ist jene ~~die~~ Zahl oder sie ist es nicht. Aber von *allen* Zahlen kann man nicht reden, weil es nicht *alle* Zahlen gibt.

X Die ganze Frage über die Allgemeinheit in der Mathematik kehrt wieder in der Frage:

*Es wäre dann etwa die Frage ob alle Subjekt ~~sein~~ werden kann oder doch nur bestimmte Formen. – Aber könnten wir nicht irgend welche Züge die Komplexe miteinander gemein haben zählen, zu Subjekten machen?

/ Kann also ein Subjekt-Prädikatsatz nicht allgemein so gebildet werden: Einen beliebigen Satz schreibe ich in der Form ~~„f(a)" indem~~ „F(A)" indem ich unter „F(ξ)" eine beliebige Variable verstehe die aus ihm gebildet werden kann, unter „φ(A)" diejenige andere Variable die die erste zum Satz „F(A)" ergänzt.

/ Und hier ist es ja angemessen die einzige Schreibweise aufzugeben & „FA" oder AB zu schreiben wo nun beide ~~Gegenstände~~ Zeichen gleichberechtigt sind.

Aber wie ist es: kann ich ebensowohl die Eigenschaften zählen die ein Gegenstand hat wie die Gegenstände die eine Eigenschaft haben?

* Wie verhält sich die Gleichung 5 × 6 = 30 zu ihrem Beweis.

/ Wie ist es dann aber mit einer richtigen – nicht amorphen – Erklärung des R_*? Hier brauche ich doch „(n) ...". In diesem Falle scheint dieser Ausdruck erlaubt zu sein. Ist er es also nur dort nicht wo wir es nicht mit gegenwärtigen Tatsachen sondern mit Gleichungen zu tun haben?

/ Schließlich sagt ja „$(\exists x)\,\varphi x$" auch „es gibt eine Anzahl von x die φx genügen" und doch darf der Ausdruck $(\exists x)\,\varphi x$ nicht die Gesamtheit der Zahlen voraussetzen.

/ Auch Ramseys Erklärung der Unendlichkeit ist aus ebendiesem Grunde unsinnig, denn „$(n):(\exists_n x).\varphi x$" würde die tatsächliche Unendlichkeit als gegeben voraussetzen & nicht blos die unbegrenzte Möglichkeit des Fortschreitens.

* Merkwürdigerweise scheint mir nun auch der allgemeine Begriff der ancestral relation unsinnig zu sein. Es scheint mir,

Es scheint da ein grosser Unterschied zu sein. Denn in das Prädikat können wir es scheint durch logische Multiplikation oder Addition alle beliebigen Sätze eintreten nicht aber in das Subjekt.

$f(a) . p$

Andererseits kann ich nicht ein Subjekt eben so allgemein gestalten wenn ich etwa Aussage von einem Vorgang oder von einer Tatsache? (Etwa: „Mich freut (die Tatsache dass, etc)")

* Eine Sprache die zum Teil aus gezeichneten Zeichen bestünde zum Teil aber daraus dass man diese Zeichen in bestimmter Art durch den Raum bewegen würde.

* Hat es einen Sinn zu sagen: „Ist an einem Ort zu einer Zeit nur eine Farbe"? Das ist offenbar eine Tautologie wenn man den Sinn von „und" entsprechend bestimmt; andernfalls ist es Unsinn.

* Ist die allgemeinste Situation die: Ich

als müsse das variable n immer zwischen zwei Grenzen eingeschlossen sein.

/ Aber ist es undenkbar, daß ich weiß, daß jemand mein Ahne ist aber gar keinen Begriff davon habe der wievielte, so daß die Zahl der Zwischenglieder unbeschränkt wäre?

* Auch ist es wieder, als wäre zwar ein „(∃n) … denkbar aber nicht das (n) … . Aber ganz so kann es auch nicht sein.

* Es ist nämlich so daß die Negation des (∃n) … bedeuten muß daß es keinen Gegenstand gibt, der die Bedingung erfüllt, aber nicht, daß es unter allen Zahlen keine gibt für die der Satz wahr ist.

* Wenn „(∃n) aRnRb" bedeutet daß es Verbindungsglieder zwischen a + b gibt, dann so muß „~(∃n) ~aRnRb" bedeuten „es gibt keine Dinge die nicht Zwischenglieder zwischen a + b sind". D.h. „alle Dinge sind Zwischenglieder" aber es heißt nicht: unendlich viele Dinge sind Zwischenglieder.

Habe eine Satzvariable + zähle die ~~Werte wahre Werte dieser Variablen~~ * Werte die sie zu einem wahren Satz machen oder mit anderen Worten ich zähle die wahren Werte der Variable.

* (Oder kommt darauf hinaus zu sagen: ich zähle, wenn die wahren Sätze eine bestimmte Form)

? Statt zu sagen „es gibt zwei ~~Dinge~~ Gegenstände die diese Eigenschaft haben" ~~müsste~~ sollte man eigentlich sagen „es gibt zwei die diese Eigenschaft besitzen". (Daß es Gegenstände sind ist selbstverständlich.)

* Ich kann sagen: Wo immer ich eine Satzvariable habe kann ich einen Subjekt-Prädikatsatz bilden. Wo ich aber ~~...~~ die Subjekt-Prädikat-Darstellung habe habe ich auch die [illegible] Fregeschen Form. So allgemein gebrauchen wir sie wirklich in unserer Sprache in der wir ~~Begriffe ...~~ ~~...~~ Prädikate, ~~...~~

Gegen den Ausdruck „es gibt n Zwischenglieder" kann man einwenden, daß es natürlich eine Anzahl (von ihnen Zwischenglieder)? gibt wenn es überhaupt welche gibt. D.h. der Ausdruck ist ebenso falsch wie etwa „$(\exists nx) \varphi x$" statt einfach „$(\exists x) \varphi x$".

Wenn man statt „$(\exists x) \varphi x$" „$(\exists nx) \varphi x$" schreiben dürfte so dürfte man statt „$\sim(\exists x) \sim \varphi x$" also statt „$(x) \varphi x$" schreiben „$(nx) \varphi x$" & das setzt voraus daß es unendlich viele Gegenstände gibt.

Es muß also das $(\exists nx)$ ... wenn es überhaupt Berechtigung hat, hier nicht bedeuten „es gibt eine unter allen Zahlen die ...".

D.h. Es darf sich nicht auf eine Extension aller Zahlen beziehen.

Wie ist es mit $(\exists n) . 6^n \mathrm{II}$?

~~[illegible]~~ Irgendwie ist es schon darum unsinnig zu sagen „$(\exists n)\, aRnRb$", weil n hier allen Charakter verliert da es jeder Individualität beraubt bilden, Begriffe, wie ich sie doch aufgegeben hatte!

* Wie ich seinerzeit meine Theorie der ~~An~~ $\aleph_0$ Zahlen ~~[illegible]~~ schrieb, stieß mich die Fregesche Theorie ab, weil sie so [illegible] speziell erschien. Dieser Fehler verschwindet wenn man den Subjekt-Prädikat-Satz in seiner vollen Allgemeinheit faßt.

* (Dennoch bleibt aber ein Unbehagen ~~das~~ das verschwinden würde wenn ich eine andere Theorie haben könnte die sich nicht des Subjekt-Prädikat-Begriffs bedienen würde.)

* Ich möchte gleichsam die Arithmetik gesondert von der Logik behandeln ~~&~~ & nur an einem Punkt andeuten wie die Arithmetik in der Logik anzuwenden ist.

* Es ist klar daß man, wenn man die Fregesche Theorie streng nimmt nicht sagen kann „a, b & c sind 3 Gegenstände". ~~[illegible]~~ Denn

ist.

× Es hat aber keinen Sinn hier den Begriff der Zahl zu erwähnen.

× Es sollte also etwa heißen „(∃x) aRxRb"; aber hier ~~ist~~ steht das x sozusagen im Plural, da, im Falle mehrere Glieder die Verbindung zwischen a & b herstellen, nicht jedes sie herstellt sondern nur alle zusammen.

× Aber muß man den Satz überhaupt in dieser Weise schreiben?

(∃K) aRKRb" K ist eine Klasse von Gegenständen in extenso.

/ Wie lautet aber der Satz „φ wird von ebensovielen Gegenständen befriedigt wie ψ"? Man würde meinen: „(∃n):(Enx) φx · (Enx) ψx".

/// Seltsamerweise könnte man diese Notation stehen lassen, wenn unter n nur alle Zahlen von 1 bis zur Anzahl aller Gegenstände verstanden werden.

Der Satz muß unsinnig werden, wenn

$(\exists xyz) . x = a, y = b . z = c$ ist ja eine Ausflucht. Man hätte aber etwa so ausdrücken können: wann immer a, b, c eine Funktion befriedigen, wird sie von 3 Gegenständen befriedigt, etwa:

$$\varphi a . \varphi b . \varphi c \supset_{\varphi} (\exists xyz) . \varphi x . \varphi y . \varphi z$$

* Ich glaube man muss die Arithmetik abseits von der Logik betreiben d.h. ich glaube wir dürfen uns nicht in der Arithmetik auf die Logik berufen.

Es ist nämlich klar dass wenn man einmal mit der Arithmetik angefangen hat, man sich den Teufel um Funktionen & Gegenstände schert & vorgeht als ob man von nichts wüsste. Ja auch wenn man sich entschlossen hat nur mit Extensionen zu arbeiten bleibt noch das sonderbare dass man auch auf die Form von Gegenständen keinerlei Rücksicht nimmt.

Was tun wir wenn wir zur Begründung der Arithmetik nur Funktionen von der ~~Form~~ Art
$x = a$, $x = a \vee x = b$, $x = a \vee x = b \vee x = c$, etc., $x = a . y = b$, $x = a . y = b . \vee . x = c . y = d$ etc.

n eine gewisse Grenze überschreitet, die aber nur durch den Sinn des x gegeben sein kann.

× Ich brauche sozusagen materielle Zahlen.

/ × Aber sorgt nicht der Ausdruck „(∃n):(E n x) etc" für sich selbst? Denn das „(∃n)" hat doch nur in Verbindung mit einer Allgemeinheitsbezeichnung wie „(E n x)" Sinn & diese Verbindung sorgt eben dafür, daß „(∃n)" nicht in einer unsinnigen Weise aufgefaßt wird.

× Das ganze Problem des Verständnisses der Allgemeinheits~~[illegible]~~bezeichnung in der Mathematik geht zurück auf das Verständnis der Gleichungen.

× Die allgemeine Gleichung ist nicht mehr & nicht weniger ein Urteil als die besondere (dies richtet sich gegen Weyl)
Die Allgemeinheitsbezeichnung in der Mathematik ~~ist~~ steht auf genau der gleichen Stufe wie das Gleichheitszeichen.

verwenden. Solche Funktion könnte man praktisch auch so schreiben:

$(abc)x$ u.s.w. bezw. $(ab, cd, ef)xy$

und dann abgekürzt

„φx" und „Rxy" wie eben „φ" für „(abc)" oder dergl. steht & „R" für „(ab, cd, ef)". Die Definition wäre dann die daß $(abc)x$ für die Argumente a, b, c Tautologie & für alle andern Contradiktion wird

/ Eine solche Funktion wäre dann ein Prüfstein mit dem man Sätze auf ihre Brauchbarkeit prüfen würde indem man in sie eine construierte Funktion ~~einführt~~ statt einer ~~[illegible]~~ wirklichen einsetzt & sieht ob t oder c herauskommt

* $(\exists x)\varphi x \cdot (\exists x)\psi x \cdot \sim(\exists x)\varphi x \cdot \psi x \supset_{\varphi\psi} (\exists x, y)\varphi x \cdot \psi y$

Ist das eine Anwendung von $1+1=2$?

Wenn ich hier statt „$(\exists xy)$" „$(\exists 2x)$" schreiben will so geht es nicht.

× Kann man $1+1=2$ als Lehrsatz oder auch als Definition der 2 auffassen?

* „x^2+y^2+2xy" kann man durch „$(x+y)^2$" ersetzen aber nicht „x^2+3x+2" durch „0".

* Das Problem ob jede Gleichung eine Wurzel hat kann man so auffassen: Angenommen daß man noch nicht den Begriff der komplexen Zahl hat, dann ist die Gleichung die keine reelle Wurzel hat falsch wie die Gleichung $2 \times 2 = 5$. Oder aber man erweitert den Begriff der Wurzel & gibt damit der Unbekannten und der Gleichung einen anderen Sinn in dem sie (nun) richtig ist. Vor der Einführung der negativen Zahlen ist die Gleichung $2 + x = 1$ falsch.

* Ist das aber richtig? Ist die Gleichung $x^2 = -1$ für ~~reelle Werte von x falsch~~ ein x das nur reelle Werte annimmt falsch oder unsinnig? Man könnte glauben die Gleichung wird z.B. für $x = 5$ unsinnig dagegen für $x = 5 + 0i$ falsch.

Welcher Fall wenn irgend einer wäre aber dann dem entgegengesetzt daß eine Gleichung wesentlich allgemein gilt.

Und was heißt „eine Gleichung ist unsinnig" Darf denn die Syntax keine Gleichung ausschließen

* D. h. ist das Gleichheitszeichen hier dasselbe wie in einer Definition?

* $p.q \overset{Def}{=} \sim(\sim p \vee \sim q)$ daraus muß doch z. B. folgen

$\sim(p.q) = \sim p \vee \sim q$ etc

/ Welche Beziehung besteht denn zwischen $\overset{Def}{=}$ und jenem Gleichheitszeichen das ~~als~~ Taut. & Contr. ergibt? Ist für ~~jenes~~ dieses Gleichheitszeichen „$p.q = \sim(\sim p \vee \sim q)$" eine Tautologie? Man könnte sagen: „$p.q = p.q$" ist Taut. & da man das eine Zeichen „$p.q$" hier der Definition entsprechend durch $\sim(\sim p . \sim q)$ ersetzen darf so ist auch der obere Ausdruck Taut..

/ Man dürfte also die Erklärung von ~~$\xi =$~~ $(\;) = (\;)$ nicht so schreiben: $\xi = \xi \overset{Def}{=}$ Taut.

$\xi = \eta \overset{Def}{=}$ Cont. sondern

man müßte sagen: Wenn & nur wenn „ξ" & „η" den Zeichenregeln zu Folge die gleiche Bedeutung haben dann ist „$\xi = \eta$" Taut.; wenn „ξ" & „η" den Zeichenregeln zu Folge nicht dieselbe Bedeutung haben dann ist „$\xi = \eta$" Cont..

Neue Zeile

/ Der Unterschied zwischen den beiden Gleichungen $x^2 = x \cdot x$ und $x^2 = 2x$ ist <u>nicht</u> einer der Extension ihrer <u>Richtigkeit</u>.

* Eine Gleichung ist analog einer Behauptung. Sie entspricht der Behauptung, daß ein Ausdruck durch einen anderen ersetzt werden kann ohne den Sinn des Satzes zu ändern worin er vorkommt.

* Hat es einen Sinn zu sagen $(\exists x)\, 2x = x + x$ vorausgesetzt daß ich die Schreibweise annehme: $(x)\, 2x = x + x$? Davon scheint etwas abzuhängen. Oder richtiger: Ist hier $(\exists x)\, \varphi x$ mit $(x)\, \varphi x$ vereinbar?

* In den Sätzen der Arithmetik (im Gegensatz zu den eigentlichen Sätzen) kann man wirklich „(x)" lesen „… ist notwendig" und „(∃x)" „… ist möglich".

* Es scheint doch daß die Allgemeinheitsbezeichnung in der Arithmetik etwas anderes bedeutet als im Fall wirklicher Sätze: aber wo macht sich der Unterschied bemerkbar?

* Es gibt bei mir natürlich keinen Übergang von

Es wird vielleicht zweckmäßig sein das erklärte Gleichheitszeichen anders zu schreiben etwa „$\xi \leftrightarrow \eta$" zum ~~Unterschied~~ Unterschied von „$\xi = \eta$" welches eine Zeichenregel darstellt & besagt daß wir ξ durch η ersetzen dürfen. Das nämlich kann ich aus $\xi \leftrightarrow \eta$ nicht ersehen sondern nur daraus daß $\xi \leftrightarrow \eta$ eine Tautologie ist aber auch das weiß ich ja nur wenn ich schon die Ersetzungsregeln kenne.

Daraus scheint hervorzugehen daß man das $\leftrightarrow$ in der Mathematik statt des $=$ __nicht__ brauchen kann.

$$(\exists x)\,\varphi x \overset{\text{Def}}{=} (\exists 1)_x\,\varphi(x)$$
$$(\exists x,y)\,\varphi x \cdot \varphi y \overset{\text{Def}}{=} (\exists 1+1)_x\,\varphi(x)$$
$$(\exists x,y,z)\,\varphi x \cdot \varphi y \cdot \varphi z \overset{\text{Def}}{=} (\exists 1+1+1)_x\,\varphi(x)$$

u.s.w.

ferners:

$$(\exists n)_x\,\varphi(x) \cdot \sim(\exists n+1)_x\,\varphi(x) \overset{\text{Def}}{=} \cancel{\varphi(n)}\ (n)_x\,\varphi x$$

Dann kann man z.B. schreiben:

$$\cancel{\varphi(3) \cdot \psi(4) \cdot \sim(\exists x)\,\varphi x \cdot \psi x \supset_{\varphi\psi} \varphi(3+4) \vee \psi(3+4)}$$

$$(3)_x\,\varphi x \cdot (4)_x\,\psi x \cdot \sim(\exists x)\,\varphi x \cdot \psi x \supset_{\varphi\psi} (3+4)_x\,\varphi x \vee \psi x$$

der Variablen zur ~~scheinbaren Variable~~ Allgemeinheitsbezeichnung, sondern diese zeigt nur wie die Variable gemeint ist und muß sie also immer begleiten.

Wenn man sagt (wie Brouwer), daß es im Falle $(x)\ f_1x = f_2x$ außer dem ja & nein noch den Fall der Unentscheidbarkeit gibt, so heißt das, daß „(x)…" extensiv gemeint ist & man von dem Falle reden kann, wenn alle x ~~die~~ eine Eigenschaft zufälligerweise besitzen. In Wahrheit aber läßt sich von diesem Falle überhaupt nicht reden & das „(x)" in der Arithmetik sich nicht extensiv auffassen.

* Wenn man einen Satz der Mathematik eine Anweisung auf einen Beweis nennt, dann ist natürlich auch $(\exists n)\ f_1n = f_2n$ nur eine Anweisung & zwar ist es die Anweisung auf den Beweis irgend eines Satzes von der Form $f_1n = f_2n$. Und das scheint die wesentliche Frage zu sein: „Auf welchen Beweis ist dieser Satz eine Anweisung?" Das verstehen heißt ihn verstehen.

* Wie beantwortet man die Frage ob $x \cdot x = x + x$ ist?

1 Dieser Ausdruck ist nicht dasselbe wie die Ersetzungsregel 3+4=7

*Es wird ~~gle~~ der Schluss gleichsam ~~in zwei~~ nach zwei Regeln nacheinander vollzogen. Nach der ersten bilde ich ein vorläufiges Zeichen „(∃(1+1+1)+(1+1+1+1))" indem ich einfach die beiden Zahlzeichen von links kopiere & nun erst lasse ich die Klammern fallen & bilde (∃1+1+1+1+1+1+1)

*Ich kann auch sagen: des Zeichen „(3+4)ₓ" ist gibt eine Anweisung eine Beschreibung wie es aus dem ~~Ant~~ linken Zeichen zu bilden ist.

*Kommt nun aber die Addition von Cardinalzahlen wirklich nur in diesem einen Fall vor. Ist das ihre einzige Anwendung? Denn in diesem Falle hatte es keinen Sinn die Addition abgesondert von von ihrer logischen Anwendung zu behandeln. (Hier hänge ich allerdings daran dass die Subj.-Präd.-Form keine logische Form bestimmt.)

*Wenn ich sage 3 Äpfel & ~~Äpfel~~ noch 3 Äpfel

Nicht indem man alle Zahlen probiert sondern in-
dem man die arithmetischen Operationen
anwendet & „die Gleichung auflöst" & findet
daß $x = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$. Damit ist der Beweis erbracht
daß die Auffassung $(x)\, x \cdot x = x + x$ falsch ist &
die Auffassung $(\exists x)\, x \cdot x = x + x$ richtig.
Dazu hätte man allerdings auch durch pro-
bieren kommen können. Wichtig ist aber, daß
wenn man nicht in der Reihenfolge der X
Zahlen probiert man nie zu einer bestimm-
ten Zahl kommen muß.

X Kann man die Gleichung $x^2 = 2x$ überhaupt
so auffassen daß man sie $(x) . x^2 = 2x$ schreibt?
Liegt hier nicht schon wieder die extensive
Auffassung vor, wenn wir diesen Ausdruck
als falsch (statt unsinnig) bezeichnen?

/ „$(x)\, x^2 = x + x$" scheint falsch zu sein weil die
„Untersuchung der Gleichung ergibt daß
$x = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$ & nicht daß sich beide Seiten (ganz)
wegheben. Der Versuch z.B. -3 einzusetzen ergibt
auch das allgemeine Resultat $-(\exists x)\, x^2 \neq 2x$ –
und muß darum, soweit sein Resultat
sich mit dem der allgemeinen ~~Ar~~ Auflösung
deckt sich selbst mit der allgemeinen Methode

und 6 Äpfel so ist hier das Wort <u>noch</u> das Entscheidende. Denn daraus daß ich 3 Äpfel auf den Tisch lege & 3 Äpfel auf den Tisch lege folgt nicht daß ich 6 Äpfel auf den Tisch gelegt habe. Ich könnte ja beidemale den gleichen Vorgang machen. ~~Es~~ Es <u>müssen</u> das ~~zweite~~ andere Mal andere Äpfel gewesen sein.

Man könnte auch so fragen:
Angenommen ich habe 4 Gegenstände die eine <u>Funktion</u> befriedigen, hat es in jedem Fall einen Sinn zu sagen diese 4 Gegenstände seien 2+2 Gegenstände? Ich weiß ja nicht ob es Funktionen gibt die 2 & 2 von ihnen unter einen (je einen) Hut bringen! Hat es einen Sinn von irgend 4 Gegenständen zu sagen sie bestünden aus 2 Gegenständen + 2 Gegenständen?

Immer wieder die alte Frage. Die Schreibweise die ich oben verwendete „$(3+4)_x$ etc" enthält bereits die Annahme daß es einen Sinn hat 7 immer als 3+4 aufzufassen denn auf der rechten Seite von „$\supset_{44}$" habe ich sozusagen schon vergessen woher diese decken.

$(x) \mid f_1x - f_2x$

* Darf man sagen „es gibt im Fall $f_1x = f_2x$ keinen speziellen Beweis eines Satzes von der Form $f_1x \neq f_2x$"? Nein! In diesem Sinne wäre nämlich $\sim(\exists x) f_1x \neq f_2x$ nicht die Anweisung auf einen Beweis.

* Gilt nun der Satz des ausgeschlossenen Dritten in der Form daß entweder f_1x & f_2x wesentlich gleich sind oder daß es einen Fall der Ungleichheit gibt? Oder gibt es hier ein Drittes?

* Das ist mir klar, daß die extensive Allgemeinheit in der Arithmetik nichts zu suchen hat. Und daß, wo immer die Allgemeinheitsbezeichnung in ihr vorkommt sie eine interne Allgemeinheit bezeichnet.

* Diese interne Allgemeinheit ist auch die beweisbare.

* Was heißt denn eigentlich „$(\exists n) f_1n = f_2n$"? $(\exists n) n^2 = 2n$? und hier muß ich noch einmal fragen, ist es richtig zu schreiben

3 & 4 rubrizieren. Andererseits: ~~[illegible]~~ im Zeichen
1+1+1+1+1+1+1 kann ich doch auf jeden Fall
3 & 4 unterscheiden.

Liegt hier vielleicht die Auflösung: *wie
wäre es wenn ich ein Zeichen für die 7 hätte
wo ich 3 + 4 nicht absondern könnte??
Ist ein solches Zeichen denkbar?

*Immer wieder scheint es möglich Extensionen wie
Gegenstandsformen zu behandeln.

*Und es ist natürlich immer die Frage ob
Extensionen je ohne eine reale Funktion
gebraucht werden!

Hat es einen Sinn zu sagen dass eine Relation
2 Gegenstände miteinander verbindet auch
wenn diese im übrigen unter keinen Begriff
fallen. Aber ja: denn man kann die Klasse
aller x bilden $\hat{x}(xRb \vee aRx)$. Aber nein denn
diese Klasse brauchte nicht nur 2 Glieder
zu haben. Und ich meine auch nicht den Fall
wenn R nur a & b verbindet & kein anderes
Paar. Ich will ~~es~~ nur sagen dass ~~in~~ in jedem Kom-
plex ~~aRb~~ $\xi R \eta$ R zwei Gegenstände

"(∃n) 2n = n+n"? Denn, wenn in der Arithmetik "(∃n)" eine bestimmte Auffassung der Gleichung bezeichnet, dann ist "(∃n) 2n = n+n" falsch weil "(x). 2n = n+n" der Fall ist. Was bedeutet (∃n) $n^2 = 2n$ <u>wenn wir die extensive Auffassung ausschließen</u>? Wenn ich sage es bedeutet: "unter den Zahlen gibt es eine die die Funktion befriedigt", so müßte ich dazusetzen "im Gegensatz zu dem Fall wo es unter allen Zahlen keine gibt, die etc.", und das ist Unsinn.

Ich meine vielmehr: "im Gegensatz zu dem Fall, wenn die Funktion wesentlich unbefriedigbar ist. Aber auch das tut's nicht.

Kann (∃n) $n^2 = 2n$ einen anderen Sinn haben als den daß $n^2 = 2n$ eine Gleichung ist die bestimmte Wurzeln hat, im Gegensatz zu einer "Identität" wie 2n = n+n?

* Wie ist es aber mit einem Ausdruck: "(x) : (∃y) . y = 2x"?

* (∃n) $n^2 = 2n$ heißt bestenfalls, $n^2 = 2n$ definiert gewisse Zahlen, was 2n = n+n nicht tut.

D.h., es wäre (∃n) Fn nicht mit (n) Fn verträglich & ein ~~radikaler Unterschied~~ ein radikaler Unterschied gegen die Syntax der verbildet (oder wie man sagt, daß R eine zweistellige Relation ist)

Ich will davon gar nicht reden daß man Zahlen zählen soll, die doch gewiss nicht unter einen realen Begriff fallen. — Aber es hat gewiss einen Sinn vom 5ten Satz in der Reihe „$(\exists x).aRx.xRb$", „$(\exists x,y).aRx.xRy.yRb$", etc., zu sprechen. (Das war es auch was mich dazu bestimmt hat, die Ordinalzahlen ~~vor den Cardinalzahlen zu behandeln~~ für allgemeiner zu halten als die Cardinalzahlen)

Wie ist es mit dem Satz „$(\exists xyz).aRx.xRy.yRz.zRb.v.aRy.yRx.xRz.zRb.v.$ etc" [es folgen alle Kombinationen]? Kann ich ihn nicht verständlich in der Form schreiben: „$(\exists 3)_x\, aRxRb$" etwa „zwischen a & b sind (nur) 3 Glieder eingeschaltet". Hier habe ich den Begriff gebildet „Glied zwischen a & b".

„ξ ist ein Glied zwischen a & b" würde so geschrieben „$aR\xi.\xi Rb.v.(\exists x).aR\xi.\xi Rx.xRb.v.(\exists x)aRx.xR\xi.\xi Rb.v.(\exists xy)$ etc." Aber mit Hilfe dieser Funktion kann ich nicht das sagen was ich mit „es gibt 2 Glieder zwischen a & b" meine. Denn schreibe ich zur Abkürzung die obige Funktion so: „$aR\!-\!\xi\!-\!Rb$", Allgemeinheitsbezeichnung außerhalb der Arithmetik statuiert.

/ Aber kann ich denn nicht von einer Gleichung sagen: „Ich weiß, sie stimmt für einige — ich erinnere mich nicht mehr, welche — Substitutionen nicht; ob sie aber allgemein nicht stimmt, weiß ich nicht"? Hat das nicht einen guten Sinn & ist es nicht mit der Allgemeinheit der Ungleichung verträglich?

/ Soll ich darauf antworten: „Wenn man weiß, daß die Ungleichung „für einige Substitutionen stimmt", so kann das nie heißen „für einige (beliebige) unter der unendlichen Reihe der Zahlen", sondern weiß ich immer auch daß diese Zahl zwischen 1 & 10^7 liegt oder sonst welchen Grenzen"?

/ Kann ich ~~denn~~ wissen daß *eine* Zahl der Gleichung genügt ohne daß irgend ein endlicher Bereich für ihr Vorkommen in der unendlichen Reihe abgegrenzt ist?
Nein!

so würde der Satz ~~lauten (∃x,y)~~ nach dem Muster $(\exists x, y)\, \varphi x . \varphi y$ lauten: $(\exists x y) . aR\!-\!x\!-\!Rb . aR\!-\!y\!-\!Rb$ Nennen wir z. B. diese beiden Gegenstände c & d dann ist der Satz auch richtig wenn es wahr ist daß $aRc . cRb . aRd . dRb$ und das ist offenbar nicht was gemeint war.

* Es ist klar daß die Cardinalzahl mit „$(\exists x \ldots)$" nicht mehr zu tun hat als mit „$(x \ldots)$" und statt $(\exists 3)_x$ etc könnte man ~~dann~~ schreiben $\sim(3x)\sim$ etc, d. h. „nicht für alle Tripel ist es wahr daß etc."

* Daß sich aber die Cardinalzahl an die Allgemeinheitsbezeichnung überhaupt heftet ist begreiflich.

* Statt „$(\exists x, y, z)$" kann ich überall dort „$(\exists 3)_x$" schreiben wo das was danach kommt in Bezug auf alle drei Argumente dasselbe aussagt.

$\Pi(xy) . \varphi x . \varphi y \qquad \Pi(2x) . \varphi x \qquad \Pi(2)_x\, \varphi x$

$\Sigma(x, y) . \varphi x . \varphi y \qquad \Sigma(2x) . \varphi x \qquad \Sigma(2)_x\, \varphi x$

/ Eine Gleichung ist eine syntaktische Regel."

/ Erklärt das nicht, daß wir in der Mathematik nicht prinzipiell unbeantwortbare Fragen haben können? Denn wenn die Regeln der Syntax nicht verständlich sind, dann taugen sie nichts. Und ebenso erklärt es daß nicht eine Unendlichkeit in diese Regeln eingehen kann, die unser Fassungsvermögen übersteigt. Und es macht auch die Versuche der Formalisten begreiflich die in der Mathematik ein Spiel mit Zeichen sehen.

* Ich glaube es ist richtig daß $\sim(\exists x) x^2 = -1$ (für reelles x) weil $x^2 = -1$ eine allgemeine ~~Ungleichung~~ unmögliche Gleichung ist & daher ebensowenig unter die lösbaren Gleichungen fällt wie die wesentlich allgemein richtigen, wie $x^2 = x \cdot x$

* Die Frage ist: wie beweisen wir daß $x^2 = -1$ keine reelle Wurzel hat? Doch dadurch daß das Quadrat einer ~~jeder~~ reellen Z. wesentlich positiv ist.

/ Was für ein Satz wäre das: „Es gibt eine Farbe so daß kein Ort im Gesichtsraum sie hat"?

/ Angenommen es gäbe nur 4 Farben ist es undenkbar daß ein Ort keine Farbe hat? Wenn es Sätze gibt die dem Ort O Farben F_1 F_2 F_3 F_4 zuschreiben dann muß es natürlich einen sinnvollen Satz geben: $\sim OF_1 . \sim OF_2 . \sim OF_3 . \sim OF_4$ und ~~[illegible]~~ auch dieser Satz muß wenn er wahr ist einen sichtbaren Sachlage beschreiben.

Wenn es also – wie es doch scheint – wahr ist daß jedes ~~Objekt~~ in einem Gesichtsraum eine Farbe haben muß, dann muß eine dieser 4 Farben die Abwesenheit der anderen sein. Wäre das etwa Schwarz?

Wenn das so ist so hat der oben angegebene Satz Sinn.

× In dem Zeichen $(\exists 2)x . \varphi x$ muß es schon liegen daß die beiden Werte von x in ein Produkt $\varphi x . \varphi y$ eingesetzt werden sollen. Ebenso ist es mit einem Zeichen $(\exists 5)x\ aRxRb$ nur daß hier das Zeichen $aRxRb$ eigens für diesen Zweck eingeführt wurde während man es dem Zeichen

* Da im Bereich der reellen Zahlen „$\sqrt{-1}$" unsinnig ist so hat die Gleichung $x^2 = -1$ in diesem Bereich <u>keine</u> Lösung.

* Was entscheidet nun aber die Frage, ob die Gleichung $x^2 = -1$ (für reelles x) falsch oder unsinnig ist?

* Ist sie dadurch entschieden, daß wenn einer sagte „ich habe die Lösung der Gleichung, x ist 5!" wir antworten könnten: „x^2 ist 25 und $25 \neq -1$!". Sagt das, daß die Gleichung $x^2 = -1$ falsch ist?

* Eine Gleichung müßte man unsinnig nennen, wenn nichts über ihre Richtigkeit oder Unrichtigkeit entschieden werden kann, wenn sie also keine Gleichung ist (sin + = x x)

* Das eigentlich Unendliche in der Mathematik könnte nur dort <u>gebraucht</u> [angewendet?] werden, wo in der Wirklichkeit sinnvoll von unendlichen Mengen ~~da~~ die Rede wäre. Also etwa wenn wenn es Sinn hat zu sagen, daß, oder zu fragen ob es unendlich viele Fixsterne gibt.

φx in $(\exists 2)_x \varphi x$ nicht aussieht daß im zerlegten Satz statt „φx" „$\varphi x . \varphi y$" steht.

2/ Wenn man fragt warum man statt „$(\exists xy)\, xRy$" nicht „$(\exists 2x) \ldots$" schreiben kann so kann man antworten daß nur dort wo sich der Satz durch zweimalige successive Anwendung derselben Operation erhalten läßt – also von der Form $O^2 \ldots$ ist – die 2 berechtigt ist.

2/ Man kann auch so sagen: statt „$(\exists xyz \ldots)$" kann ich nur dann sagen „$(\exists n x) \ldots$" wenn die Funktion ~~…~~ von x y etc so ist daß ich keinen der Gegenstände eigens erwähnen muß. Oder auch daß ~~ich~~ sich die Gegenstände nicht erst in die Funktion einordnen muß. Daß ich ihnen keine Plätze anweisen muß. Daß sie wie Leute sind die ich in ein Zimmer schiebe & zufrieden bin wenn sie darin sind ohne mich um ihre Plätze im Zimmer zu bekümmern. Die Funktion muß also so sein daß die Gegenstände in ihr nicht in einer von mir nicht gemeinten Weise in ihr liegen können.

Die Funktion muß so sein daß ich den Gegenstän-

× Was ist nun gegen die Dedekindsche Erklärung der ~~unend~~ die ?{ [illegible] Unendlichkeit einer Menge einzuwenden?

× (Es ist kaum zu glauben, daß man sich eine Menge die der Dedekindschen Bedingung der Unendlichkeit entspricht, hat als wirklich vorstellen können.)

× Die Behandlung des Begriffes endlos als Zahl ist so ~~wie~~ wenn man eine Richtung als Länge behandeln ~~würde~~ wollte & erklärte eigentlich ist die Richtung auch eine Art Länge.

/ Ordnet die Beziehung $m = 2n$ die Klasse aller Zahlen einer ihrer Teilklassen zu? Nein! Sie ordnet jeder beliebigen Zahl eine andere zu & wir bekommen auf diese Weise unendlich viele Klassenpaare deren eine Klasse der anderen zugeordnet ist die aber nie im Verhältnis von Klasse & Subklasse stehen. Noch ist dieser unendliche Prozess selbst in irgend einem Sinne ein solches Klassenpaar.
Wir haben es bei dem Aberglauben daß $m = 2n$ eine Klasse ihrer Teilklasse zuordnet wieder

den ich ihnen nicht ihre Plätze anzuweisen brauche.

X Wie ist es mit den Sätzen:

$(\exists x,y,z)\ xRy . xRz . yRx . yRz . zRx . zRy$, $(\exists x,y,z,u)$ etc.,

oder

$(\exists x,y)\ xRy \vee yRx$

$(\exists x,y,z)\ xRy \vee xRz \vee yRx \vee yRz \vee zRx \vee zRy$

etc.

Hier sind alle Argumentstellen gleichberechtigt (ich brauche keine Festsetzungen zu machen)

X Man kann auch so sagen: Auf den Anfang „Es gibt n Dinge" muß immer folgen „so daß jedes .... ~~da eine ... das andere ... etc~~" und nicht „so daß ~~das Ding~~ x ... ~~das Ding~~ y ... etc."

X „Es gibt 5 Menschen die einander lieben" ~~the~~ Diesen Satz kann man nicht auf die Form bringen $(\exists x,y,z,u,v)\ \varphi x . \varphi y . \varphi z . \varphi u . \varphi v$.

Kann man nun sagen daß hier „5" eine andere Bedeutung hat als etwa im Satz „Es gibt 5 gute Menschen"?

Kann man vor allem nicht sagen daß diese 5 Menschen die einander lieben 5 gute nur mit zweideutiger Grammatik zu tun.

/ Und zwar beruht alles an der Syntax der Wirklichkeit & Möglichkeit. m = 2n enthält die Möglichkeit der Zuordnung jeder Zahl zu einer anderen aber es ordnet nicht alle Zahlen anderen zu.

/ Wenn zwei Pfeile in derselben Richtung zeigen, ist es nicht absurd diese Richtungen gleich lang zu nennen, weil, jeder Punkt der was in der ~~[illegible]~~ Richtung des einen Pfeiles liegt auch in der des anderen liegt.

/ Die Allgemeinheit in der Arithmetik ist eine Richtung ein Pfeil, der der Operationsreihe entlang weist. Und zwar kann man sagen, der Pfeil weist ins Unendliche, aber heißt das, daß es ein Etwas, das Unendliche, gibt auf das er – wie auf ein Ding – hinweist? Wenn man es so auffaßt, muß das natürlich zu endlosem Unsinn führen.

/ Der Pfeil bezeichnet gleichsam die Möglichkeit der Lage in seiner Richtung.

Menschen sind?

2/ Es ist klar daß sich in der logischen Addition allerlei ändert: 2 Menschen die einander lieben + 2 andere Menschen die einander lieben geben nicht 4 Menschen die einander lieben.

* Kann man 1+1=2 auch so anwenden?
$(\exists x, y)\, \varphi x \cdot \psi y \supset (\exists x\, y)(\varphi x \vee \psi x) \cdot (\varphi y \vee \psi y)$ was man schreiben kann:
$(\exists 1x, 1y)\, \varphi x \cdot \psi y \supset (\exists 2)_x\, \varphi x \vee \psi x$ Der Witz ist hier der, daß man auf der linken Seite nicht „$(\exists 2)_x$" schreiben kann.
Aber könnte man ~~hier~~ nicht einfach schreiben:

$$(\exists 1x, 1y)\, \varphi x \cdot \psi y = (\exists 2)_x\, \varphi x \vee \psi x \quad ?$$

* Was wir in der Logik so zu sagen als Anwendung von 2+2=4 beschreiben kann nie dasselbe sein wie 2+2 gleich 4. Ich habe zwei Kleidungsstücke heißt nicht dasselbe wie ich habe einen Rock + eine Hose obwohl der erste Satz aus dem zweiten folgt.

* Nur wenn wir mit reinen Extensionen arbeiten

/ Das Wort Möglichkeit ist natürlich irreführend denn was möglich ist, wird man sagen, soll eben nun wirklich werden. Auch denkt man dabei immer an zeitliche Prozesse & schließt daraus, daß die Mathematik nichts mit der Zeit zu tun hat, daß die Möglichkeit in ihr (bereits) Wirklichkeit ist.

/ (In Wahrheit ist es aber umgekehrt & was in der Mathematik Möglichkeit genannt wird ist eben dasselbe was es auch in der Zeit ist.)

/ $m = 2n$ weist der Zahlenreihe entlang & wenn wir dazusetzen „ins Unendliche", so heißt das nichts anderes, als daß es nicht auf einen Gegenstand in bestimmter Entfernung weist.

x Es kommt alles auf eine Untersuchung des Begriffes der Möglichkeit hinaus.

/ Die unendliche Zahlenreihe selbst ist nur eine solche Möglichkeit – wie klar aus dem einzigen Symbol für sie „$(1, \xi, \xi+1)$" hervorgeht. Dieses Symbol selbst ist ein Pfeil kann das Gleichheitszeichen gelten.

* Hat die Zerlegung von 4 in 2 + 2 einen Sinn wenn es keine ~~[illegible]~~ Funktion gibt die jedes Paar unter einen Hut bringen?

Aber wenn es solche Funktionen gibt dann ist die Zerlegung von 4 in 2 + 2 möglich aber nie in 2 + 3 oder in 2 + 1 & 2 + 2 = 4 gibt einfach die Möglichkeit dieser Zerlegung an wenn die übrigen Bedingungen erfüllt sind. 2 + 2 = 4 richtet gleichsam alles für die Zerlegung her (damit sie ~~[illegible]~~ durchgeführt werden kann, wenn es nötig ~~ist~~.)

Schon das aber würde sagen daß die Gleichung dann auch keine Tautologie sein kann.

Wie ist es aber möglich auf die Existenz einer Funktion etwas vorzubereiten wenn ich nicht weiß ob sie existiert?

Das scheint doch unmöglich zu sein.

Hängt die Arithmetik von der Existenz gewisser realer Funktionen ab dann muss von ihnen in ihr die Rede sein.

× und es ist die erste „1" die Feder des Pfeiles & ξ+1 seine Spitze & das characteristische, daß wie die Länge eines Pfeiles unwesentlich ist hier das Variable ξ anzeigt daß es gleichgültig ist in welcher Entfernung von der Feder die Pfeilspitze liegt.

/ Es ist möglich von Dingen zu reden, die in der Richtung des Pfeiles liegen, aber unsinnig von allen möglichen Mengen der Dinge in der Pfeilrichtung als einem Äquivalent dieser Richtung selbst zu reden.

/ Wenn ein Scheinwerfer Licht in den unendlichen Raum wirft, so beleuchtet er allerdings alles was in seiner Richtung liegt aber man kann nicht sagen er beleuchtet die Unendlichkeit.

/ Ist hier (im Symbolismus der Arithmetik) nicht die Möglichkeit tatsächlich die, die allgemeine Gleichung auf einen besonderen Fall anzuwenden? D.h. diese Möglichkeit der Anwendung in Symbolen ist das eigentliche Typen Symbol der mathematischen Möglichkeit.

Nun scheint es aber daß ich doch eine Vorbereitung auf reale Funktionen machen kann nämlich wenn ich im Satz:

$$(E1)_x \varphi x \,.\, (E1)_x \psi x \,.\, \sim(\exists x)\, \varphi x . \psi x \,. \supset_{\varphi\psi} . (E2)_x\, \varphi x \vee \psi x$$

für φ & ψ alle denkbaren Extensionen probiere. Da uns aber die möglichen Extensionen nicht auch ~~so~~ Funktionen geben was zeigt mir dann eigentlich dieser Satz mit den eingesetzten Scheinfunktionen? Man könnte ja sagen „er zeigt wie es sich verhält wenn es so beschaffene Funktionen gibt" aber das genügt nicht, er muß so wie er ist etwas zeigen was mit hypothetischen Funktionen nichts zu tun hat.

Und zwar muß das was er zeigt doch nur mit dem Wesen der Extension zu tun haben da von der besonderen Eigenschaft irgend einer Funktion nicht die Rede ist.

Wenn ich nun unter „φ" & „ψ" Extensions-variable verstehe – so daß sie also die Reihe $(-)x; (a)x, (b)x, \ldots; (ab)x, (ac)x \ldots (bc)x \ldots; (abc)x \ldots\ldots$ etc durchlaufen – so ist die Frage, was zeigt nun der Satz über alle diese Extensionen & ist alles an ihm notwendig um das zu zeigen.

$$\sim(x)\sim\varphi x \,.\, (x,y)\sim(\varphi x \,.\, \varphi y).$$

$$\sim(x)\sim\psi x \,.\, (x y)\sim(\psi x \,.\, \psi y).$$

$$(x)\sim(\varphi x \,.\, \psi x)$$

$$\supset$$

$$\sim(x,y)\sim[\varphi x \vee \psi x \,.\, \varphi y \vee \psi y].$$

$$(x y z)\sim[\varphi x \vee \psi x \,.\, \varphi y \vee \psi y \,.\, \varphi z \vee \psi z]$$

Schreiben wir einmal die Wahrheitsbedingungen in der W-F Notation für diese Sätze auf!

kann er etwas anderes als etwas Arithmetisches zeigen?

Wenn der Satz nun nur noch <u>arithmetische Beziehungen</u> zeigt so – glaube ich – muß auch alles an ihm unwesentlich werden was ihn zum <u>Satz</u> gemacht hat (die logischen Constanten) und dann muß sich diese arithmetische Beziehung auch einfacher darstellen lassen.

Aber es wird sich doch dasjenige zeigen, was man meint wenn man sagt: ~~Aus~~ $(E1)_x \cdot \varphi x \cdot (E1)_x \cdot \psi x \cdot \sim(\exists x)\varphi x \cdot \psi x$ folgt $(E2)_x \varphi x \vee \psi x$.

Muß ich aber hier auch – um zu zeigen daß der rechte aus dem linken Satz folgt – φ + ψ ~~ihre~~ sämtlichen denkbaren Extensionen durchlaufen lassen?

Aber auch hier hätten wir nicht die symmetrische <u>Beziehung</u> der Gleichheit wie in $1+1=2$ $(2=1+1)$. Das sagt etwa statt „1+1" <u>kann</u> ich „2" setzen, statt „2" <u>kann</u> ich „1+1" setzen.

Übrigens wenn das obere $1+1=2$ sagt

Ich könnte sagen: in solche Regionen tauche wo ich weiß dort die Fehler mache, die ich schon vor dem Stande meines jetzigen Wissens nicht machen brauchte. Aber ich muß auch noch unter die Wahrheiten kommen die schon feststehen.

Ein philosophisches Problem könnte man immer so ausdrücken: kann man den Symbolismus verwenden? Und die verschiedenen Antworten zu denen man kommt drücken sich aber immer in soviel verschiedenen Symbolismen aus.

Insofern könnte man den Philosophen einen Sprachschöpfer nennen.

Wie sieht das aus, was $1+1=0+2$, oder ~~[illegible]~~ $2+2=1+3$ zeigt?

*$(E2)_x \varphi x \,.\, (E3)_x \psi x \,.\, \sim(\exists x)\, \varphi x . \psi x \,.\, \underset{\varphi\psi}{\supset} \,.\, (E2+3)_x\, \varphi x \vee \psi x$

Die Addition mit 0^u bezieht sich nur auf das letzte Glied des Satzes. (Sie bedeutet: wenn irgend einmal eine Operation nötig sein sollte, dann ergibt sie das Resultat .....)

*Wenn es besteht $(\exists xyzuv)$..... so besteht ein Spezialfall davon, wenn a b c d e & der steht in einer internen Beziehung [allgemeinen Ausdruck] jedem ~~Fall~~ welcher a b oder a b c als Spezialfall hat.

*$(\exists xyz) . \varphi(xyz)$ kann ich nicht durch $(\exists 3)_x$.... ersetzen obwohl ein Spezialfall $\varphi(a\,b\,c)$ lautet & a, b, c 3 sind. Oder sind sie eben nur dann 3 wenn sie gleichberechtigt sind? Man wird wieder auf die Operation O^3 ~~[illegible]~~ hingewiesen.

*Statt „$(\exists xyz)$..." kann ich ebensowenig allgemein ~~sagen~~ ~~schreiben~~ sagen „$(\exists 3)_x$...", wie ich $\varphi(a\,b\,c)$ auffassen kann als $\varphi(3)$. (Also auch bei den Namen geht die Sache nicht

/ Die Mengenlehre ist darum falsch, weil sie scheinbar einen Symbolismus ~~voraus~~ voraussetzt den es nicht gibt statt ~~[illegible]~~ dessen den ~~[illegible]~~ es gibt (der allein möglich ist). Sie baut auf einem fiktiven Symbolismus auf also auf Unsinn.

* Der Pfeil ist alles was im Symbolismus gegeben ist. Die Mengenlehre nimmt an es wäre eine dem Pfeil äquivalente Klasse von Symbolen gegeben, was aber nicht der Fall ist (und man kann nie einen Symbolismus hypothetisch annehmen). Und auf dieser Annahme baut sie weiter.

* Das ist sehr klar im Falle der unendlichen Dezimalbrüche.

/ Man kann es auch so sagen: Es hat einen Sinn zu sagen, daß in einer Richtung unendlich viele Dinge liegen können, aber keinen Sinn daß unendlich viele Dinge dort liegen. Und das steht im Gegensatz zu der gewöhnlichen Art der Anwendung des Wortes „können". Denn hat es Sinn zu sagen, daß „ein Buch auf diesem Tisch liegen kann, so hat es auch Sinn zu sagen, daß es da so glatt)

$(\exists x)\,\varphi x,\ (\exists xy)\,\varphi x \cdot \varphi y,\ (\exists xyz)\,\varphi x \cdot \varphi y \cdot \varphi z$, usw.

* $[(\exists x)\,\varphi x,\ (\exists -)-,\ (\exists - y) - \cdot \varphi y]$ Aber hier habe ich nun die Schwierigkeit daß ich kein Mittel ~~habe~~ weiß um zu zeigen daß bei jeder folgenden Operation eine Variable benutzt werden muß, die noch nicht in der Klammer „$(\exists \ldots)$" vorkommt.

Oder könnte man das so ausdrücken:

* $[(\exists x_1)\,\varphi x_1,\ (\exists - x_1) - \varphi x_-,\ (\exists - x_- x_{-1}) - \varphi x_- \cdot \varphi x_{-1}]$

*Wenn aber ein Satz $(\exists xy \ldots)\,\varphi x \cdot \varphi y \ldots$ das Resultat einer <u>fortgesetzten</u> Operation ist dann könnte ich doch diese Operation ins Unendliche fortsetzen.

Aber es ist eben so, daß ich zu dieser Operation immer neues Material brauche, das mir an einem Punkt ausgehen kann.

* Wenn aber meine Cardinalzahlen sich eben daher schreiben wie könnten sie dann ins Unendliche führen?

liegt. Aber hier führt [leitet] uns die Sprache irre.
Das „unendlich viele" ist sozusagen adver-
bial" gebraucht & so aufzufassen.

/Das unendlich viele ist eine Art des Könnens:
das Können hat keine Grenze.

/Das heißt die Sätze „in dieser Richtung können
3 Dinge liegen" und „in dieser Richtung
können unendlich viele Dinge liegen" sind
nur scheinbar gleichgebaut, in Wirklichkeit
sind aber verschiedener Struktur. Und
zwar spielt das „unendlich viele" im zweiten Satz
nicht die Rolle der „3" im ersten Satz.

*Die zweite Art des Könnens, der Möglichkeit,
ist eben die mathematische die nur durch
den Pfeil (1, ξ, ξ+1) dargestellt wird.

*Ein Mensch kann-unendlich-lang leben, aber er
kann nicht unendlich-lang-leben.

/Es ist auch nur durch die Vieldeutigkeit ~~der~~
~~gewöhnlichen~~ unserer Sprache, daß es scheint
als kämen die Zahlwörter & das Wort „unend-
lich" auf die gleiche Frage zur Antwort. Während

* Aber hat nicht eben jener bewegliche Index in x_{III} etc den Sinn zu zeigen daß für unendlich viele Zeichen dieser Art Platz sein kann? (während wir die Buchstaben einmal aufzeigen)

Man könnte ja auch so schreiben:

$(\exists x, xx, xxx)\, \varphi x \cdot \varphi xx \cdot \varphi xxx$ und $(\exists x, xx)\, \varphi(x, xx)$

xx wäre dann ein Buchstabe außer wenn ~~[illegible]~~ ein Beistrich dazwischen wäre.

* Dann hieße es

$$\left[(\exists x)\varphi x,\ (\exists x, xx)\, \varphi x \cdot \varphi(xx);\ (\exists -, =x) \equiv \cdot\, \varphi(=x);\ (\exists -, =x, =xx) \equiv \varphi(=x) \cdot \varphi(=xx)\right]$$

Welche Auffassung immer man von der Zahl hat, so kann man Sätze $(\exists n)$ … nur dann als die Zahl definierend auffassen wenn n beliebig groß sein kann.

Das Problem ist: wie kann man Vorbereitungen zum Empfang von etwas eventuell existierendem treffen.

* Was sind Kombinationen von Gegenständen?

~~19~~159

in Wirklichkeit die ~~beiden~~ Fragen auf die jene Wörter ~~[illegible]~~ antworten grundverschieden sind.

/ (Die gewöhnliche Auffassung kommt wirklich darauf hinaus, daß der Mangel einer Grenze auch eine Grenze ist. Wenn sie auch nicht so klar ausgedrückt wird.)

/ Es gibt keine logische Hypothese. ~~keine Hypothese in der Logik~~

× ~~Man möchte sagen~~ Die eine Frage lautet „wieviele Dinge gibt es die einer Bedingung genügen?" die andere u. wieviele Sachverhalte einer Bestimmung entsprechen kann es geben?". Auf die eine antwortet ein Satz auf die andere die Möglichkeit einer Form.

/ Die unendliche Zahlenreihe ist nur die unendliche Möglichkeit von endlichen Zahlenreihen. Es ist sinnlos von der ganzen unendlichen Zahlenreihe zu reden, als wäre auch sie eine Extension.

~~×~~

Immer wieder macht einen der Gedanke irre „aber kann es eine Möglichkeit geben, kann man sie als Gegenstände zählen?

*Ich möchte an einer endlichen Anzahl von Gegenständen unendlich weit zählen, aber das scheint unmöglich ~~zu sein~~ wenn man wirklich zwei Dinge ansieht.

*Muß sich die Möglichkeit des Zählens ad infinitum nicht doch auf die Existenz von unendlichen vielen Dingen zurückführen lassen.

Das infin. ax. ist schon darum ein Unsinn weil die Möglichkeit es auszusprechen unendlich viele Dinge – also was es behaupten will – voraussetzt. Von den logischen Begriffen, z. B. von der Unendlichkeit, kann man sagen daß ihre Essenz ihre Existenz beweist.

Der Satz – das infin. ax. – muß eben schon die Unendlichkeit, wenn auch auf dem Wege über Definitionen aufzeigen.

Wenn man z. B. den Begriff $\aleph_0$ ~~wie~~ $\aleph$. erklären ohne daß es eine ihr entsprechende Tatsächlichkeit gibt?"

/ Die Möglichkeit wird durch die Möglichkeit wiedergegeben. In den Zeichen selbst liegt nur die Möglichkeit & nicht die Wirklichkeit der Wiederholung.

X Man möchte sagen, daß die Unendlichkeit des Raumes wenn sie sich auf eine Möglichkeit bezieht, sich auf eine sozusagen wirkliche Möglichkeit bezieht. ~~und~~ wie würden wir sie sonst wahrnehmen.

/ Heißt es nicht: die Tatsachen sind endlich, die unendliche Möglichkeit der Tatsachen liegt in den Gegenständen. Darum wird sie gezeigt, nicht beschrieben.

/ Und dem entspricht, daß die Zahlen – die ja die Tatsachen beschreiben – endlich sind, dagegen ihre Möglichkeit die der <u>Möglichkeit</u> der Tatsachen entspricht unendlich ist. Sie drückt sich, wie gesagt, in den Möglichkeiten des Symbolismus aus.

will indem man sagt eine Funktion φ sei der Art daß alle Sätze von der Form $\sim(\exists x).\varphi x$, $(\exists x)\varphi x$, $(\exists x,y)\varphi x.\varphi y$, $(\exists xyz)\varphi x.\varphi y.\varphi z$, etc falsch sind dann setzt diese Erklärung schon voraus daß es unendlich viele Sätze jener Form gibt. – Und zwar auch dann wenn wir uns mit der Funktion φ irren sollten & es sich herausstellte daß einer jener Sätze wahr ist.

Angenommen ich glaubte es gäbe überhaupt nur eine Funktion & die werde von 4 Gegenständen befriedigt. Später komme ich darauf daß sie noch von einem fünften Ding befriedigt wird; ist jetzt das Zeichen „4" sinnlos geworden?

Ich will sagen die Zahlen können nur definiert werden aus <u>Satzformen</u> unabhängig davon welche Sätze wahr oder falsch sind.

Darauf hin wollte auch meine Definition durch O^n weisen.

Wie wäre denn 2+2=4 einfacher darzustellen (gleichsam mit einer schriftlichen

/ Das Gefühl ist: In der Mathematik kann es nicht Wirklichkeit & Möglichkeit geben. Alles ist auf <u>einer</u> Stufe. Und zwar in gewissem Sinne wirklich.

/ Und das ist richtig. Denn was die Mathematik mit ihren Zeichen ausdrückt ist alles auf <u>einer</u> Stufe; d.h.: sie redet nicht, einmal von ihrer Wirklichkeit, & einmal von ihrer Möglichkeit. Sondern sie darf gar nicht versuchen von ihrer Möglichkeit zu reden. Wohl aber liegt in ihren Zeichen eine Möglichkeit, dieselbe nämlich die in den eigentlichen Sätzen liegt in denen [auf die ?] die Mathematik angewandt wird. Und wenn sie versucht (wie in der Mengelehre) ihre Möglichkeiten <u>auszusprechen</u> d.h., wenn sie sie mit ihrer Wirklichkeit verwechselt, <u>dann</u> darf man sie in ihre Grenzen zurückweisen.

$(\exists n):(E n x)\varphi x \cdot (E n x)\psi x : \varphi x \supset_x \psi x :. \supset \psi x \supset_x \varphi x$

Dieser Satz kann offenbar durch Rekursion bewiesen werden.

Rechenmaschine) als es auf die R'sche Art geschieht? Oder ist hier tatsächlich nichts entbehrlich?

?/ $(\exists xyz)\ xRy \cdot yRz \cdot xRz \cdot yRx \cdot zRy \cdot zRx \overset{\text{Def}}{=} (\exists 3) \xi R \eta$

Hat es hier einen Sinn zu sagen daß 3 aus 2 ~~und~~ 1 besteht?

?/ Wenn man fragt sind nicht a b c d 4 Dinge auch wenn keine reale Funktion sie bestimmt so kann man sagen, daß ich ja nicht einmal in diesem Satz auf sie hinweisen kann ohne sie aus den anderen herauszuheben, also sie zu bestimmen (und d.h. sie durch einen Begriff bestimmen) Und wenn ich nun von diesen sagen will daß sie aus 2 und 2 bestehen so kann ich doch wieder nicht a & b hervorheben ohne sie von den anderen abgesondert zusammenzufassen.

Aber wenn sie nun auf diese Weise durch die Bezeichnung zusammengefaßt sind wozu brauche ich sie dann doch durch eine reale Funktion zusammenfassen.

Um diesen Beweis soll man aber herumkommen, wenn durch Einführung einer Relation <u>R</u> die die Klassen einander 1→1 zuordnet.

*(∃n): (Enx) φx . (Enx) ψx

(∃R): φx $\supset_x$ (E1y) xRy . ψy : ψx $\supset_x$ (E1y) yRx . φy

* Wie kommt es, daß es hier scheinbar zwei Darstellungsformen der Zahlengleichheit gibt, die eine amorph, die andere nicht?
Die eine Darstellung läßt die einzelnen Möglichkeiten der Zahlengleichheit erkennen, die andere verhüllt sie.

/ „Der höchste Punkt einer Kurve" bedeutet nicht „der höchste Punkt unter allen Punkten der Kurve" – die sehen wir ja nicht, sondern es ist ein bestimmter Punkt den die Kurve erzeugt. Ebenso? ist das Maximum einer Funktion nicht der größte Wert unter allen Werten (das ist Unsinn, außer im Fall endlich vieler diskreter Punkte) sondern ein, durch ein Gesetz & eine Bedingung erzeugter Punkt, der allerdings höher liegt als jeder andere beliebige mögliche ~~andere~~ herausgegriffene Punkt (<u>Möglichkeit</u>, nicht Wirklichkeit). Ebenso ist der Schnittpunkt zweier Linien nicht

2/ Wie wäre denn $2+2=4$ einfacher darzustellen, als es auf die Russellsche Art geschieht? Oder ist hier tatsächlich nichts entbehrlich? Muß ich wirklich alles so schreiben als ob es sich um wirkliche Tatsachen & Sätze handelte?

Genügt nicht eben etwas wie $x,y+z,u=x,y,z,u$?

* Die Schwierigkeit in ~~so~~ einer Formel ist nur die, daß sie nicht die Möglichkeit ihrer Anwendung enthält. Sie zeigt nicht wohin sie gehört.

7 Das weist wieder auf die Benützung der Operationslinie. Nun kann man gegen die Form der Operation den Einwand der zu großen ~~Unbestimm~~ Allgemeinheit oder besser Unbestimmtheit machen. Aber muß nicht diese Unbestimmtheit in jeder Theorie der Zahl notwendig vorkommen, eben aus dem Grund, daß die Zahl eine so allgemeine Anwendung hat. Verwende ich in meiner Definition den Begriff der Funktion, des Gegenstandes, so liegt eben die selbe Unbestimmtheit in diesen Formen.

das gemeinsame Glied zweier Klassen von Punkten sondern der Durchschnitt zweier Gesetze, wie es auch in der analytischen Geometrie klar zu Tage liegt.

/Der Satz, der nach Dedekind sagt daß eine Klasse F unendlich ist, ist allerdings nur falsch – nicht unsinnig – wenn nur endlich viele Dinge die Funktion F befriedigen, aber er ist unsinnig wenn es nur eine endliche Anzahl von Dingen gibt. Und dadurch ist diese Auffassung des Unendlichen vernichtet.

/„Jedes Ding hat einen & nur einen Vorgänger. a hat keinen Nachkommen. Alle Dinge außer a haben einen & nur einen Nachkommen." Diese Sätze ~~sch~~ scheinen eine unendliche Reihe zu beschreiben (& daher auch zu sagen daß es unendlich viele Dinge gibt. Aber dies letztere wäre Voraussetzung dafür daß die Sätze Sinn hätten) Sie scheinen eine Struktur amorph zu beschreiben. Wir können nach diesen Sätzen eine Struktur aufzeichnen die sie eindeutig beschreiben. Aber wo ist diese Struktur in ihnen zu finden? – Der Satz würde, wenn es

/ $(E1)_x \varphi x . (E1)_x \psi x . (x) \sim(\varphi x . \psi x) \supset_{\varphi\psi} (E2)_x \varphi x \vee \psi x$

Wenn hier φ & ψ die Formen $x=a \vee x=b$, etc. sind dann ist der ganze Satz eine Vorrichtung geworden, die dafür sorgt, daß richtig addiert wird.

$$(\exists x,y)\, x=a \vee x=b . y=a \vee y=b . \sim(\exists xyz)\, x=a \vee x=b . y=a \vee y=b . z=a \vee z=b$$

Wenn dieser Satz unseren Bestimmungen gemäß eine Contradiction ist, so ist es, weil ich 2 Dinge nicht 3 Dingen 1 zu 1 zuordnen kann.

/ Im Symbolismus wird tatsächlich zugeordnet, während in der Bedeutung nur von der Möglichkeit der Zuordnung die Rede ist. (Man könnte also die Scheinfunktionen $x=a$, $x=a \vee x=b$, etc. arithmetische Funktionen nennen sie nämlich enthalten das Arithmetische der Sätze. Sie enthalten die Zahlen)

4 Wenn $1+1=2$ bedeutet daß aus $(E1)_x \varphi x . (E1)_x \psi x . (x) \sim(\varphi x . \psi x)$ folgt $(E2)_x \varphi x \vee \psi x$, was heißt dann $2 = 1+1$? (Der erste Satz folgt ja nicht aus dem zweiten) So wi

nur endlich viele Dinge gibt zu einem Widerspruch führen. Wie kommt der zu Stande? – Jedenfalls wenn wir von dem allgemeinen Satz auf seine Spezialfälle schließen.

Wenn „a", „b", „c" die Namen aller Dinge sind dann folgt aus den obigen Sätzen ein Satz wie:

$aRb . bRc : cRa \vee cRb : \sim cRa . \sim cRb$, eine Contradiction.

* Der allgemeine Satz gibt Papiergeld aus & wir wissen nicht ob Deckung dafür vorhanden ist.

/ Kann man aber nicht die obigen Sätze (einfach?) als Sätze der Physik auffassen, die eine wissenschaftliche Hypothese darstellen? Dann müssten sie unanfechtbar sein. Wie wäre es wenn die Physiologie eine Tierart fände in der jedes Individuum von einem früheren ~~herzustammen scheint~~ herzurühren scheint, & das als Hypothese ausspricht.

/ Werden wir da durch den Schein irregeführt als wären die Stücke des Materials – also hier etwa die ~~Körper~~ Individuen der Tiergattung – die einfachen Gegenstände?

ich's auffasse kann man freilich sowohl 1+1=2 als auch 2=1+1 auf den zweiten Satz anwenden.

*kann ich nun allgemein schreiben $(\exists xyz)\varphi x\cdot\varphi y\cdot\varphi z = (\exists 3)_x\varphi x = (\exists 2+1)_x\varphi x$? Wie soll ich aber das „+" einführen? Und was bedeutet hier die Zerlegung von 3 in 2 & 1 (Hat sie nicht nur mit Beziehung auf jene Folgerung Sinn?)

** Ich glaube die Zerlegung hat überall dort Sinn, wo sie aufzeigt daß eine interne Beziehung zwischen einem $(\exists 2)_x$ … einem $(\exists 1)_x$ und dem $(\exists 3)_x$ … besteht. Besteht aber nicht immer eine solche Beziehung zwischen $(\exists xyz)$, $(\exists xy)$ … & $(\exists x)$ …

2+1 ist doch einfach eine Regel welche aus zwei uns bereits bekannten Zeichen ein drittes bildet. $(\exists 3+4)_x$ … heißt: bilde ein Zeichen indem Du etc …: Es wäre also etwa so: Ich kenne „3" & „4" von den Zeichen „$(\exists 3)$ …" & „$(\exists 4)$ …" her und diese Kenntnis verwende ich

D.h. ist das was man sich im Unendlichen vermehrt denken kann nicht die Kombinationen der Dinge nach ihren unendlichen Möglichkeiten aber nie die Dinge selbst?

Die Dinge selbst sind ~~vielleicht etwa~~ vielleicht die vier Grundfarben, der Raum, die Zeit, & solches Gegebene mehr.

Dann aber könnte die Wissenschaft nie ~~desgleichen~~ eine Hypothese der obigen Art aufstellen.

Wie ist es also etwa mit einer Reihe von Fixsternen in der jeder einen Vorgänger (in einer bestimmten Richtung des Raumes) hat? Und diese Hypothese käme auf dasselbe hinaus ~~wie~~ die eines endlosen Lebens. Diese ~~Hypothese~~ scheint mir sinnvoll zu sein zwar darum weil sie nicht der Einsicht widerspricht daß man keine Hypothese über die Zahl der Gegenstände (Elemente der Tatsachen) machen kann. Ihre Analyse setzt nur die unendlichen Möglichkeiten des Raumes & der Zeit voraus & eine endliche Anzahl von Erfahrungselementen!

nur bei der Bildung des Zeichens „$(\exists\, 3+4)_x$" –.
Daraus würde übrigens schon hervorgehen daß man „3" bezw. „4" nicht durch die Zeichen „$(\exists\, 3)_x$", „$(\exists\, 4)_x$" definieren darf weil ja das Zeichen „$(\exists\, 3)_x$" im Zeichen „$(\exists\, 3+4)_x$" nicht vorkommt.

* Ist nun 2+2=4 eine Zeichenregel? d.h., bezieht sich das „=" auf die Zeichen? Besagt es: wenn man diese Zeichen so als Symbole gebraucht, so kann man sie durch einander ersetzen. Heißt das soviel wie: „diese Zeichen sind das selbe Symbol"?
Was ist dann „2+2=5"? Ist es eine falsche Ersetzungsregel? Ich glaube ja. Es ist klar, wenn ich 2+2=4 auch so schreiben darf: „‚2+2' kann durch ‚4' ersetzt werden" dann habe ich „2+2=4" dadurch mit einem Satz verglichen & darum gibt es nun Analoga zu sämtlichen Anwendungen der Logik auf diesen Satz.

Die Gleichungen der Mathematik kann man, so scheint es mir, nur mit

× Denken wir nur an die Beschreibung einer unendlichen Reihe von Kreisen in einer Reihe durch Zahlangabe in mit Bezug auf ein Coordinatensystem. Aber gerade hier scheinen wir mit dem Wirklich-Unendlichen confrontiert zu werden!

× Wieder ist es so daß die unendliche *Möglichkeit* jener Reihe & die unendliche *Möglichkeit* des Lebens in der Sprache durch die Möglichkeit ausgedrückt sind.

/ Wenn ich sage *einmal* wird die Welt untergehen so sagt das gar nichts wenn dabei die Zeit unbegrenzt offen gelassen ist. Denn mit dieser Angabe ist es verträglich daß sie an jedem angebbaren Tag noch existiert. — *Unendlich* ist die *Möglichkeit* der Zahlen in Sätzen von der Form „in n Tagen wird die Welt untergehen“.

/ Angenommen die Hypothese wäre: es gibt im Raum eine unendliche Reihe roter Kugeln die in Abständen von 1 m hintereinander liegen. Welcher *denkbaren* Erfahrung könnte diese

sinnvollen Sätzen vergleichen, nicht mit Tauto-
logien. Denn die Gleichung enthält eben
dieses aussagende Element – das
Gleichheitszeichen – das nicht dazu be-
stimmt ist etwas zu zeigen. Denn was
sich zeigt, das zeigt sich ohne das
Gleichheitszeichen. Das Gleichheitszei-
chen entspricht nicht dem „$\supset$" in
„$p . (p \supset q) . \supset . q$" denn das „$\supset$" ist nur ein
Bestandteil unter allen anderen
die zur Bildung der Tautologie gehören.
Es fällt nicht aus dem Zusammen-
hang heraus sondern gehört zum Satz
wie das „." oder „$\supset$". Das „=" aber ist
eine Copula die allein die Gleichung
zu etwas Satzartigem macht. Die
Tautologie zeigt etwas, die Gleichung
zeigt nichts, sondern weist darauf
hin, daß ihre Glieder etwas zeigen.

* Man könnte meine Auffassung so
darstellen: das Wort „unendlich" ist
nur in der Ausdrucksweise „ad infini-
tum" richtig gebraucht.

* 4+3=6 hat gleichsam eine imaginäre

Hypothese entsprechen? Ich denke etwa daß ich dieser Reihe entlangreise & täglich an einer gewissen Anzahl n von roten Kugeln vorbeikomme. Dann sollte meine Erfahrung darin bestehen, daß ich an jedem ~~folgenden Tag~~ zukünftigen Tag, den es geben kann, n neue Kugeln sehe! Wann aber werde ich diese Erfahrung gemacht haben? Niemals!

Auf den Einwand: „wenn es aber doch unendlich viele Dinge gibt", kann man nur antworten: „es gibt sie aber nicht!" Und was uns glauben macht, daß es sie vielleicht gibt ist nur, daß wir die Dinge der Physik mit den Elementen der Erkenntnis verwechseln.

Man kann nur darum nicht sagen daß es unendlich viele Dinge gibt, weil es sie nicht gibt. Gäbe es sie, so könnte man es auch aussprechen!

Wir können darum auch nicht einen hypothetischen unendlichen Gesichtsraum annehmen in dem eine unendliche Reihe von roten Flecken sichtbar ist.

Beziehung zur Wahrheit, es ist darum nicht Unsinn. Denn man kann die Behauptung $4+3=6$ beantworten mit: „Nein, sondern $4+2=6$" & dieses „Nein, sondern" zeigt daß auch das unrichtige *eine* Beziehung zur Wahrheit hatte.

*Es muß einen erweiterten Fermatschen Satz geben.

*Was hat ein Satz wie der Fermatsche mit den Formen von Funktionen & Gegenständen zu tun?!

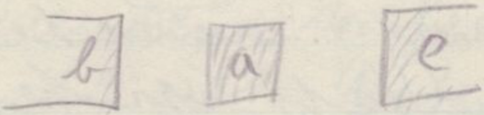
/ Was bedeutet ein mathematischer Satz von der Art „$(\exists n)\ 4+n=7$"? Es wäre eine Disjunktion $4+0=7 \vee 4+1=7 \vee 4+2=7$ ad inf. Was aber bedeutet das? Ich kann einen Satz verstehen der einen Anfang & ein Ende hat. Kann man aber auch einen Satz verstehen der kein Ende hat?

Ich verstehe auch daß man eine unendliche Regel geben kann nach der unendlich viele endliche Sätze gebildet werden können. Was aber bedeutet ein endloser Satz?

/ Was wir uns im physikalischen Raum denken, ist nicht das *Primäre*, das wir nur mehr oder weniger erkennen können; sondern was vom physikalischen Raum wir erkennen können, das zeigt uns wie weit das Primäre geht & wie wir den physikalischen Raum zu *deuten* haben.

X Wenn man sagt, daß ~~eine Erfahrung~~ das Zutreffen eines Ereignisses von dem uns bekannt ist daß ~~sie~~ es einmal in der unendlichen Zukunft eintreten wird gänzlich unbekannt ist so ist das – glaube ich – ganz analog dem was die Gleichsetzung von $0{\cdot}\dot{9}$ & 1 bedeutet

/ Wie ist aber die Analyse eines Satzes von der Form: „der rote Fleck *a* liegt irgendwo zwischen *b* & *c*"? Hier heißt es nicht „dem Fleck *a*



entspricht eine der unendlich vielen Zahlen zwischen den Zahlen von b & von c. (es handelt sich nicht um eine Disjunktion) Es ist klar, daß die unendliche Möglichkeit der Lagen von a zwischen b & c in dem Satz nicht ausgesprochen wird. Wie

Haben wir hier nicht einen Fall wo die Allgemeinheit nicht auf Produkt oder Disjunktion reduziert werden kann? Was heißt es, wenn ich sage alle (unendlich vielen) Sätze einer bestimmten Form sind wahr? Bedeutet ein endloses logisches Produkt etwas? Ist es nicht eo ipso <u>unbestimmt</u>?
Aber ist es nicht durch eine Regel bestimmt? Nein, denn die Regel bestimmt nur unendlich viele endliche Produkte aber kein unendliches Produkt, es sei denn daß man hierunter die Regel selbst versteht; dann aber gehören endlich & unendlich verschiedenen Kathegorien an. Die Regel bestimmt nur insofern ein unendliches log. Produkt als sie sich selbst bestimmt.

*Kann ich denn aber nicht sagen: „Jede Gleichung von <u>dieser</u> Form ist richtig" & wenn das aber kein log. Produkt ist, was ist es dann? Durch welche Fakten wird denn so ein Satz wahr bezw. falsch gemacht? Wahr durch kein Produkt, Falsch durch <u>eine</u> Gleichung die nicht stimmt.
Man kann nicht sagen: wenn wirklich alle Gleichungen stimmen ist aber

auch in dem Satze „ich habe ihn im Zimmer eingesperrt" nicht irgendwie die unendlich vielen Möglichkeiten der Stellung des Eingesperrten im Zimmer eine Rolle spielt.

* Wie sind die Sätze zu analysieren: „der Stab ist zwischen 3 & 4 m lang" und „der Stab ist länger als 3 m"?

* Wie lautet die Analyse des Satzes „$4 > 3$"? Ich dachte früher „$(\exists n)\, 3+n=4$", und so ist es auch, nur daß das $(\exists n)$ hier natürlich nicht extensiv zu verstehen ist, sondern bedeutet daß die Gleichung $3+n=4$ (~~wenn positiv~~ wo n eine positive ganzzahlige Variable ist) lösbar ist.

* Ist $L4$ so ist es klar daß die Länge des Stabes zwischen 2 & 5 liegt. Und die Form Ln muß doch in jedem Fall bestehen. Gibt es eine Variable $2<n<5$ so muß ich aber auch schreiben können $L(2<n<5)$ und diese Form hat nun die unendlichen Möglichkeiten, die ich nicht explicit werden lassen darf. Die Schwierigkeit aber ist daß aus $L4$ folgen muß daß $L(2<n<5)$! Es scheint doch klar, daß man den Satz durch $(\exists\, 2<n<5) \cdot Ln$ ausdrücken kann. ∗

Satz in Ordnung. Das scheint Unsinn zu sein. Was macht ihn also wahr? (Denn was ihn wahr macht das sagt er!)

Wenn er durch kein endliches Produkt wahr gemacht wird, so heißt das: er wird durch <u>kein</u> Produkt wahrgemacht. Und darum <u>ist</u> er kein log. Produkt.

* Ist es aber wahr daß jemals ein Satz $(x)\,\varphi x$ das gleiche ist wie ein log. Produkt?

* Der Satz: „Nur a ist im Zimmer" wäre $\varphi a \,.\, \sim(\exists x y)\,\varphi x \,.\, \varphi y$
oder „es ist niemand im Zimmer"
$(x) \sim\varphi x$. d.h. $\sim\varphi a \,.\, \sim\varphi b \,.\, \sim\varphi c$ etc etc (?)
Ist es nun wahr daß ich mit „es ist niemand im Zimmer" meine: a ist nicht im Zimmer & b ist nicht im Zimmer etc etc.

Meine ich also mit $(x) \sim\varphi x$ wirklich $\sim\varphi a \,.\, \sim\varphi b \,.\, \sim\varphi c$ etc etc.

Das erste was man darauf sagt ist: wenn ich „$(x) \sim\varphi x$" sage, so denke ich gar nicht an alle Leute die nicht im Zimmer sind.

* Wenn ich sage: Ich habe nur diese drei

 hier keine Disj

ebenso klar ist daß das $(\exists 2<n<5)$ keine unendliche Disjunktion bedeutet.

/ Angenommen in einem Spiel lautete eine Spielregel: „Man schreibe einen Bruch auf der zwischen 0 & 1 liegt". Ist diese Regel nicht verständlich? Braucht hier eine Grenze gegeben zu werden? Und wie wäre es mit der Regel: „Man schreibe eine Zahl auf größer als 100"? Beide scheinen ganz & gar verständlich!

× Es ist ganz als enthielten alle diese Sätze keine Allgemeinheitsbezeichnung sondern eine echte Variable!

× Es ist auch als wäre in den Sätzen eine echte, nicht weiter auflösbare, Ungenauigkeit!

× Was ich hier meine hängt unmittelbar damit zusammen daß die Wahrheitsmöglichkeiten der Gradangaben andere sind als die unabhängiger Sätze. Aber daraus folgt doch nur daß das $(\exists n)$ hier die ausschließende Disjunktion bedeuten muß $(p \vee q . \sim(p . q))$.

Bleistifte, so ist es doch ausgeschlossen daß dieser Satz von allen Bleistiften handelt die es gibt oder auch nur die ich kenne.

* Oder wenn ich sage: „schau, auf diesem Tisch liegt kein Bleistift" so beinhaltet doch das keine Aufzählung aller Bleistifte die nicht da liegen.

Daß auf dieser weißen Fläche kein schwarzer ~~Fleck~~ Punkt ist, das sehe ich daran daß sie ganz weiß ist. Aber was heißt das? Heißt es daß alle Punkte weiß sind?

* Man könnte fragen: Was sagt $(x)\ 2x = x+x$? Es sagt daß alle Gleichungen von der Form $2x = x+x$ richtig sind. Aber heißt das etwas? Kann man sagen: Da ich sehe daß alle Gleichungen dieser Form richtig sind, so kann ich jetzt schreiben „$(x)\ 2x = x+x$"?

– Ihre Bedeutung muß aus ihrem Beweis hervorgehen. Was der Beweis beweist das ist die Bedeutung des Satzes (nicht mehr & nicht weniger)

* Was würde das heißen: $\sim(\exists 2<n<5)\sim Ln$? Es ist offenbar Unsinn.

* Ich möchte sagen: Der Satz sagt nicht „Es gibt einen Punkt zwischen 2 & 5 in dem der Stab endet", sondern „<u>der Endpunkt des Stabes</u> liegt zwischen 2 & 5".

* „Es gibt eine Zahl zwischen 3 & 4, die × die Länge des Stabes bezeichnet".
Wie sieht man denn das daß wahr ist? (Es entspricht hier etwas dem Beweis in der Mathematik)

* Der Ausdruck „es gibt eine Zahl zwischen 3 & 4, die die Länge bezeichnet" ist darum verdächtig weil er unsinnig wird, wenn man das „zwischen 3 & 4" wegläßt. Freilich gibt es eine <u>Zahl</u>! Was sonst! Die Länge des Stabes ist zwischen 3 & 4 (denn die Länge eines Stabes ist eben eine Zahl.)

* „Die rotgeschriebene Zahl (n) ist größer als 3".

/ Der Satz, daß einmal – in der unendlichen

Meine Theorie soll darin gipfeln: Es gibt keinen <u>unendlichen Satz</u>.

~~Oder auch: Man kann nicht~~

Wenn ich also sage $(\exists x)\, \varphi x$ so darf das nicht von der Unendlichkeit der Zahlenreihe Gebrauch machen, — denn tatsächlich wenn der Satz stimmt, so wird er eben durch einen richtigen Satz φn bewiesen wo n irgend eine endliche Zahl ist. In diesem Satz kann also die unendliche Möglichkeit aber nicht die unendliche Wirklichkeit mitspielen.

Die unendliche <u>Möglichkeit</u> ist durch eine Variable vertreten, die eine unbegrenzte <u>Möglichkeit</u> der Besetzung <u>hat</u>, und auf andre Art darf das Unendliche nicht im Satz vorkommen.

2/

$\sim 5+4=8$

$\sim 5+4=8 \,.\, \sim 5+5=8$

$\sim 5+4=8 \,.\, \sim 5+5=8 \,.\, \sim 5+6=8$

———

Die unendliche Vorschrift diese endlichen Sätze zu bilden ist ganz klar. — kann ich nun aber nicht im

Zukunft das Ereignis A eintreten wird, ist mit jeder Erfahrung vereinbar. Das heißt, dieser Satz sagt nichts. Aber ist er dann nicht wenigstens auf der Stufe einer Tautologie?

* Gebe ich einem Punkt gewisse Koordinaten so ist seine Lage bestimmt. Gebe ich ihm nur x & y so hab ich nichts gesagt, nichts bestimmt; gebe ich ihm aber $3 < x < 5$ etc so bestimme ich etwas & lasse etwas offen.

~~Es scheint doch ein $(\exists x)$ in eigentlichen Sätzen zu geben, wenn auch nicht als logische Summe & ist das nun dasselbe wie in der Arithmetik??~~

* Alles was nötig ist, ist daß die unendliche Möglichkeit nirgends explizit vorkommt.

* Aber wird diese Möglichkeit nicht nur dort explicit wo man von $\boxed{\exists x}$ auf (x) übergehen kann?

Ist nicht dort wo dieser Übergang nicht

irgend einem f, zu sagen daß alle so gebildeten Sätze wahr sind? Und woher weiß ich es denn? Durch einen Beweis mit variablen Zeichen?

*Ich zeige es für <u>n</u> daher gilt es jetzt für <u>jede</u> Zahl, aber nicht für <u>alle</u> Zahlen. Das ist aber auch nur bei Scheinsätzen möglich, daß man etwas an einer Form demonstriert! ~~[illegible]~~ Bei wirklichen Sätzen geht das nicht.
Und die Demonstration ist ja die Form des Satzes.

*Kann man sagen: alle so gebildeten Sätze sind wahr? Man kann sagen: dieses Bildungsgesetz ergibt <u>lauter</u> wahre Sätze. In Zeichen ist das aber nicht die Behauptung eines log. Produkts sondern die Behauptung eines variablen Satzes. Und diese Behauptung bedeutet nichts anderes als daß, was ich demonstrieren ~~[illegible]~~ will, sich schon an der allgemeinen Form demonstrieren läßt.

*
„Ein Satz dieser Form ist wahr" das müßte quasi

möglich ist, dadurch alles in Ordnung ~~[illegible]~~ gebracht?

*Wie erkläre ich das „alle" in „alle Punkte dieser Strecke sind schwarz"? ~~[illegible]~~ D. h. z.B. Alle Zahlen von 0 bis 1'5 bezeichnen schwarze Punkte.

*Es gibt einen wesentlichen Unterschied zwischen $(\exists x)$ & $(\exists n)$; $(\exists n)\,\varphi n$ ist in gewissem Sinne ungenauer, beiläufiger als z.B. $\varphi 4$. Während man nicht sagen kann das $(\exists x)\,fx$ ungenauer ist als fa (wenn sich hinter diesem nicht wieder eine Zahlangabe verbirgt)

*(Alle diese Probleme hängen – glaube ich – irgendwie mit dem Problem der Wahrscheinlichkeit zusammen)

*Es gibt in der gewöhnlichen Allgemeinheit nichts Analoges zu ~~[illegible]~~ den Begriffen zwischen & größer als.

durch eine andere Art von Variablen ausgedrückt werden.

(Es gäbe dann also allgemeine Gleichungen die ausdrückten, daß *eine* Gleichung *dieser* Form richtig ist.)

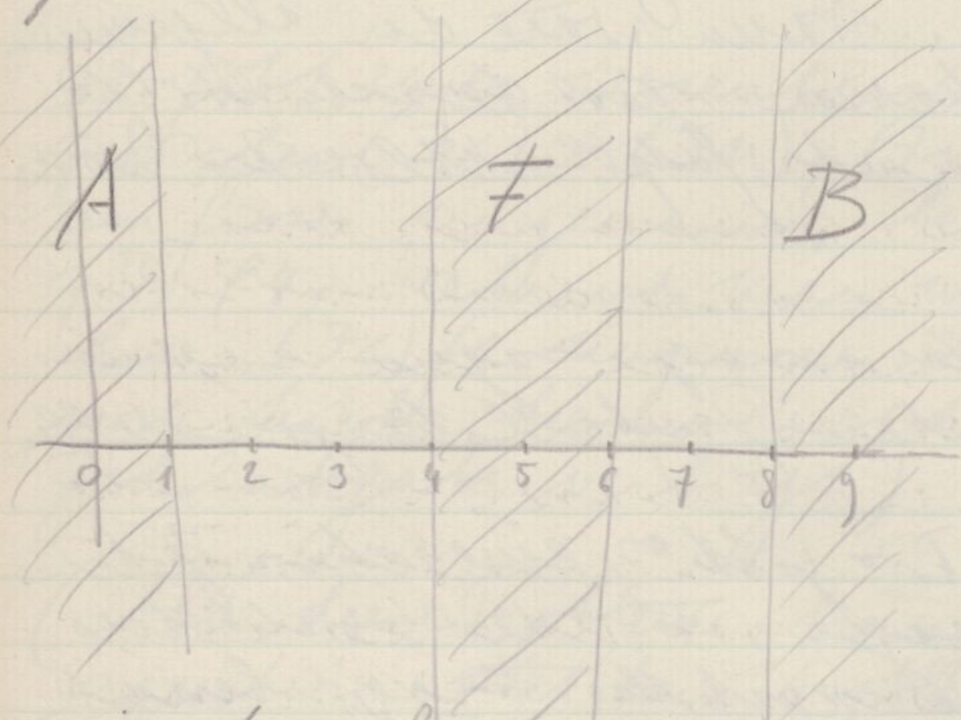
Man könnte auch so sagen: Was diese Form hat, ist wahr. Dann wäre der allgemeine Satz nur ein Schema mit dessen Hilfe wir auf bestimmte Sätze schließen könnten.

Es ist unmöglich – so zu sagen – einen mathematischen Zufall herzustellen.

In der Frage – z.B. – gibt es eine chrom. Zahl könnte man sagen: Findet sich eine solche Zahl, dann ist die Frage beantwortet: es gibt eine chrom. Zahl. Findet sich keine, so ist damit nichts bewiesen. Aber ein *Beweis* ist doch denkbar daß es keine gibt. Was beweist der aber? Er beweist daß die Annahme n sei eine solche Zahl zu Widersprüchen gegen die Bildungsgesetze der beiden Reihen führt. Es ist also bewiesen daß *n* keine chrom. Zahl ist.

(bestimmt was der Beweis nicht ergibt →

/



Es hat Sinn zu sagen daß F zwischen 1 & 8 ist weil diesen Zahlen Farbgrenzen im Gesichtsfeld entsprechen. Hat es aber auch Sinn zu sagen F liegt, z. B., zwischen 3 & 7 wenn diesen Zahlen nichts im Gesichtsfeld entspricht? Ich glaube nicht!

Ist bewiesen worden daß „für alle Werte von n n keine chrom. Zahl ist"? Nein! Es ist merkwürdig, daß wir hier annehmen etwas bewiesen zu haben was beim Beweise nicht herauskommt! (Wenigstens nicht, wenn wir nicht einen unerlaubten Übergang machen.)

+ Der algebraische Beweis war die allgemeine Form eines Beweises, den ich auf jede Zahl anwenden kann. Wenn ich auf diesen Beweis hin sage ich habe demonstriert „es gibt keine chrom. Zahl" dann sagt dieser Satz offenbar etwas anderes als „$\sim(\exists n).\mathrm{Chr}\,n$". Und was sagt dann der Satz: „es gibt eine chr. Zahl"? Er sollte ~~doch~~ das Gegenteil dessen behaupten was jener Beweis demonstriert. Dann aber sagt er nicht „$(\exists n).\mathrm{Chr}\,n$".

+ Wenn man den falschen Übergang von dem variablen Satz zum allgemeinen Satz macht (wie Russell & Whitehead es für erlaubt erklärten) dann scheint der Beweis nur eine Erkenntnisquelle des allgemeinen Satzes statt die Analyse seines eigentlichen Sinnes.
zu sein (?

Auch in der Teilung des Gesichtsfeldes gibt es nur eine endliche Wirklichkeit, wenn auch unendliche Möglichkeit.

/ Die Frage ist: kann ich in einem Satz eine Bestimmung offen lassen ohne zugleich genau anzugeben, was die offengelassenen Möglichkeiten sind?

* Ich sagte oben, daß die Angabe, ein bestimmtes Ereignis werde einmal (ohne nähere Bestimmung) eintreten, nichts sagt, weil sie mit jeder Erfahrung in Einklang zu bringen sei. Aber ist das wahr? Ist sie denn mit der Erfahrung verträglich daß das Ereignis schon geschehen ist?

* Ist nicht jene Angabe, wenn man sie nur als Angabe einer Richtung (als Pfeil) & weiter nichts auffaßt ganz in Ordnung?

* Und muß das nicht analog dem Fall $(\exists n) \cdot (E n x) \varphi x$ geschehen – wo die

1 Dann könnte man auch sagen: der Satz ist viel-
leicht richtig obwohl man ihn nicht
beweisen kann.

* Wenn dieser Beweis den Satz liefert $Fa \neq fa$,
was ist nun hier gerade das Gegenteil?
(doch – in unserem Sinne – nicht $Fa = fa$)
Ich habe hier ja nur eine Form, von
der ich bewiesen habe daß sie gewisse Eigen-
schaften hat. Vermöge dieser Eigenschaf-
ten kann ich sie nun in gewisser Weise
anwenden, nämlich um in jedem einzel-
nen Falle zu zeigen, daß die betreffende
Zahl nicht chirm. ist. Jene Form kann
ich zwar verneinen aber das gibt nicht den
gewünschten Sinn und nun kann ich nur
noch den Beweis verneinen. Was heißt das
aber? Es heißt natürlich nicht daß er
falsch – fehlerhaft – geführt ist, sondern
daß er sich nicht führen läßt. Das
heißt dann: Aus den Formen um die es
sich handelt, geht dieselbe Gleichheit nicht
hervor; die Formen schließen die Gleich-
heit nicht aus. Aber wer denn sonst?
hängt denn die Entscheidung von noch
etwas anderem ab? Kann es also sein, daß

unendliche Möglichkeit der Zahlen durch die Wirklichkeit der Gegenstände fixiert wird?

Das heißt: Ist es nicht ganz in Ordnung „$(\exists\ 3<n<4)$" zu schreiben, solange nur was danach kommt die Grenzen der endlichen Wirklichkeit bestimmt?

Erstens: Wenn es im Spiel heißt „schreibe eine Zahl auf zwischen 3 & 4, so ist die Wirklichkeit begrenzt durch die physische Möglichkeit.

Wenn es aber heißt: der Fleck F liegt zwischen A & B so ist hier die Möglichkeit im Endlichen fixiert durch die Unmöglichkeit im Gesichtsraum zwischen gewissen Bruchteilen zu unterscheiden. Wäre diese Unmöglichkeit nicht vorhanden, so hätten wir eben eine unendliche Realität. Wir müssen uns nämlich daran erinnern, daß es falsch ist zu sagen, es gäbe zwar im Gesichtsraum die unendliche Teilung (ich sage nicht „Teilbarkeit") wir könnten sie nur nicht unterscheiden. Sondern die Gleichheit nicht vorhanden ist & die Form φξ nicht ausschließt?

* Denken wir uns dasselbe in einem endlichen Intervall: Ich würde also sagen, im Intervall von 1 bis 10 ist keine chrom. Zahl obwohl die Formen es nicht ausschlössen. Ist das nicht Unsinn! — Ist es aber nicht möglich daß die Untersuchung für jede einzelne Zahl, die ja auch eine Untersuchung der Formen ist, der einzige Beweis des tatsächlichen ~~[illegible]~~ Sachverhaltes ist? Auch dann würde „es gibt keine chr. Zahl" sagen, Fa ≠ fa ist mit den Formen F & f nicht „verträglich", nur könnte man das nie wissen.

* Wie stellt sich der Satz dar: „n ist durch m nicht teilbar"?

\+ Kann man sagen: Die Division (& Subtraktion) von Cardinalzahlen liefert immer ein Resultat und zwar immer zwei Zahlen: Bei der Division heißen die beiden der Quotient & der Rest. So ist $\frac{14}{4} = (3; 2)$. Das könnte aber nur heißen daß man 3 & 2 in zwei was wir nicht unterscheiden das gibt es in der primären Welt nicht.

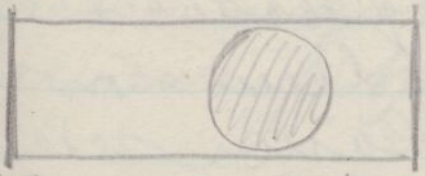
Wenn es also heißt „$(\exists 1 < n < 2) Ln$" so wäre ist es unsinnig als einen möglichen Wert von n einen Bruch anzunehmen der nicht im Gesichtsfeld zu unterscheiden ist.

/ Es erklärt sich ~~wa~~ warum diese Allgemeinheitsbezeichnung ~~zu diese~~ ~~Eigenheit~~ die Bedeutung einer Variablen zu haben scheint). Sie ist im Grunde keine Allgemeinheitsbezeichnung – sondern eine Variable – denn sie bestimmt nicht eine Allgemeinheit von Werten die in Disjunktion stehen ?stehen sondern sie hält sozusagen einen Raum frei für Werte die eine andere ~~Instanz~~ bestimmt.

/ (Selbstverständlich:)
Aber wenn ich immer nur endlich viele Dinge, Teilungen, Farben etc. sehe dann gibt es eben überhaupt keine Unendlichkeit; in keinem Sinne. Das Gefühl ist hier: wenn ich immer nur so wenige sehe, so gibt es

verschiedenen Formen als Resultate der Operation $\frac{14}{4}$ auffasst. Gleichsam als könnte man schreiben $\frac{14}{4} \begin{smallmatrix} = 3 \\ = 2 \end{smallmatrix}$ so dass bei der gleichen Operation so zu sagen aus verschiedenen Öffnungen [Röhren] verschiedene Zahlen flössen.

Oder $Q\frac{14}{4} = 3$, $R\frac{14}{4} = 2$ wo natürlich $Q\frac{14}{4}$ & $R\frac{14}{4}$ verschiedene Operationen sind die allerdings eine interne Verwandschaft haben. „$R\frac{m}{n} \neq 0$" heisst dann: m ist nicht durch n teilbar & „$R\frac{m}{m-1} \neq 0 \cdot R\frac{m}{m-2} \neq 0 \cdot \ldots R\frac{m}{2} \neq 0$" heisst: m ist eine Primzahl.

* 

Wie ist der Satz zu erklären: „Der rote Kreis liegt zwischen den beiden lotrechten Strichen"? Er scheint von der Form $(\exists n) fn$ zu sein. Und n kann unendlich viele Werte haben.

* Ist es gar nicht wahr, dass $(\exists x) \varphi x$ immer als Disjunktion dargestellt werden kann? Ist das nur in speziellen Fällen möglich. Wie sich ja oft in besonderen Fällen eine Form auf eine andere reduziert.

überhaupt nicht mehr. Wie wenn der Fall der wäre: Wenn ich nur 4 sehe so gibt es eben nicht 100. Aber die Unendlichkeit hat nicht den Platz einer Zahl. Es ist ganz richtig: Wenn ich nur 4 sehe so gibt es nicht 100 & auch nicht 5. Aber es gibt die unendliche Möglichkeit, die von einer kleinen Zahl ebenso wenig nicht weniger ausgefüllt wird wie als von einer großen. Und zwar tatsächlich darum weil sie selbst _keine_ Größe ist.

Wir wissen natürlich alle, was es heißt, daß es eine unendliche Möglichkeit & eine endliche Wirklichkeit gibt, denn wir sagen, die Zeit & der physikalische Raum seien unendlich aber wir könnten immer nur endliche Stücke von ihnen sehen oder durchleben. Aber woher weiß ich dann überhaupt etwas vom Unendlichen? Ich muß also in irgend einem Sinne zweierlei Erfahrungen haben: Eine ~~[illegible]~~ des Endlichen, die es nicht übersteigen kann [diese Idee des Übersteigens an sich ist schon unsinnig] & eine des Unendlichen. Und so ist es auch. Die Erfahrung als _Erleben_ der Tatsachen gibt uns das Endliche;

(Etwa q.q – für p–q – auf p).

*Kann man eben nur sagen: „$(\exists x)\varphi x$ ist wahr wenn irgend ein Satz von der Form „φx“ wahr ist“? Und wie wäre es mit „$(x)\varphi x$“ sollte man erklären, daß dieser Satz wahr ist wenn alle Sätze von der Form φx wahr sind?

*Ist es so daß man die allgemeinen Sätze als die primären betrachten sollte?

*Es wäre dann das log. Produkt zweier Elementarsätze nur ein Spezialfall eines allgemeinen Satzes; etwa so: $x=a . y=b \supset_{xy} \varphi x . \psi y$?

*Man könnte sagen „alle Sätze von dieser Form“, aber auch „alle diese 3 Sätze“ oder „alle Sätze von diesen dreien“.
Also etwa „alle Sätze von diesen beiden sind wahr“. Wie man ja wirklich sagt „<u>jeder</u> dieser beiden Sätze ist wahr.

*Und da hätten wir die vollständige Übereinstimmung. Und ebenso: „<u>Kein</u> Satz dieser Form ist wahr“ und „<u>kein</u> Satz

Die Gegenstände *enthalten* das Unendliche. Natürlich nicht als eine mit der endlichen Erfahrung konkurrierende Größe sondern intensional. Nicht als ob ich den Raum sähe, der beinahe ganz leer ist und nur mit einer ganz kleinen endlichen Erfahrung in ihm. Sondern ich sehe im Raum die Möglichkeit für jede endliche Erfahrung. D.h. keine Erfahrung kann für ihn zu groß sein, oder ihn gerade ausfüllen. Und zwar nicht etwa weil wir alle Erfahrungen ihrer Größe nach kennen & wissen daß der Raum größer ist als sie sondern wir verstehen daß das im Wesen des Raumes liegt. – Dieses unendliche Wesen des Raumes *erkennen* wir im kleinsten Stück.

/ Das Unsinnige ist schon, daß man so oft ~~man~~ denkt als wäre eine große Zahl dem Unendlichen doch näher als eine kleine.

/ Das Unendliche – wie gesagt – konkurriert mit dem Endlichen nicht. Es ist das, was wesentlich kein Endliches ausschließt.

von diesen beiden ist wahr".

* Wenn ich den Satz $\phi(n)$ beweise so liegt die Allgemeinheit dieses Beweises darin, daß es bei ihm auf die besondere Natur der Zahl n nicht ankommt — daß diese im Beweis keine Rolle spielt. Der Beweis wird sich also — oder kann sich doch — von dem Beweis für $\phi(7)$ unterscheiden.

/ Den mathematischen Satz kann man sich vorstellen als ein Lebewesen das selbst weiß, ob es wahr oder falsch ist.
(Zum Unterschied von den eigentlichen Sätzen)

Der mathematische Satz weiß selbst ~~daß~~ daß er wahr oder daß er falsch ist.

/ Der mathematische Satz weiß es ob er wahr oder falsch ist. Wenn er von allen Zahlen handelt so muß er auch schon alle Zahlen übersehen.

/ Wie der Sinn, so muß auch seine Wahrheit oder Falschheit in ihm liegen.

/ Zu diesem Satze haben wir das Wort „kein"
und das darf wieder nicht als Ausdruck
einer unendlichen Conjunktion verstanden
werden, sondern „wesentlich kein" gehört zu-
sammen. Es ist kein Wunder daß ich die
Unendlichkeit immer wieder nur durch
sich selbst erklären kann d.h. <u>nicht
erklären</u> kann.

/ Der Raum hat keine Ausdehnung
nur die räumlichen Gegenstände sind
ausgedehnt, aber die Unendlichkeit ist
eine Eigenschaft des Raumes.
(Das schon zeigt, daß sie keine un-
endliche Ausdehnung ist)
Und dasselbe gilt von der Zeit u.a.

/ Wie ist es mit der unendlichen Teilbarkeit?
Denken wir daran, daß es einen Sinn hat,
zu sagen, daß <u>jede</u> endliche Zahl von Teilen
denkbar ist, aber keine unendliche. daß
aber eben darin die unendliche Teilbarkeit
besteht!
Hier aber heißt nun „jede" nicht, daß die
<u>Gesamtheit aller</u> Teilungen denkbar ist
(die ist es nicht denn die gibt es nicht),

/ Es ist als wäre die Allgemeinheit eines Satzes wie „(n) ~ Chr n" nur eine Anweisung auf die eigentliche, wirkliche, mathematische Allgemeinheit eines Satzes. Gleichsam nur eine Beschreibung der Allgemeinheit, nicht diese selbst. Als bilde der Satz nur auf rein äußerliche Weise ein Zeichen, dem man erst von Innen Sinn geben muß.

/ Wir fühlen: die Allgemeinheit, die die mathematische x Behauptung hat ist anders als die Allgemeinheit des Satzes der bewiesen ist.

/ In welchem Verhältnis steht ein Problem der Mathematik zu seiner Beantwortung?

?

x Was würde man dazu sagen: Es ist möglich, daß die Zahl 7865 eine chrom. Zahl ist, daß es sich aber nicht beweisen läßt.

x ~~Wa~~ Die Behauptung daß die Zahl 46 es ist, steht zu ihrem Beweis in demselben Verhältnis, wie jede allgemeine Behauptung zu ihrem Beweis.

sondern die Variable: „Teilbarkeit" (d.i. den Begriff der Teilbarkeit) gibt es, die der wirklichen Teilbarkeit keine Grenzen giebt; und darin besteht ihre ~~un~~ Unendlichkeit.

Wie aber konstruieren wir eine unendliche Hypothese, etwa die unendlich vieler Fixsterne (daß sie schließlich nur einer endlichen Realität entsprechen kann, ist klar) —? Sie kann wieder nur durch ein Gesetz gegeben sein. Denken wir an die unendliche Reihe roter Kugeln. — Denken wir an einen unendlichen Filmstreifen! (Er gäbe die Möglichkeit für alles Endliche was auf der Leinwand geschieht) Er
eines unendlichen Streifens
ist der typische Fall einer unendlichen Hypothese. Es ist uns klar daß ihm keine Erfahrung entspricht. Er existiert nur im „zweiten System" also in der Sprache; wie aber ist er hier ausgedrückt? (Wenn sich ein Mensch einen unendlichen Streifen vorstellen kann, dann gibt es die unendliche Realität für ihn & auch das „eigentlich unendliche" in der Mathematik). Er ist ausgedrückt durch einen Satz ~~[illegible]~~ der

* In der Mathematik nehmen wir einen allgemeinen Beweis für den Beweis einer Allgemeinheit.

/ Man könnte sagen: Ein mathematischer Satz ist der Hinweis auf einen Beweis.

* Was aber wenn noch kein Beweis vorhanden ist? Dann weist der Satz noch zwei Richtungen ins Leere.

/ (Eine Allgemeinheit kann nicht zugleich empirisch und beweisbar sein.)

/ Wenn ein Satz einen bestimmten Sinn haben soll (und sonst ist er unsinnig) so muss er seinen Sinn ganz erfassen – ganz übersehen; die Allgemeinheit hat nur dann einen Sinn wenn sie – d.h. alle Werte der Variablen – völlig bestimmt ist.

* Auch der allgemeine mathematische Satz ist eine Gleichung. –

* Wenn ich sage (n) ~ch n so ist es so wie die Gleichung 278 × 596 = 127364. Ich weiß

Art $(v) \cdot (E v x) \cdot \varphi x$. Alles was sich auf die unendliche Möglichkeit bezieht also alle unendlichen Aussage über die Film sind im Ausdruck der ersten Klammer wiedergegeben & die Wirklichkeit die diese Möglichkeit einschränkt in der zweiten Klammer.

Was ~~nützt~~ hilft uns die unendliche Teilbarkeit einer Strecke, wenn sie wesentlich in jedem Fall endlich eingeschränkt wird.

Denken wir uns nur das schwarz-weiß gestreifte Feld mit den dünnsten Streifen, die wir noch sehen können. Sind diese für uns die unteilbaren einfachen Elemente des Gesichtsfeldes? Nein! Wir erkennen sie als teilbar, aber nicht geteilt.

Was aber hat dann die Teilbarkeit mit dem Geteiltsein zu tun, wenn etwas teilbar sein kann was <u>nie</u> geteilt <u>ist</u>?

Ja was heißt in dem primären Gegebenen überhaupt Teil<u>barkeit</u>? Wie kann man hier zwischen Möglichkeit & Wirklichkeit auch beurteilt ob es (sie?) richtig ist.

* Angenommen es wäre 3667 die erste chrom. Zahl; über das weitere wisse ich nichts; dann hat es ja auch keinen Beweis gegeben daß vor 3667 keine chrom. Zahl war. Und wenn ich nun die erste chrom. Zahl weiter & weiter hinausschiebe, komme ich dann nicht dazu, daß es doch keinen Beweis geben braucht, wenn es <u>keine</u> chrom. Zahl gibt? Aber so kann ich doch nie <u>alle Zahlen</u> fassen. Und fassen muß ich sie um etwas über sie auszusagen. Ich fasse sie aber mit dem Begriff.

/ Wenn ich auf einer endlichen Strecke nur durch ~~P~~ Probieren weiterkomme, warum soll es bei einer unendlichen <u>anders</u> sein? Und dann kann ich natürlich nie ans Ziel kommen.

Aber wenn ich auf der unendlichen Strecke nur ~~P~~ schrittweise weitergehe, so kann ich die unendliche Strecke ja überhaupt nicht erfassen.

Ich erfasse sie also auf andere Weise; und wenn ich sie erfaßt habe, aufzuarbeiten.

* Erinnere Dich daran daß „die Strecke a ist teilbar" kein Satz ist, sondern Unsinn, denn, daß sie teilbar ist zeigt die Form ihres Symbols.

* Und bedeutet nun die „unbegrenzte Teilbarkeit" weiter nichts als daß aus dem Symbol für den Raum allein nichts über eine Grenze der Teilbarkeit zu ersehen ist?

/ Es muß falsch sein, wie ich es tue, von der Einschränkung der unendlichen Möglichkeit auf das Endliche zu reden.

Denn so scheint es als wäre eine unendliche Wirklichkeit denkbar – wenn auch nicht vorhanden, also doch wieder, als handelte es sich um eine mögliche unendliche Extension und eine wirkliche endliche.

Als wäre die unendliche Möglichkeit die Möglichkeit einer unendlichen Anzahl.

Und das zeigt wieder, daß wir es mit zwei verschiedenen Bedeutungen des Wortes „möglich" zu tun haben wenn ich sage „die Strecke kann in 3 Teile geteilt so kann der Satz über sie nur so verifiziert werden wie er sie aufgefaßt hat.

/ Er kann jetzt also nicht durch ein endlos gesetztes Schreiten verifiziert werden, denn auch ein solches würde nicht zu seinem Ziel gelangen, da ja der Satz, ebenso endlos, wieder unseren x Schritt x hinausschreiten kann. sondern nur mit einem Schritt wie auch die Gesamtheit der Zahlen nur mit einem Schlage gefaßt werden konnte.

/ Man kann auch sagen: Es gibt keinen Weg zur Unendlichkeit, auch nicht den endlosen.

/ Es wäre etwa so: Wir haben eine unendlich lange Baumreihe und ich ~~[illegible]~~ mache um sie zu inspizieren ihr entlang einen Weg. Sehr gut, so muß ~~er endlos~~ dieser Weg endlos sein. Aber wenn er endlos ist so heißt das eben, daß man ihn nicht zu Ende gehen kann. D.h. er bringt mich nicht ~~[illegible]~~ dazu die Reihe zu über//

werden" & andererseits „die Strecke ist unend-
lich teilbar". (Darauf* weist auch der obere
Satz, der bezweifelt, ob es im Gesichtsraum
wirklich & möglich gibt)

Was besagt es daß ein Fleck im Gesichts-
raum in 3 Teile geteilt werden *kann*? Es
kann doch nur heißen, daß ein Satz, welcher
einen derart geteilten Fleck beschreibt
Sinn hat. (Wenn ~~nämlich~~ es sich nicht um eine Verwechs-
lung der Teilbarkeit physischer Objekte mit
der eines Flecks im Gesichtsraum handelt)

Dagegen bedeutet die unendliche — oder
besser *unbegrenzte* — Teilbarkeit nicht,
daß es einen Satz gibt der eine in unend-
lich viele Teile geteilte Strecke beschreibt,
denn diesen Satz gibt es nicht. Diese
Möglichkeit wird also nicht (wie die obere)
durch eine Wirklichkeit der Zeichen ange-
zeigt sondern durch eine Möglichkeit
anderer Art der Zeichen selbst.

/ Wenn man sagt: der Raum ist unendlich
teilbar, so heißt das eigentlich: der Raum
besteht nicht aus einzelnen Dingen (Teilen).

/ Die unendliche Teilbarkeit bedeutet in gewissem schein (eingestandenermaßen nicht).

Der endlose Weg hat nämlich nicht ein „unendlich fernes" Ende sondern kein Ende.

Es ist nicht etwa nur „für uns Menschen" unmöglich alle Zahlen successive zu erfassen sondern es ist unmöglich, es heißt nichts.

Man kann auch nicht sagen: „der Satz kann alle Zahlen nicht successive erfassen so muß er sie durch den Begriff fassen", als ob das faute de mieux so wäre: „weil er es so nicht kann, muß er es auf die andere ~~Weise tun~~ Art tun."
Aber so ist es nicht: Ein successives Erfassen ist schon möglich, nur führt es eben nicht zur Gesamtheit. Die Gesamtheit aber ist nur als Begriff vorhanden.

Auch wenn ich sage „aus (n) Fa folgen alle Sätze Fa", so muß ich richtig sagen „folgt jeder Satz Fa" (hier ist Σ richtig

Sinne, daß der Raum unteilbar ist. Daß eine Teilung *ihn* nicht tangiert. Daß er *damit* nichts zu tun hat: *Er* besteht nicht aus Teilen. Er sagt, ~~aufzulegen~~ gleichsam zur Wirklichkeit: Du kannst in mir machen was Du willst. (Du kannst in mir so oft geteilt sein als du willst & *kannst*)

Der Raum gibt der Wirklichkeit eine unendliche Gelegenheit ~~der~~ zur Teilung.

/ Und darum steht in der ersten Klammer bloß *ein* Buchstabe. Offenbar nur eine Gelegenheit, nichts anderes.

/ Wir denken viel zu wenig daran, daß das Zeichen wirklich nicht mehr bedeuten kann, als es ist.

/ Die unendliche Möglichkeit im Symbol bezieht sich – d.h. deutet – nur auf das Wesen der endlichen Extension & läßt eben dadurch ihre Größe offen.

/ Wenn ich sage: „Wenn wir eine unendliche Extension kennten, so wäre es in Ordnung über das eigentlich Unendliche zu einen Unterschied zwischen alle & jeder zu machen – alle gilt für endliche, jeder auch für unendliche Mengen) Jeder beliebige Satz Fa, d.h., jeder der eventuell einmal gebraucht ~~werden kann~~ wird, folgt wirklich aus (x)Fx, aber nie alle Sätze Fa, nämlich aufgefasst als eine unendliche Klasse, als eine unendliche Extension. (?)

D.h. wenn jeder Satz Fa aus (x)Fx folgt so heisst das sozusagen: es folgt aus ihm, was eine gegebene Form hat. Die Anwendung ist eben immer endlich, wenn sie auch endlos ist. Und beim Schließen wird eben der allgemeine Satz von Fall zu Fall angewendet, wie gesagt, endlos zwar, aber immer im einzelnen endlich. D.h. die Endlosigkeit kommt in der Anwendung nicht zum Ausdruck.

*

Ich kann auch so sagen: Nicht „ich kann die unendliche Reihe nicht zu Ende sehen, oder abschreiben" sondern: „es gibt keine unendliche Reihe von Zahlen".

*

Wenn ich also sage: „Alle Zahlen sind

reden", ist wirklich so, wie wenn ich sage „Wenn es den Sinn Abrakadabra gibt, dann ist es in Ordnung von abrakadabrischen Sinneswahrnehmungen zu reden".

Nun könnte man aber fragen: Ist jenes Zeichen mit der unendlichen Möglichkeit wirklich notwendig; ginge es nicht mit der Disjunktion der kleinst-sichtbaren Teile? Nein. Denn mit den Zeichen für die diskreten Teile wäre die Kontinuität nicht darzustellen. — Und wie ist es mit der unendlichen Möglichkeit der Zukunft? Warum muß sie in den Sätzen über zeitliche Dinge zum Ausdruck kommen? Weil wie lange immer ich die Zukunft annehme, eine längere muß angenommen werden <u>können</u>.

Die Möglichkeit des Endlichen ist eben <u>ohne</u> [unendlich] Ende

/ Wir sehen einen kontinuierlichen Farbübergang & eine kontinuierliche Bewegung, aber dann sehen wir eben <u>keine</u> Teile, <u>keine</u> Sprünge (nicht unendlich viele) achrom.", so heißt das: was eine Zahl ist ist achrom. durch diese Begriffe. Dann muß das aber aus diesen Begriffen hervorgehen.

Wie aber im entgegengesetzten Falle: „nicht alle Zahlen sind achrom."? Da scheint es zwei Fälle zu geben: Einige nicht, alle nicht.

*Wir kennen tatsächlich ein Stück der Reihen F n und f n. Die bisher bekannten Stellen sind achrom.. Daraus folgt natürlich nicht, daß alle Stellen achrom. sind, aber die wir als achrom. kennen sind es nicht, aus einem Grunde, der für alle Stellen gilt, sondern jede ist es aus einem Grund, der nur für sie gilt – und uns ist heute kein allgemeiner bekannt. Wäre es aber nicht möglich, daß das für alle Stellen gälte, daß nämlich jede aus einem nur für sie geltenden Grunde achrom. wäre. Das läßt sich gewiss für jede beliebig gegebene Zahl denken. Und hier hätten wir die individuelle Allgemeinheit im Gegensatz zu der, die aus dem Wesen des allgemeinen Begriffs folgt.

* Die obere Erklärung der unendlichen Teilbarkeit trifft nicht das Wesentliche. Das ist vielmehr, daß auch die kleinsten sichtbaren Teile teilbar (wenn auch nicht geteilt) sind, und dies besteht – wie gesagt – darin, daß ein Satz der ein kleinstes sichtbares Stück als geteilt – etwa halbiert – beschreibt, Sinn hat.

* Die gänzliche Verschiedenheit von $(x)\,fx$ & $(n)\,2n = n + n$ kommt mir noch nicht genügend zum Bewußtsein.

* So lange wir nicht feststellen können ob $\sqrt{2} = \sqrt{2}_{555 \to 333}$, so lange dürfen wir das neue Zeichen nicht benützen. Oder ob $\sqrt{2}_{5 \to 3} = \sqrt{2} + n$ (wo n die Differenz von $\sqrt{2}$ & $\sqrt{2}_{5 \to 3}$ bis zu dem weitest errechneten Punkt ist.) Zu sagen, es könnte aber vielleicht bewiesen werden, daß die Frage, ob $\sqrt{2}_{5 \to 3} = \sqrt{2} + n$ oder nicht, unentscheidbar sei, ist Unsinn! Der Beweis könnte nur zeigen, daß die Entscheidung nicht aus gewissen gegebenen Prämissen folgt.

* Welches ~~[illegible]~~ sind aber die Prämissen der Mathematik? Doch wohl die Definitionen

* Ich sage also: Jede Zahl ist achrom. aber jede nur aus einem Grund, der nur für sie gilt (wie es die achrom. Zahlen auch dann sind, wenn es chromatische gibt).
Aber ist das kein Widerspruch?!

/ Ist die Möglichkeit, daß jede Zahl aus einem individuellen Grunde achrom. ist?

/ Das heißt also: kann man das überhaupt sagen, hat dieser Satz einen Sinn?

* Was ist das für ein Satz: „Jeder dieser Leute trägt ein anderes Gewand“? $\sim(\exists x, y)\, \varphi x . \varphi y$

* Und dieser Satz: „Es gibt nur eine endliche Anzahl von achrom. Zahlen“?

* Kann man überhaupt sagen „Es gibt nur 3 Punkte zwischen A & B“? Es scheint offenbar Unsinn zu sein. Wäre es übrigens nicht Unsinn, so könnte man den Satz „es gibt unendlich viele Punkte zwischen A & B“ erklären wie es R. tut.

* (denn die sogenannten logischen Grundgesetze sind keine Tautologien sondern Schlußweisen)

* Was bedeutet es nun, wenn eine Gleichung aus den Definitionen mit Hilfe der zugelassenen Übergänge nicht folgte? Es könnte nur bedeuten, daß die Definitionen oder Übergänge unzureichend sind, oder jene Gleichung unsinnig. Denn daß eine Frage der Mathematik unentscheidbar sei, könnte zweierlei bedeuten: Entweder, daß unsere gegenwärtigen Mittel zur Entscheidung nicht ausreichen, obschon die Frage tatsächlich eine Antwort <u>hat</u>: dann sind die Mittel schuld, und wir könnten mit jeder Entscheidung einen Sinn verbinden, wenn wir auch noch nicht wissen, welche fallen wird. Wir könnten wenigstens ~~fall~~ zufälligerweise das Richtige treffen. – Oder die Frage ist unentscheidbar in dem Sinne, daß ich die Entscheidung, auch wenn sie mir gegeben würde, nicht <u>verstehen</u> kann, weil es keine Einsicht <u>gibt</u> die sie vermittelt; dann bediene ich mich einer Sprache die ich nicht verstehe & die ist Unsinnig.

Es ist aber Unsinn: Bezeichnet man die Punkte mittelst Zahlen – wie man es machen muß – so zeigt sich sofort daß der Symbolismus unendlich viele Punkte zwischen irgend zweien voraussetzt.

/ Das ist natürlich wahr; aber kann man nicht sagen „es gibt unendlich viele rote Punkte zwischen A & B" bezw. „es gibt nur eine endliche Anzahl roter Punkte zwischen A & B"?

Ist hier der Unsinn nicht offenbar der, daß Punkte keine Farben haben?

Unendlich ist eben – wie oft gesagt – nur die Möglichkeit, und man kann auch wirklich nicht sagen: dieser rote Fleck kann in diesem weißen Feld an unendlich vielen Stellen vorkommen! Denn das zeigt sich wieder in der Syntax.

✗ Ich habe gesagt: Wenn man sagt $(n)Fn$, so kann das nur heißen: „was ein Fn ist, ist wahr, dem Wesen der Funktion nach".

Im Falle nun $\sim(n)Fn$, und es nicht

* Daß ein mathematischer Satz beweisbar ist, heißt ja nichts anderes als daß es möglich ist <u>einzusehen</u> daß es so ist. (direkt oder indirekt). Das Einsehen kann nur unmöglich sein, wenn nichts einzusehen da ist. Die Notion prinzipiell unentscheidbarer mathematischer Fragen beruht nur auf der Idee der unendlichen ~~[illegible]~~ Extensionen.

/ Man könnte auch sagen der mathematische Satz ~~[illegible]~~ ist eine Anweisung auf eine Einsicht. Die Annahme daß ihm keine Einsicht entspricht würde ihn zu einem vollkommenen Unsinn machen.

/ Wir können eine Gleichung nicht <u>verstehen</u> wenn wir die Verbindung ihrer beiden Seiten nicht einsehen.

/ Die Unentscheidbarkeit setzt voraus daß zwischen den beiden Seiten sozusagen eine unterirdische Verbindung besteht; daß die Brücke nicht in Symbolen geschlagen werden kann. Aber dennoch besteht:

aus den Begriffen selbst hervorgeht, daß es keine chrom. Zahlen gibt, so ist es schwer sich von der Versuchung freizumachen ~~x~~ die Frage zu stellen: Nun, und kann es nicht doch *tatsächlich* keine chrom. Zahl geben. „Tatsächlich alle" bedeutet eben bei unendlich vielen nichts.

x Das gegenwärtige mathem. Problem lautet tatsächlich: sind die uns als achrom. bekannten Zahlen nur aus ihren individ. Quellen Gründen oder auch aus uns noch unbekannten allgemeinen Gründen achrom..

/ Eine Reihe ist nur eine Illustration zu einem Gesetz.

/ Es ist übrigens merkwürdig und wirft ein Licht auf die richtige Analyse der Farbsätze daß einerseits nur eine Fläche farbig sein kann, andrerseits die Farbe kontinuierlich sich ändern kann. Die „Farbe in einem Punkt" ist dann nur ein Grenzwert.

denn sonst wäre die Gleichung sinnlos. —
Denn die Gleichung deutet eine Brücke an die zwischen den Symbolen geschlagen werden kann.

/ Eine Verbindung zwischen Symbolen die besteht sich aber nicht durch symbolischen Übergang darstellen läßt, ist ein Gedanke der sich nicht denken läßt. Ist die Verbindung da so muß sie sich einsehen lassen.

/ Denn sie <u>besteht</u> wie die Verbindung ~~x~~ von Teilen des meines Gesichtsraumes. Sie ist gleicht keine nicht einer <u>causale</u>n Verkettung. Der Übergang ist nicht durch eine dunkle Spekulation hergestellt von anderer Art als das was er verbindet (wie ein dunkler Gang zwischen zwei lichten Orten).

/ Wäre freilich die Mathematik die Erfahrungswissenschaft von den unendlichen ~~Reihe~~ Extensionen die man nie ganz kennen kann, so wäre sehr wohl eine prinzipiell unentscheidbare Frage denkbar.

R. erklärt „es gibt unendlich viele x die φx befriedigen" so: „Alle Sätze $(\exists 1x)\varphi x$, $(\exists 2x)\varphi x$, $(\exists 3x)\varphi x$ etc. sind wahr". D. h., wenn φx für jede endliche Zahl von x wahr ist, dann ist es für unendlich viele x wahr.

* „Es gibt nur eine endliche Zahl von Werten die φx befriedigen" wäre dann: „Nicht alle Sätze $(\exists 1x)\varphi x$, $(\exists 2x)\varphi x$ etc. sind wahr" oder „es gibt einen Satz $\sim(\exists 1x)\varphi x$, $\sim(\exists 2x)\varphi x$ ..... der wahr ist".

„$(n):(\exists nx).\varphi x$"; so würde so ein Satz nach dieser Auffassung aussehen.

Oder z. B. „$(\exists n):\sim(\exists nx)\varphi x$" Ich halte das für Unsinn.

(So könnte man auch sagen: es gibt unendlich viele *, ⁑ Sterne.)

Wenn ich sage: Jede Zahl ist aus einem individuellen Grunde achrom. so setzt das voraus, daß es unendlich viele individuelle Gründe gibt **und** daß diese etwas ihrem Wesen Gemeinsames haben, welches mir erlaubt den unendlichen Begriff „individueller Grund" zu bilden.

Wie ist es aber mit den Definitionen die Variable enthalten; ist der Definitionsgleichung auch das „(n)" vorzusetzen?

Ich glaube: Entweder überall oder nirgends.

Es scheint mir die Frage ist auf zwei verschiedene Arten zu beantworten: Wenn die Gleichung $2 \cdot n \overset{\mathrm{Def}}{=} n+n$ mir sagen soll daß ich statt des Zeichens „2n" in jedem Zusammenhange das Zeichen „n+n" setzen darf, dann ist n in dieser Definition keine Variable, sondern der Buchstabe „n", der ebensowenig variabel ist wie das Zeichen „a" oder „4". Die Definition ist dann keine allgemeine sondern eine besondere wie $1+1 \overset{\mathrm{Def}}{=} 2$. Es geht daher aus ihr auch nicht eine besondere Gleichung – etwa – $2 \cdot 5 = 5+5$ hervor. Oder aber die Definition ist so gemeint, daß aus ihr – z.B. – $2 \cdot 5 = 5+5$ folgt, dann muß sie „$(n)\ 2n \overset{\mathrm{Def}}{=} n+n$" geschrieben werden.

Nun scheint in einer Definition etwas gegen das „(n)" zu sprechen. Und zwar ist es, daß

/ Man kann auch sagen: Jede Zahl hat eine individuelle Wesenheit & daher individuelle Eigenschaften. Aber die Eigenschaften einer Zahl sind mit ihren internen ~~Eigenschaften~~ erschöpft. Eine Zahl ist nichts mehr als die so und sovielte Zahl; eine andere Eigenschaft hat sie nicht. Also ist mit dem Begriff eine Zahl, d.h. eine „so & sovielte Zahl" zu sein, alles erschöpft was alle Zahlen mit einander gemein haben können. Wenn jede Zahl aus einem individuellen Grunde achrom. ist, so ist das ein genereller Grund, denn jede Zahl ist uns ja nicht anders gegeben als durch den Begriff (– das Wesen –) der Zahl. Wenn „die so & so vielte Zahl zu sein" eine begriffsbildende Eigenschaft unter anderen, die die selbe Klasse bestimmen, wäre, dann könnten alle Zahlen eine gemeinsame Eigenschaft zufällig haben, oder nicht haben. Das Wesen eines Hauses ist z.B. nicht damit erschöpft, daß es das so & so vielte ~~[illegible]~~ in einer Häuserreihe ist; und daher lassen sich auch die Definition *ein* Akt ist. Auch ist es unrichtig daß das Definitionszeichen „Def" daß sie als einen Akt stempelt unter einem anderen Zeichen stehen sollte. Vielmehr muß es heißen „(n).$2n = n+n$ Def" [wo „Def" den ganzen Bereich hat;" & nun gehört dieses Zeichen allerdings nicht mehr *bloß* zum ~~…~~ Gleichheitszeichen. Vielleicht wäre es also richtiger zu schreiben „$2x =_x x+x$ Def"] Aber hier tritt eben das Wesen des intensionalen „(n)" zu Tage. (n) $2n = n+n$ heißt:* „$2n = n+n$ *ohne* Festsetzung über den Wert von „n"". * Die *Allgemeinheit* besteht hier in der *Unabhängigkeit* von ~~…~~ jeder *besonderen* Festsetzung.

* f(a) ist eine Stufe zu (x).fx aber φ4 ist keine Stufe zu (n) φn. (Wahrscheinlichkeit)

* $\left.\begin{array}{l}(\exists x)\cdot x^2 = 2x \\ (x)\cdot x^2 \neq 2x\end{array}\right\}$ Diese beiden sollen einander ausschließen.

$\left.\begin{array}{l}\sim(\exists x)\cdot x = -\frac{1}{x} \\ (x)\cdot x \neq -\frac{1}{x}\end{array}\right\}$ Diese beiden sollen dasselbe sagen. Worin besteht ihr *Beweis* & welchen der ~~…~~ beiden Ausdrücke bringt er uns näher?

an jedem Haus der Reihe Entdeckungen machen die mit der Stellung des Hauses in der Reihe nichts zu tun haben, d.h. nicht durch sie bestimmt ~~ist~~ sind.

Sind aber alle Eigenschaften des Hauses völlig durch seine Stellung bestimmt, so ist etwas was für alle Stellungen gilt, im Begriff der Stellung enthalten.

*Wie ist es aber wenn es tatsächlich eine chrom. Zahl gibt? dann kann es sich in der allgemeinen Form also nicht zeigen, daß alle Zahlen achrom. sind. aber was zeigt sich denn dann in ihr? Etwa, daß es eine chrom. Zahl gibt, wenn auch noch nicht, welche? Ich kann es mir nicht denken. — Wenn es eine unendliche Anzahl von chrom. Zahlen gibt dann muß sich das jedenfalls zeigen und wenn es eine endliche Zahl von chrom. Zahlen gibt dann muß sich zeigen, daß es nach der letzten dieser Zahlen keine mehr gibt.

* Die Allgemeinheit einer Ungleichung wird nicht auf dieselbe Weise bewiesen, wie die Allgemeinheit einer Gleichung. Der Beweis einer allgemeinen Ungleichung ist daß ihre Lösung keine Zahl ergibt. (Vergl. dagegen Weyl)

* Es ist nicht so daß der Beweis des einen Satzes eine Betrachtung des Wesens der Zahl, der Beweis des anderen das Aufzeigen einer Zahl ist. sondern der Beweis ~~[illegible]~~ des ~~[illegible]~~ ersten ist, daß sich die Seiten der Gleichung wegheben oder daß die Gleichung gelöst werden kann, der Beweis des anderen, daß die Lösung ins Leere führt.

* $(\exists x)\, x^2 = 2x$ und $(x) \cdot x^2 \neq 2x$ ~~[illegible]~~ ~~sind~~ widersprechende Gegensätze. Das heißt $(\exists x)\, x^2 = 2x$ und $\sim (x) \cdot x^2 \neq 2x$ sagen das ~~[illegible]~~ Gleiche. Sie werden beide durch den gleichen Sachverhalt wahr gemacht d.h. es entspricht ihnen derselbe Beweis.

* $(\exists x)\, x^2 = 2x$ und $(x) \cdot x^2 \neq 2x$ sind Gegensätze. Aber dann natürlich nur wenn man den einen extensiv, den anderen, faute de mieux, inten-

*Alle die Gleichungen $n \neq 0$, $n \neq 1$, $(\exists a)\, n+a=m$ etc. die eine Zahl(-Art) beschreiben, können durch Definitionen in Variable umgesetzt werden; der Goldbachsche Satz würde ~~[illegible]~~ lauten:

$$(\exists n)\cdot 2n = p \cdot n \neq 0 . \supset_p :. (\exists r,s) \cdot p = r+s : n \neq 0 \cdot n \neq 1 \cdot$$

$$\cdot (\exists a)\, n+a = r \cdot a \neq 0 \supset_n \frac{r}{n} R \neq 0 : n \neq 0 \cdot n \neq 1 \cdot$$

$$\cdot (\exists a)\, n+a = s \cdot a \neq 0 \supset_n \frac{s}{n} R \neq 0$$

Man darf ihn aber auch schreiben

$$(x_g) : (\exists y_p, z_p) \cdot x_g = y_p + z_p$$

indem man definiert:

$$(\exists n)\, p = 2n \cdot n \neq 0 . \supset_p Fp \overset{\text{Def}}{=} (p_g)\, F p_g$$ und

$$(\exists r,s) \cdot F(r,s) \cdot \text{etc. etc.} \overset{\text{Def}}{=} (\exists r_p, s_p) \cdot F(r_p, s_p)$$

/ Das entspricht der Verwandlung eines Relativsatzes in ein Attribut. Statt „es gibt Zahlen die ~~gerade sind~~ prim sind und ~~die~~ der Beziehung F stehen" sage ich „es gibt Primzahlen die etc." und statt „alle Zahlen welche gerade sind ...." sage ich „alle geraden Zahlen ....".

*Wie ist die Addition von Strecken zu erklären? Ist es so daß die Addition der geometrischen sional auffaßt, sondern nur wenn man sie beide als Mathematische Sätze d.h. beide intensional auffaßt.

* Ist es nicht eine unmißverständliche & eindeutige Vorschrift zu sagen: „Schreibe die Ziffern von π an wo aber in π eine „7" steht, ersetze sie durch 5"? Und von dieser Zahl π' wüßte ich nun nicht ob sie gleich oder kleiner als π ist. Aber es muß sich doch beweisen lassen. Es muß entweder ein Gesetz geben, nach welchem eine „7" nicht in π auftreten kann oder eines nach welchem dies unendlich oft vorkommt, oder eines nach welchem es nach einer bestimmten Stelle nicht mehr vorkommt. Jedesmal ist es etwas was im Wesen einer Variablen liegt & nicht in der Extension. (Auch hier ist der Gegensatz den Weyl zu sehen meint nicht vorhanden)

* Der „Satz vom ausgeschlossenen Dritten" gilt.

* Nun könnte man aber fragen: Ist es überhaupt eine Charakteristik eines Gesetzes daß bei seiner Entwickelung eine „7" auftritt?

Strecken der arithmetische Addition entspricht & die Addition farbiger Strecken nur eine Anwendung ist von der in der Mathematik nicht die Rede ist?

* Den Beweis daß es keine größte Primzahl gibt kann man auch meiner Weise progressiv erbringen.

*Woher bezieht das mult. ax. seine Wahrscheinlichkeit? Doch daher daß man im Fall einer endlichen Klasse von Klassen eine Selektion tatsächlich herstellen kann. Wie ist es aber bei unendlich vielen Teil, Klassen? Es ist offenbar daß ich hier nur das Gesetz der Bildung einer Selektion kennen kann.

/ Aus einer endlichen Klasse von Klassen kann ich nun etwas wie eine willkürliche Selektion bilden. Ist das bei einer unendlichen Klasse von Klassen denkbar? Es scheint mir unsinnig zu sein.

?/ Denken wir uns ein endloses Leben & der es lebt wählt nach einander aus den

~~Aber~~ diese Feststellung ist ja Unsinn. Wohl aber hat es Sinn von einem Gesetz zu sprechen das vom Auftreten der „7" in π handelt.

* Und wie ist es mit dem Auftreten von tausend „7" nacheinander?

*Wie ist es denn aber daß man dennoch die obere Vorschrift verstehen & nach ihr handeln kann? [Das hängt damit zusammen, daß eine Vorschrift die sich aufs Unendliche bezieht etwas von einer Tautologie hat. Ich meine, daß sie in einem gewissen Sinne sinnlos aber nicht unsinnig ist, D.h., der Zusatz zum Bildungsgesetz von π „man ersetze „7" durch „5"" kann schlimmsten Falls diesem Gesetz nichts hinzufügen aber er macht es nicht unsinnig.]

*Die Frage wäre aber eigentlich die: Ist dieser Zusatz zum Gesetz von π nur darum verständlich, weil es einen Beweis dafür geben muß in welchem Verhältnis das neue Gesetz zum ursprünglichen steht, wenn ich auch den Beweis nicht kenne. Oder hat mein Verständnis der neuen Vorschrift nichts mit

Brüchen zwischen 1 & 2, 2 & 3, 3 & 4, u.s.w. ad inf. einen beliebigen Bruch aus. Erhalten wir so eine Selektion aus allen jenen Intervallen? Nein, denn er wird *nicht* fertig. Kann ich aber nicht sagen daß doch alle jene Intervalle daran kommen müssen, weil ich keines nennen kann daß er nicht einmal erreichen würde? Aber daraus daß er *jedes* Intervall *einmal* erreichen wird folgt nicht, daß er alle *einmal* erreicht haben wird.

/ Sagen wir so: Folgt daraus daß er jedes einmal erreicht haben wird, daß er alle einmal erreicht haben wird? Gewiss nicht.

/ Aber haben wir denn nicht doch die Beschreibung eines Vorgangs durch den ohne Ende Selektionen erzeugt werden & heißt das nicht eben, daß eine unendliche Selektion gebildet wird? Aber hier ist eben das Unendliche nur in der Vorschrift enthalten.

der Existenz eines solchen Beweises zu tun.

× Der Beweis ist eine Demonstration.

× Es scheint mir, als könnte man eine Vorschrift auf zweierlei Weise auffassen: extensiv & intensional. Extensiv kann ich nur

Rxs lmyy svia ufi svia tzgon, fuw sviapmbrtgorz afifxgaorton!

ein endliches Stück verstehen. — (Die Fortsetzung fehlt mir)

× Was ist das Wesen einer Vorschrift? Daß sie die Möglichkeit zeigt einen Schritt weiter zu machen.

× Denken wir uns diese Vorschrift: Der Bruch soll verlaufen wie π aber abbrechen wenn er zu drei „7" kommt.

× Die Form π' ist ganz in Ordnung & es macht nichts ~~da~~ wenn wir nicht wissen ob es dieselbe Zahl wie π ist oder nicht. Wenn die Vorschrift überhaupt einen Sinn haben soll so muß sich das zeigen lassen. Denn extensiv ins Unendliche kann die Vorschrift

* Ich kann aus jeder beliebig gegebenen Zahl (d.h. also jeder endlichen Zahl) von Klassen eine Selektion bilden und ich kann eine Regel angeben nach der aus jeder beliebigen Zahl von Klassen eine Selektion gewählt werden kann. Diese Regel enthält dann das „ad inf." so wie jene Regel, die die Bildung der unendlichen Klasse von Klassen bestimmt.

Und so wie die unendliche Klasse von Klassen nichts ist als die Regel der Bildung der unendlich vielen endlichen Klassen einer bestimmten Art, so ist die unendliche Selektion aus ihnen nichts anderes als die Regel der Bildung der unendlich vielen endlichen Selektionen.

/ Es hat offenbar einen Sinn zu sagen daß ein Mensch der endlos lebt mit einem 10-flächigen Würfel π würfeln könnte.

Das unendliche Ereignis ist da durch ein Gesetz gegeben.

Kann ich das aber nicht so modifizieren daß er nun zwar endlos würfelt aber

nicht greifen. Und es spricht auch nicht ge-
gen sie daß sie uns verständlich ist
noch ehe wir wissen ob $\pi' = \pi$ oder nicht.
Wir sehen vielmehr gleich, daß sie so ab-
gefaßt ist daß das π nicht unmittelbar
zu erkennen ist. Wenn sie aber als unend-
liche Vorschrift Sinn haben soll, so muß sie
ins Unendliche schauen & das kann sie
nur intensional. Die Vorschrift kann
nicht sagen: wenn je eine 7 kommen
sollte dann ersetze sie durch 5. Die
Vorschrift sieht nur auf den Schritt, der
vor ihr liegt und unsere [unser Zusatz?] Vorschrift
bestimmt offenbar nicht ob dieser Schritt
der von π ist oder nicht. — Die Frage
ob die beiden Vorschriften π & π' iden-
tisch sind oder nicht hat extensiv auf-
gefaßt überhaupt keinen Sinn; intensional
aber muß sie sich entscheiden lassen wenn
die zweite Vorschrift als unendliche Vor-
schrift einen Sinn haben soll. Denn als
endliche Vorschrift hat es allerdings
Sinn zu sagen: schreibe 100 Stellen von π
an & wenn Du auf eine „7" triffst, ersetze
sie durch „5". Es ist aber natürlich
unsinnig zu sagen: schreibe π an &

nicht π würfelt. Gewiss (?)

1 Und zu dem ersten Satz muss man sagen: π würfeln heisst uns dass jeder Wurf mit dem Gesetz von π übereinstimmt denn ~~so~~ π ist ja kein Dezimalbruch sondern nur das Gesetz nach dem unendlich viele Dezimalbrüche gebildet werden können.

Inwiefern ist die (endlose) Zeit eine Möglichkeit & keine Realität? Denn man könnte gegen mich einwenden dass doch die Zeit ebenso eine Realität sein muss wie etwa die Farbe.

1 Aber ist nicht die Farbe allein auch nur eine Möglichkeit solange sie nicht zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort besteht? Die leere unendliche Zeit ist nur die Möglichkeit von Tatsachen die erst die Realitäten sind.

Aber ist nicht die unendliche Vergangenheit erfüllt zu denken & gibt das nicht eine unendliche Realität.

Und wenn es eine unendliche Realität gibt dann gibt es auch den Zufall im Un-ersetze „7" durch „5". Man könnte es auch so sagen: Es ist natürlich unsinnig zu sagen: Ersetze in der Extension von π alle „7" durch „5", dann kriegst Du π'. Fragen wir ob $\pi = \pi'$, so läßt sich das allerdings durch eine differierende Stelle in der Extension zeigen, aber es gehört zur Frage der Identität ob nach dieser Stelle die beiden nun übereinstimmen oder nicht, & diese Frage ist, extensiv aufgefaßt, ins Unendliche hinaus unbeantwortbar & daher unsinnig. [D.h., was ja selbstverständlich ist,*: Das Verhältnis von π & π' ist extensiv nicht zu erfassen & es ist daher unsinnig in dieser Auffassung danach zu fragen] Faßt man π & π' als Vorschriften zur Bildung einer endlichen Zahl von Stellen auf dann wird die Frage ob $\pi = \pi'$ ist, durch diese Stellen entschieden und in dieser Auffassung sind sie tatsächlich im strengen Sinne identisch wenn sich keine Abweichung ergibt. Sie sind daher auch in jedem einzelnen Fall der Anwendung identisch wenn sie in diesem Fall übereinstimmen. In jedem einzelnen Fall ist daher der Zusatz ($7 \to 5$) auch einfach endlichen. Also z.B. auch die unendliche Dezimalzahl die durch kein Gesetz gegeben ist. Damit steht & fällt alles in der R.schen ~~Ab~~ Auffassung.

/ Daß wir die Zeit nicht als unendliche Realität sondern intensional unendlich auffassen zeigt sich so, indem wir uns einerseits einen unendlichen Zeitraum nicht denken können, aber doch sehen daß kein Tag der letzte sein kann, die Zeit also kein Ende haben kann.

/ u. ä. s.: ~~…~~ Die Unendlichkeit liegt in der Natur der Zeit, sie ist nicht ihre zufällige Ausdehnung.

/ Wir kennen ja die Zeit nur – gleichsam – von dem Stück Zeit her was vor ~~uns~~ ~~liegt~~ unseren Augen liegt. Es wäre sonderbar wenn wir so ihre unendliche Ausdehnung erfassen könnten. (in dem Sinn nämlich wie wir sie erfassen würden wenn wir selbst unendlich lang ~~lebten~~ ihr Zeitgenosse wären)

/ Es geht uns mit der Zeit tatsächlich wie extensio zu verstehen. Faßt man aber $\pi + \pi'$ als unendliche Gesetze auf, so ~~wird~~ kann sich der Zusatz nicht ~~mehr~~ länger mehr wesentlich auf die Extension beziehen (wie er es ursprünglich tut) denn ~~kann~~ so könnte er sich nur auf eine endliche Extension beziehen, ~~aber~~ dann aber kann er niemals die neue reelle Zahl bestimmen. Extensiv betrachtet läßt der Zusatz die neue Zahl wesentlich unbestimmt wie jede extensive Bestimmung die unendliche Reihe unbestimmt lassen muss. — Die reelle Zahl *ist* die Vorschrift: Dann muss ich aber alle Eigenschaften dieser Zahl

wzh vrmartv dzh rxs szyv wzh oixs ufi wzv Lrpenkmlsiv gvmzsitg rhg, vrm hvsi *tvhfm-wvi* evihgzmw. Vi rhg lkm tvhfmw trv wvi vrmvh tzma fmtvyrpwvgvm ovmkvivm.

aus ihrer Vorschrift entnehmen können, sie müssen Eigenschaften dieser Vorschrift sein. Bezieht sich die Vorschrift auf die Extension so ist das nicht möglich, sie darf sich daher nicht auf die Extension beziehen.

mit dem Raum. Die erfüllte Zeit die wir kennen ist begrenzt (endlich). Die Unendlichkeit ist eine innere Qualität der Zeitform.

/ Es ~~ist mir~~ erscheint mir etwa so: Ich könnte sagen: Wenn man Stücke von dieser Form  seitlich aneinanderreiht  so kann man nur eine endliche Anzahl mal damit fortfahren weil man zu einem Ende kommt. Dagegen kann man Stücke dieser Form  unbegrenzt aneinander reihen.
Und das liegt in beiden Fällen an der Form des einzelnen Stückes selbst. (Die Analogie stimmt ~~nicht~~ freilich nicht genau, aber etwas an ihr scheint mir richtig.)

/ Was ist eine regellose unendliche Dezimalzahl. Kann man eine ~~eine~~ unendliche Ziffernfolge statt durch ein Gesetz auch durch eine nicht mathematische – also andere – Beschreibung geben?
(Sehr seltsam daß es eine doppelte Art des Erfassens geben soll ‡‡)

/ „Die Zahl die herauskommt, wenn der Mann

Als praktische Anweisung zur Bildung von Näherungswerten von π (oder π') ist die Vorschrift daher im Endlichen festgehalten. Sie läßt sich ~~dann~~ hier extensiv auffassen & andererseits bestimmt sie so auch keine reelle Zahl.

Und das scheint die Lösung zu geben: Als praktische Vorschrift läßt sich π' extensiv verstehen & ist für jeden einzelnen Schritt der Anwendung bestimmt. Aber so verstanden reicht die Vorschrift nur soweit die Anwendung reicht. – Als Vorschrift, abgesehen von der Ausdehnung ihrer Anwendung ~~etc~~, als Vorschrift „die für jeden Fall gilt" muß sie in sich ruhen. sie muß alles in sich tragen.

Die Vorschrift π' hat eine unendliche Möglichkeit in sich. Ich kann keinen wesentlichen Unterschied zwischen π' & π sehen. Es ist auch nur die Verwandtschaft mit π die uns ~~die~~ eine Frage aufdrängt wie „ist $\pi' = \pi$?". —

Aber π' ist nur in der Ordnung, weil es nicht auf Abenteuer ausgeht. Sondern in sich endlos würfelt" scheint unsinnig zu sein weil keine unendliche Zahl heraus kommt.

* Aber ist wirklich nicht eine unendliche Baumreihe denkbar? Oder eine unendliche Reihe roter Kreise in gleichen Abständen?

* Wenn ich eine Reihe von Dingen beschreibe die kein Ende hat, so beschreibe ich doch eine Realität & keine andere als die von endenden Reihen.

* Habe ich z. B. eine Baumreihe und sie hört nicht hier (an einer bestimmten Stelle) auf, warum soll sie je aufhören? — Und doch kann ich sie mir nicht wirklich ohne Ende denken.

/ Warum ist aber ein endloses Leben eher denkbar als eine endlose räumliche Reihe? Irgendwie darum, weil wir das endlose Leben eben nie als abgeschlossen empfinden, während die unendliche räumliche Reihe als ganzes schon vorhanden sein müsste.

wesentlich bestimmt ist.

/ Das Verständnis der Vorschrift & ihrer praktischen Ausführung hilft uns immer nur über endliche Strecken. Um eine reelle Zahl zu bestimmen, muß sie <u>in sich</u> vollkommen verständlich sein. D.h., es darf nicht wesentlich unentschieden sein ob ein Teil von ihr zu entbehren wäre.

/ Denn dann ist sie eben nicht klar gegeben, denn eine Extension, die ihr äquivalent wäre, gibt es nicht & in sich ist sie unbestimmt. π' ginge dann auf Abenteuer <u>aus</u> in den unendlichen Raum.

~~[illegible]~~

* / Wäre die Vorschrift π' aus sich heraus nicht völlig in ihren Eigenschaften zu verstehen, also z.B. auch die Frage ob π' = π nicht entscheidbar, so müßte das daher kommen, daß diese Vorschrift aus heterogenen Teilen zusammengesetzt wäre; dann wäre sie etwa von derselben Art wie die Vorschrift die Ziffern eines Dezimalbruchs durch Würfeln zu erhalten.

* Wie wäre es aber mit einem unendlichen Leben das aus einer anfangslosen Vergangenheit bis jetzt gedauert hätte. Können wir uns das denken? Ich kann es mir nicht denken. Aber ist denn das nicht die sichere allgemein anerkannte Tatsache daß die Welt <u>unendlich alt</u> ist? Und gibt es da überhaupt einen Ausweg?

* Ich könnte es nur dann verstehen, wenn ich mir die Zeit eingebettet denke in einen anderen Raum & sie so als <u>Ganzes</u> auffassen könnte. (Wenn also die Zeit doch endlich wäre.)

* Es ist noch schwerer sich eine anfangslose als eine endlose Realität zu denken.

/ Stellen wir uns einen Mann vor der seit unendlicher Zeit lebt und der uns sagt: „jetzt schreibe ich die letzte Ziffer von π hin nämlich die 3". Er hat an jedem Tag seines Lebens eine Ziffer hingeschrieben und hat niemals damit angefangen; jetzt ist er fertig geworden.

Das scheint völliger Unsinn und eine

Wenn Brouwer die Anwendung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten bekämpft so hat er recht, soweit es sich um ein Vorgehen handelt, das den Beweisen empirischer Tatsachen analog ist. Ich kann in der Mathematik nie etwas auf die Art beweisen: Ich habe zwei Äpfel auf dem Tisch liegen gesehen jetzt ist nur einer da also hat er einen Apfel gegessen. Man kann nämlich nicht mit der Ausschließung gewisser Möglichkeiten eine neue beweisen die nicht mit der Ausschließung der anderen äquivalent wäre. D.h., ~p sagt nur immer ~p aber nie q. Es gibt nur ein contradictorisches Gegenteil das durch reductio ad absurdum der einen Möglichkeit bewiesen wird aber nicht ein konträres Gegenteil, keine echte Alternative. So daß aus ~~p ein neues synthetisches Urteil gewonnen würde. Wären uns Aggregate der Mathematik synthetisch gegeben dann könnte man durch Ausschließung eines Teils das nicht ausgeschlossene bezeichnen & hier wäre der nicht ausgeschlossene Teil der Ausschließung des anderen nicht äquivalent.

Ad-absurdum-Führung des Begriffs einer unendlichen Totalität.

Denken wir uns eine unendliche Baumreihe, ~~etwa~~ alle zwischen 3m & 4m. ~~hoch & alle~~ (verschieden hoch) wenn ein Gesetz gegeben ist nach welchem die Höhe ~~sich ändert~~ wechselt so ist die Reihe durch das Gesetz bestimmt & vorstellbar. (Bez. nehme an die Bäume unterschieden sich durch nichts als ihre Höhe.) Wie aber wenn die Höhe regellos wechselt dann – muss man sagen – gibt es nur eine unendlich lange eine endlose Beschreibung. ~~Das kann ich ~~[illegible]~~ ~~ Aber das ist doch keine Beschreibung! Ich kann mir denken daß es unendlich viele Beschreibungen der unendlich vielen endlichen Strecken der unendlichen Baumreihe gibt aber dann muss ich diese unendlich vielen Beschreibungen durch ein ~~Beschreibung kennen die das~~ Gesetz kennen dem sie oder die Reihe noch gehorchen. Oder ~~ich~~ wenn es kein solches Gesetz gibt brauche ich wieder eine unendliche Beschreibung dieser Beschreibungen und das würde mir wieder zu nichts

* Wenn q aus ~p folgt dann sagt q dasselbe oder weniger als ~p.

/ In der Logik kann man um keine Schwierigkeit herumkommen. (Diese Methode erinnert an das Daumenfangen)

* Schau auf die Struktur trachte nicht um sie herum zu kommen.

Zoovh rhg hl vrmuzxs drv nzm vh mrnng. Fmw zoovh rhg hl drxsgrt drv nzm vh zfuuzhhg. (Wzh rhg wzh Tvsvrnmrh zoovi Pfmhg.)

* Der menschliche Blick hat es an sich daß er die Dinge kostbar machen kann, allerdings werden sie dann auch teurer.

/ Brouwer hat Recht wenn er sagt daß die Eigenschaften seiner Pendelzahl sich nicht mit dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten vertragen. Nur ist damit keine Besonderheit der Sätze von den unendlichen Aggregaten aufgedeckt. Dies liegt vielmehr zu Grunde, daß die Logik zur Voraussetzung hat, daß es nicht a priori – also logisch – unmöglich fahren.

– Nun könnte ich ja sagen: Es ist uns das Gesetz bekannt daß jeder Baum eine andere Höhe haben muß als alle ~~[illegible]~~ vorhergehenden. Das ist allerdings ein Gesetz aber es bestimmt die Reihe noch nicht. Wenn ich nun annehme daß es eine regellose Reihe geben kann, so gäbe es ~~[illegible]~~ eine Reihe über die mir ihrem Wesen nach nichts anderes bekannt sein kann als daß ich sie nicht kennen kann. Oder besser daß sie nicht gekannt werden kann. Denn ist es etwa ein Fall wo „der menschliche Intellekt nicht ausreicht" aber ein höherer es leisten könnte? Und wie kommt der menschliche Verstand dann überhaupt zu jener Frage in jener Fassung die er nicht zu Ende geben kann?

– An der Endlosigkeit ist eben nur die Endlosigkeit unendlich.

* Wenn ein Mensch endlos würfelt so liegt das Unendliche dieser Realität darin, daß er nie aufhört, nicht in einem Resultat dieses Würfelns.

sein darf zu erkennen, ob ein Satz wahr oder falsch ist. Ist nämlich die Frage nach der Wahr- oder Falschheit eines Satzes a priori unentscheidbar dann verliert der Satz dadurch seinen Sinn & eben dadurch verlieren für ihn die Sätze der Logik ihre Geltung.

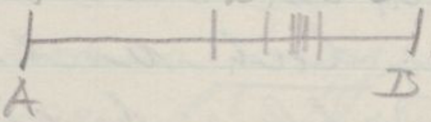
/ Wie überhaupt die ganze Betrachtungsweise daß ein Satz, weil er für ein Gebiet in der Mathematik gilt nicht notwendig auch für ein anderes gelten ~~muss~~ müsse in der Mathematik gar nicht am Platz, ihrem Wesen ganz entgegen ist. Obwohl die Autoren gerade das für besonders subtil halten & entgegen den Vorurteilen.

/ Die Mathematik ist ganz durch die perniciöse mengentheoretische Ausdrucksweise verseucht. Ein Beispiel dafür ist es daß man sagt die Gerade bestehe aus Punkten. Die Gerade ist ein Gesetz & besteht aus gar nichts. Die Gerade als farbiger ~~[illegible]~~ Strich im visuellen Raum kann aus kürzeren farbigen Strichen bestehen (aber natürlich nicht aus Punkten). Und dann wundert man sich z. B. darüber, daß „zwischen den überall dicht liegenden

* ist nicht das klar: „ich kann auf die Weise eine endlose Reihe endlicher Zahlen bekommen"?

Aber definiert diese Reihe eine Zahl?

/ Denken wir uns, wir würfelten mit einem zweiseitigen Würfel also etwa mit einer Münze. Ich will nun durch fortgesetztes Würfeln einen Punkt der Strecke AB bestimmen



indem ich immer diejenige Halbierung vornehme die der Wurf vorschreibt; wenn etwa Kopf bedeutet daß ich das rechte, Adler daß ich das linke Stück halbieren soll.

/ Beschreibt es nun die Lage eines Punktes der Strecke wenn ich sage „es ist der, dem sich bei endlosem Würfeln die Halbierung unbegrenzt nähert"?

* Kann es eine Variable geben, die man die allgemeine Satzform nehmen kann? Darf diese Variable ~~selbst~~ ihrerseits wieder in Sätzen vorkommen?

Es ist klar daß sie dort steht wo in unserer gewöhnlichen Sprache das Wort „Satz" steht. Wenn dieses Wort überhaupt Berechtigung rationalen Punkten" noch die irrationalen Platz haben! Was zeigt eine Konstruktion wie die des Punktes $\sqrt{2}$? Zeigt sie diesen Punkt wie er doch noch zwischen allen rationalen Punkten Platz hat? Sie zeigt einfach, daß der durch die Konstruktion erzeugte Punkt nicht rational ist.

Und was entspricht dieser Konstruktion & diesem Punkt in der Arithmetik? Etwa eine Zahl, die sich doch noch zwischen die rationalen Zahlen hineinzwängt? Ein Gesetz das nicht vom Wesen der rationalen Zahl ist.

Die Erklärung des Dedekindschen Schnittes tut so als wäre sie anschaulich, wenn nämlich gesagt wird: Es gibt nur 3 Fälle entweder hat R ein letztes Glied & L kein erstes oder etc.. In Wahrheit läßt sich keiner dieser Fälle denken (oder vorstellen).

Wenn man als Eigenschaft der Ober- & Unterklasse im Dedekindschen Schnitt $x^2 < 2$ und $x^2 > 2$ nimmt, warum nicht gleich $x < \sqrt{2}$ und $x > \sqrt{2}$? Man glaubt durch die erste Fassung einer Schwierigkeit ausgewichen zu sein.

haben soll, so muß es in Sätzen vorkommen dürfen.

/ Wenn wir den Begriff Satz bilden, wovon wollen wir die Sätze unterscheiden?

/ Ist es nicht so daß wir den Satz nur äußerlich allgemein beschreiben können.

/ Ebenso wenn wir fragen: Gibt es eine allgemeine Form des Gesetzes? Im Gegensatz wozu? (as opposed to what) Die Gesetze müssen ja den ganzen logischen Raum ~~aus~~füllen ich kann sie also nicht mehr begrenzen.

≠ Wie aber wenn wir sagen: Wir haben doch einen allgemeinen Begriff vom Gesetz?

* Kann man so sagen: Es ist schon möglich die allgemeine Form des Satzes als Variable zu bilden, aber in einem Satz kann man sie nicht gebrauchen da sie im Satz eo ipso nicht alle Sätze ~~[illegible]~~ zu Werten haben kann, wenn der Satz überhaupt einen Sinn haben

/ Wenn wir logisch vorgehen so müssen wir die rationalen Zahlen einteilen in solche deren Quadrat größer als 2 ist & solche deren Quadrat <u>nicht</u> größer als 2 ist. (Denn, daß, was nicht größer ist entweder gleich oder kleiner ist sagt die Logik nicht, sondern das sehen wir erst durch Inspektion eines Zahlenverhältnisses.) Gut, ich schneide also: Rechts vom Strich liegen alle Zahlen mit größeren Quadraten, links alle anderen. Aber wer sagt denn, daß das so ist? Das setzt ja eben die Kenntnis der Struktur von x^2 und 2 voraus. Die Einführung der $\sqrt{2}$ durch den Dedekindschen Schnitt ist bloßer Schein, der dadurch zustande kommt, daß der „Schnitt" eine räumliche Illustration ist der uns die Struktur vor Augen führt, die wir klassentheoretisch – analytisch – nicht erfassen können.

Rxs tpzfyo wro ozgsvozgrg szg ro vnir-
tvn rzsisfnwrg wvnv tzua yvhmnwrh
rnhgrnggpnhv avrg tvszgg yzn wri hrv
nnxs phnhv prwvmn lriw. Rxs tpzfyo
wrvhv rnhgrnggpnhrtgvrg hzntg vrg wv
nrvwvitzutt wvi Ofuhgr afhgvvvn, Krv

soll.

/ ~~Die~~ Die allgemeine Satzform ist auch eines jener Mittel der Philosophie das abgetan ist, sobald sie ihre Demonstration daran beendigt hat.

/

Wie ist es mit einer Dezimalzahl: $\overset{1}{0}\overset{2}{1}\overset{3}{1}\overset{4}{0}\overset{5}{1}\overset{6}{0}\overset{7}{1}\overset{8}{0}\overset{9}{0}\overset{10}{0}\overset{11}{1}$ – 0·01101010001.. die an allen Primstellen die Ziffer 1 hat & im übrigen 0? Wenn es ein Gesetz gibt, das den Verlauf der Primzahlen beschreibt ist alles gut. Muss es ein solches Gesetz geben? Kann es nicht sehr wohl auch so sein, daß der Grund warum eine Primzahl hier und nirgends anders ~~ist~~ ~~steht~~ ist alle ihr vorhergehenden Anzahlen voraussetzt. So würde dieser Grund also immer komplizierter wenn wir in der Reihe fortschreiten & diese Komplikation würde mit den Primzahlen unendlich wachsen.

/ Ist es das, was damit gemeint wäre, daß ein Gesetz vorhanden sein kann, aber ein unendlich kompliziertes? Aber das ist doch gar kein Gesetz, denn es hat ja kein Ende ist also kein Ganzes. Es könnte nur ein Gesetz geben vugblärutg wvi bopyou fikzxsv.

* $\sqrt{2} = \underline{1414}$

100	24	Was bedeutet es dann zu sagen,
00400	281	daß dieser Rest so klein werden
001190	2824	kann als ich will also kleiner
0000604		als jede gegebene Zahl δ?

/Das führt zur Frage: wie sehe ich, daß eine gegebene Zahl kleiner ist als eine andere gegebene etwa daß 4 kleiner ist als 5 oder 36 als 42? Das Größenverhältnis für die Ziffern 0 bis 9 muß festgelegt werden. Das weitere bestimmt eine Regel.

/$m > n$ kann ich allerdings definieren $(\exists x)\, n + x = m$, aber ob nun $x = m - n$ eine Zahl ergibt, weiß ich nur wenn ich die Subtraktionsregel kenne & diese vertritt hier die Regel der Bestimmung von größer & kleiner. Diese Regel besagt, so formuliert: m ist größer als n wenn $m - n$ nach der Subtraktionsregel eine Zahl ergibt.

* „Wir können so viele Punkte zwischen A

nach dem jene Erbengesetze wachsen.

* Denken wir uns das Problem so: Welche Zahlen sind unteilbar durch die ersten ~~2, 3, 4~~ zwei, drei, vier Cardinal Zahlen u.s.f. Die Antwort auf eine solche Frage gäbe zugleich die n-te Primzahl. In jeder dieser Reihen gäbe es eine immer komplizierter werdende Symmetrie.

* Das führt auch zu den individuellen Gründen: Es ist klar daß jede Zahl Eigenschaften hat die nur sie & keine andere hat: D.h. jede Zahl hat eine individuelle Eigenschaft. – Denken wir uns nun eine Zahl die eine individuelle Eigenschaft der Zahl <u>n</u> ausdrückt d.h. die das Resultat der Individualität von <u>n</u> ist.

/ Kann man sagen: Daß 6 – 4 gerade 2 ist konnte man nicht voraussehen sondern man kann es nur sehen wenn man dahin kommt.

* Was geschähe wenn man mit dem Sieb die

& B ~~A~~ finden, als wir nur wollen". Das ist wahr: Wir können. Oder vielmehr wir können sie nicht finden – als wären alle da – sondern wir können so viele erzeugen als wir wollen.

/ Warum ist die Philosophie so kompliziert; sie sollte doch ganz einfach sein? Die Philosophie löst die Knoten in unserem Denken auf die wir unsinniger Weise hinein gemacht haben; dazu muß sie aber ebenso komplizierte Bewegungen machen wie ~~wir~~ diese Knoten sind. Obwohl also das Resultat der Philosophie einfach ist kann es nicht ihre Methode sein dazu zu gelangen. In der Wissenschaft ist ein Resultat so einfach oder so kompliziert wie die Methode durch die wir dazu gelangen. Die Kompliziertheit der Philosophie ist nicht die ihrer Materie sondern die unseres verknoteten Verstandes.

X $(n)\cdot(\exists m)\ m = \frac{n}{2}$ $\qquad$ $(n)\cdot(\exists \frac{n}{2})$

Primzahlen konstruiert & ihre Reihe als die primäre ansieht & die Reihe der natürlichen Zahlen als die secundäre! Es ist von fundamentaler Bedeutung ob beide Auffassungen gleichberechtigt sind oder nicht.

* Ist es so, daß wir zufällig die Grundoperation +1 gewählt haben & sich aus der nun manches ergeben kann, manches nicht? So daß manches nur daraus hervorgeht, daß die Zahl selbst, also die ganze Reihe der Operationen gegeben sein müßte die die Zahl erzeugen.

* Jede Reihe relativer Primzahlen hat freilich ihr Gesetz. Aber wenn das ein unikes individuellen Gesetz ist — — — —

/ Wie kann ich erfahren was 19 × 17 ist, als indem ich es ausrechne?

* Das Sieb scheint ein Verfahren um die eigentlich individuellen Eigenschaften der Zahlen darzustellen.

Wir erhalten für jede Zahl ein immer komplizierteres Muster (Pattern) — —

259

$\sqrt{2}$ müssen wir zuerst einführen i diese
trägt die unendliche Möglichkeit
des ν in sich.

Wir müssen für jede Zahl einen Klassennamen je nach ~~…~~ dem Wert ihrer höchsten Stelle einführen

Jede Zahl schreibe ich $\left[{\nu+1 \atop \nu}\right]$

$$\left[{\nu+1 \atop \nu}\right] \cdot \left[{\mu+1 \atop \mu}\right] = \left[{\nu+\mu+2 \atop \nu+\mu}\right] \qquad \left[{\nu+1 \atop \nu}\right] : \left[{\mu+1 \atop \mu}\right] = \left[{\nu-\mu+1 \atop \nu-\mu-1}\right]$$

$$\left[{\nu+1 \atop \nu}\right]^n = \left[{n\nu+n \atop n\nu}\right]$$

~~…~~ $(n, \nu, \mu) \cdot (\exists x, r) \left[{\nu+1 \atop \nu}\right]^n \cdot \left[{x+r \atop x}\right] = \left[{\mu+1 \atop \mu}\right]$ d.h. nichts anderes als daß die Gleichung nach x zu lösen ist.

$$\left[{x+r \atop x}\right] = \left[{\mu+1-n\nu \atop \mu-n\nu-n}\right] = \left[{\mu-n\nu+1 \atop \mu-n\nu-n}\right] \quad {r = -n-1 \atop x = \mu-n\nu-n}$$

$$(\nu)(\exists\delta) : |(x+\delta)^n - x^n| < \nu$$

$$(\nu)(\exists\delta) \binom{n}{1} x^{n-1}\delta + \binom{n}{2} x^{n-2}\delta^2 \dots \delta^n < \nu$$

$$\left[{\rho+1 \atop \rho}\right]\left[{\delta+1 \atop \delta}\right] + \left[{\rho'+1 \atop \rho'}\right]\left[{\delta+1 \atop \delta}\right]^2 + \dots < \left[{\nu+1 \atop \nu}\right]$$

$$\left[{\delta+\rho'+2 \atop \delta+\rho'}\right] + \left[{2\delta+\rho''+3 \atop 2\delta+\rho''}\right] \dots \left[{n\delta\rho^{(n)}+n-1 \atop n\delta+\rho^{(n)}}\right] =$$

$$= \left[{\frac{n}{2}(n+1)\delta + \Sigma\rho + s \atop k\delta+\rho^k}\right] < \left[{\nu+1 \atop \nu}\right]$$ daraus ergibt sich δ

*Es wäre etwa so: die individuelle Eigenschaft einer Zahl sind alle ihre Eigenschaften zusammengenommen. Wenn also ein Resultat von allen Eigenschaften einer Zahl abhängt so daß keine durch die einer anderen Zahl ersetzt werden kann – –

Ich will immer sagen: „zufällig unendlich" heißt nichts.

Das Problem ist gerade, daß die Primzahlen doch alle sozusagen vorausbestimmt sein müssen (d.h. wir rechnen sie nur successive aus, aber sind alle schon bestimmt, „Gott kennt sie alle") & doch die Möglichkeit zu sein scheint, daß sie nicht durch ein Gesetz vorausbestimmbar sind.

Soviel scheint mir allerdings klar – & das ist die Hauptsache – daß es nicht die Dualität: Gesetz & unendliche Reihe die ihm folgt, gibt! D.h. nichts etwas in der Logik wie Beschreibung & Wirklichkeit.

Die Verteilung der Primzahlen wäre dann

Ich muß das Gesetz bestimmen, das es gibt, zwischen der Zahl ν in $\sqrt{2}$ & der Stufe des νten Restes R_ν, damit ist alles bestimmt was ich brauche.

$$R_\nu = \left[\begin{matrix} 2 \cdot z_\nu 10^{1-\nu} + 10^{2-2\nu} \\ 2 \cdot z_{\nu+1} 10^{-\nu} + 10^{-2\nu} \end{matrix}\right] = \left[\begin{matrix} 2-\nu \\ -\nu \end{matrix}\right]$$

* „Wie funktioniert diese Gleichung?"

Die Zahlen müssen wesentlich in ~~einem~~ Zahlensystem hingeschrieben werden. Das bezeugt ihr Wesen. D.h. Es muß ~~[illegible]~~ wesentlich eine Leiter – auch in unserem Symbolismus geben. $\left[\begin{matrix} \nu+1 \\ \nu \end{matrix}\right]$ stellt den Zwischenraum zwischen zwei Leitersprossen dar.

/ Alle Beweise der Stetigkeit einer Funktion müssen sich auf eine Leiter – ein Zahlensystem – beziehen.

/ Denn wenn ich sage, für jedes ν gibt es ein δ das die Funktion kleiner macht als ν" so muß ich mich auf ein allgemeines arithmetisches Kriterium beziehen das anzeigt wann $f(\delta)$ kleiner ist als ν.

einmal etwas in der Logik was ein Gott wissen könnte & wir nicht. D.h. es gäbe etwas in der Logik was wir nicht wissen können was aber gewußt werden kann! (Das ist es was ich nicht glauben kann.)

*Folgt die Idee der Primzahlen nicht allein aus der der natürlichen Zahlen, sondern tritt noch ein fremder Begriff dazu? Sodass dadurch zu erklären ~~[illegible]~~ ist, daß sich die Primzahlen nicht reduzieren lassen. Dann gäbe es also mehrere unabhängige Quellen der Arithmetik. (~~[illegible]~~ unmöglich)

Ich kann aber doch zu jeder Primzahl die nächste durch einen endlichen Prozess erhalten!

Ich kann also auch jede beliebige Stelle jener Dezimalzahl bestimmen! Wie unterscheidet sich dieser Vorgang wesentlich von dem bei den anderen irrationalen Zahlen, etwa π?

Im Falle π weiß ich doch auch nicht die nächste Stelle ehe ich nicht die Bildungs-

Es ist unmöglich, daß, ~~[illegible]~~ was in bei der Ausrechnung der ~~die~~ Funktion wesentlich zu Tage tritt, nämlich ~~[illegible]~~ die Zahlenleiter, in der allgemeinen Betrachtung ~~[illegible]~~ soll ~~ist~~ verschwinden dürfte

Wenn das Zahlensystem zum Wesen der Zahl gehört dann kann es die allgemeine Betrachtung nicht ausschalten.

Und wenn also die Notation des Zahlensystems (System in der Notation (?)) das Wesen der Zahl spiegelt so muß dieses Wesentliche auch in die allgemeine ~~Notation~~ Notation der allgemeinen Betrachtung eingehen. Damit erhält die ~~[illegible]~~ allgemeine Notation die Struktur der Zahlen.

Wenn ich wesentlich keine Zahl beschreiben kann ohne ein Zahlensystem so muß sich das (auch) in der allgemeinen ~~Notation zeigen~~. Behandlung der Zahl wieder zeigen.

Das Zahlensystem ist nicht etwas minderwertiges – wie eine russische Rechenmaschine – das nur für Volksschüler Interesse hat während die höhere allgemeine Betrachtung davon absehen kann.

regel angewandt habe. Ist es also bloß die Form dieser Regel die den Unterschied macht? Es scheint auf den ersten Blick als hätte diese Regel etwas Unbestimmtes. Aber was ist denn unbestimmt? Sie liefert doch eindeutige Resultate. Das „Unbestimmte" liegt im Probieren, aber was ist daran unbestimmt? Wäre dieses Probieren eines auf gut Glück ins Unendliche, was also auch keine Entscheidung liefern müßte, dann wäre es allerdings unbestimmt. (Wie im Fall der obigen Zahl)

*Obwohl so die Methode bestimmt & sicher ist, so scheint es uns doch als könnten wir ein Gesetz kennen, das uns <u>bestimmteren</u> Aufschluss über die Lage der Primzahlen gäbe.

*Und da nun das Gesetz ein andersgeartetes ist als etwa das Gesetz von e oder π, bestimmt — oder ist — es einfach eine andere Art von irrationaler Zahl?

*Entspricht das Probieren in diesem Falle

* $(x)\, fx \neq \varphi x \vee (\exists x)\, fx = \varphi x$. Diese Disjunktion ist ganz in der Ordnung wenn ihre Glieder Sinn haben & das ist der Fall wenn eines von ihnen Sinn hat. Die Frage ist nur: hat es Sinn irgend eines der beiden Glieder hinzuschreiben?

* Gewiss <u>wenn</u> $(\exists x)\, \overline{fx = \varphi x}^{\,p}$ heisst „p kann für einen Fall bewiesen werden", dann lautet der Satz vom ausgeschlossenen Dritten: p kann bewiesen werden oder p kann nicht bewiesen werden.

* Man muss zwischen dem Beweis & der allgemeinen Methode des Beweises unterscheiden. Ich habe nicht bewiesen ob 347 × 256 = 3826 aber ich habe eine allgemeine Methode die gewiss zum Ziele führt.

* Worin besteht das Kriterium des <u>Sinnes</u> eines mathematischen Satzes?

nicht dem welches ~~beim~~ im Zahlenrechnen etwa bei jeder Division vorkommt?
Unterschied zwischen Multiplication & Division.

* Gibt es ein Gesetz nach dem man alle Gesetze bilden kann? Jedenfalls keines das man nun wieder gebrauchen kann. Es wird eine Variable sein mit der man keinen allgemeinen Satz bilden kann.
Wozu dient sie dann? Man könnte sagen „um uns den Weg zu weisen". Aber brauchen wir diesen Wegweiser; tun das nicht schon die Gesetze selbst?!

** Durch eine Methode analog der des Diagonalverfahrens kann man zeigen daß es kein Gesetz geben kann, nach dem alle Gesetze irrationaler Zahlen gebildet werden können.
~~Ab.~~ Nun kann man aber sagen: „wir haben doch einen allgemeinen Begriff des Gesetzes ~~das~~ (wir erkennen ein Gesetz wenn wir eins sehen) und das Fortschreiten in der Hierarchie der Gesetze kann doch nicht – so zu sagen – dem Zufall überlassen bleiben!

/ Was ist ein Beweis der Beweisbarkeit? Er ist ein anderer als der Beweis des Satzes.
Und ist etwa der Beweis der Beweisbarkeit der Beweis daß der Satz Sinn hat? Dann aber müßte dieser Beweis auf ganz andern Prinzipien beruhen als der Beweis des Satzes! Es kann keine Hierarchie der Beweise geben!

/ Andrerseits kann es in keinem wesentlichen Sinne eine Metamathematik geben: Alles muß in einer Type (oder also in keiner Type) liegen.

X Kurzsichtige Philosophie.

X $5^3+4^3\neq 3^3$
$x^3+y^3\neq z^3$ Diese Form gibt jedenfalls eine unendliche Möglichkeit des Probierens. Aber doch nur die Möglichkeit!

/ Denken wir uns den Satz: „Für alle rationale Zifferntrippel die ich in $x^n+y^n=1$ probieren kann, wird die Gleichung falsch". Das ist ein richtiggehender sinnvoller Satz und er ist ein Endlicher

So ist es auch nicht; es liegt diesem Fortschreiten freilich ein Gesetz zugrunde, nur läßt es sich nicht <u>ausdrücken</u>, sondern es muß sich zeigen. Es liegt in den Elementen mit denen wir arbeiten beschlossen & wirkt sich im Fortschreiten von Stufe zu Stufe aus. — Es ist gegeben, damit, daß die Elemente gegeben sind, sie sind sein Ausdruck.

* $\frac{n!-1}{n!-1}R, \frac{n!-1}{n!-2}R, \frac{n!-1}{n!-3}R, \ldots \frac{n!-1}{n+1}R$

Ist das Probieren über ein endliches Intervall nicht eine vollwertige Rechenoperation?
Ich könnte Ǝn die kleinste der Zahlen $n!-1, n!-2, n!-3 \ldots n+1$ nennen für die ~~die~~ einer der obigen Ausdrücke ∨ 0 wird. Es ist nur nötig daß Ǝn für alle <u>n</u> einer von vornherein definierbaren Form eine <u>B</u>edeutung hat & das ist der Fall.

* Eine Gleichung ist kein Resultat.

* In der Logik kann ein Ausdruck für nichts mehr garantieren als für sich selbst.

* Die Gleichung kann nur für sich selber haften.

festgehalten.

/Es ist schwer sich von der extensiven Auffassung ganz frei zu machen: So denkt man immer: „Ja[*], aber es muss doch eine interne Beziehung zwischen x^3+y^3 und z^3 bestehen, da doch die Extension, wenn ich sie nur kennte das Resultat einer solchen Beziehung darstellen müsste". Etwa: „Es müssen doch entweder *wesentlich alle* n die Eigenschaft haben oder nicht da doch *alle* n die Eigenschaft haben oder nicht, wenn ich das auch nicht wissen kann."

*Kann man also sagen: „Es liegt gar kein Grund vor irgend eine allgemeine Beziehung zwischen x^n+y^n und z^n anzunehmen, wenn man nicht extensionale Nebengedanken hat."?

*Und zwar wäre es so: Es *ist* ein Grund vorhanden, warum *jede* Zahlenklasse die ich *einsetze* die Gleichung *sinnvoll* machen *soll*. Der Grund liegt in der unendlichen Möglichkeit der Form $x^n+y^n=z^n$.

* Eine Gleichung ist ähnlich wie eine rationale Zahl eine Operation, ein unvollständiges Zeichen. Erst wenn man das Richtige mit ihr ausführt gibt es eine Zahl. —

/ Meine Frage ist nämlich, hat es einen Sinn zu sagen: „Ich habe so viele Schuhe als eine Wurzel der Gleichung $x^3+2x-3=0$ beträgt"?, selbst dann wenn ~~diese Gleichung~~ die Lösung eine positive ganze Zahl ergeben sollte?

Nach meiner Auffassung hätten wir hier nämlich eine Notation, der man nicht unmittelbar ansehen kann, ob sie unsinnig ist oder nicht.

Ist das aber nicht derselbe Fall als wenn ich sagte „ich habe 8:4 Schuhe"? Denn so lange ich 8:4" nicht ausgerechnet habe, weiß ich nicht ob eine ganze Zahl herauskommt, ob der Satz also einen Sinn hat.

/ Daß der Satz im gegebenen Fall unsinnig & nicht falsch wird (auch keine Contradiktion) ist klar, denn „ich habe n Schuhe & $n^2=2$" heißt offenbar dasselbe wie „ich habe $\sqrt{2}$ Schuhe".

Den Satz vom ausgeschl. Dritten müßte man nun etwa so formulieren: Im Falle $fx = \varphi x$ ergeben die Regeln entweder daß sich fx & φx wegheben oder die Regeln ergeben das nicht. Im zweiten Falle nun sagt das etwas über die Form $fx = \varphi x$ oder nicht? Ich würde sagen, natürlich ja.

Wie aber wenn das nicht entscheidbar wäre zwar etwa darum nicht, weil die Anwendung der Regeln eine unendliche Möglichkeit hat & es nicht zu sagen ist, ob diese Anwendung *einmal* dieses Resultat ergeben wird?

In diesem Falle hätte natürlich auch die Frage keinen Sinn, ob $fx = \varphi x$ allgemein aus den Regeln hervorgeht oder nicht.

„*Beweis* durch Rekursion" das ist eine sehr irreführende Redeweise als liefe man bei diesem Beweise tatsächlich irgend ein Stück zurück! Während doch nur die *Möglichkeit* des Laufens eine Rolle spielt.

/ Wenn man den Menschen lehrt einen Schritt

* Nun könnte man sagen: wenn auch die Gleichung z. B. $x^2 = m$ nicht wesentlich Cardinalzahlen liefert, so kann man doch manchen der Wurzeln die gleichnamige Cardinalzahl zuordnen & diese als die durch die Gleichung beschriebene Zahl betrachten.

/ Wenn man den Ausdruck „die Wurzel der Gleichung $fx = 0$" im Russellschen Sinne als eine Beschreibung ansieht, dann müsste ein Satz der von „der Wurzel der Gleichung $x + 2 = 6$" handelt einen anderen Sinn haben als einer der das gleiche von 4 aussagt.

* Auch eine Gleichung die nach einer bestimmten Auffassung für x eine Cardinalzahl liefert, kann man als Spezialfall einer Klasse von Gleichungen auffassen die reelle Zahlen liefern & dann bestimmt auch die erste keine Cardinalzahl

/ Ich kann einen Satz nicht gebrauchen ehe ich weiß ob er Sinn hat, ob er ein Satz ist. Und das weiß ich im obigen Falle einer ungelösten Gleichung nicht, denn ich weiß nicht ob den zu machen, so gibt man ihm damit die Möglichkeit irgend eine Strecke zu geben.

Ist es nun möglich zu zeigen, daß die Grundregeln für einen Satz relevant sind (d.h. ihn oder sein Gegenteil beweisen) ohne sie wirklich bis an ihn heranzubringen. D.h., wissen wir es erst wenn wir dort sind, oder ist es möglich es schon früher zu wissen. Und ist dafür die Möglichkeit der Überprüfung von $136 \times 47 = 17843$ ein Beweis? Es hat offenbar einen Sinn zu sagen: „Ich weiß wie man das überprüft" auch ehe man es überprüft hat.

* Ist es ein Axiom daß $2 \neq 3$? oder $n \neq n+1$? D.h. weiter nichts als: braucht man zu den Anfängen der Mathematik außer den Definitionen noch andere syntaktische Regeln? Denn etwas anderes können die „Axiome" natürlich nicht sein.

Man könnte auch fragen: wie geht denn jener Prozess vor sich, wenn wir noch gar keine Ahnung haben wie ein gewisser Satz zu beweisen ist & nun doch fragen:

würfeln Cardinalzahlen in der festgesetzten Weise entsprechen.

/ Aber das kann ich doch – oder es läßt sich doch – feststellen wenn man nur die Zeichen ansieht? Aber auf gut Glück darf ich die Gleichung nicht in den Satz nehmen sondern nur wenn ich weiß daß sie eine Cardinalzahl bestimmt denn dann ist sie einfach eine andere Schreibweise für diese Cardinalzahl. ~~[illegible]~~ Sonst aber ist es ebenso wie wenn ich auf gut Glück Zeichen durcheinander würfelte & es dem Zufall überlasse ob sie einen Sinn ergeben oder nicht.

/ Gleichungen sind eine Art von Zahlen.

* Es wäre nun eine fundamentale Frage, muß ein Gesetz welches mir eine unendliche Klasse von Zahlen liefert, mir immer eine erste Zahl liefern? Ich glaube bestimmt, ja.

* Wäre es auch denkbar daß eine unendliche Klasse von Zahlen anders gegeben ist? Aber wie wüßte man dann, daß sie unendlich ist?

„läßt es sich beweisen, oder nicht", und nach dem Beweis für ihn ausschauen, „wenn wir versuchen ihn zu beweisen", was tun wir da? Ist es wesentlich ein Suchen ohne jedes innere System, also eigentlich kein Suchen, oder kann irgend ein Plan vorhanden sein? Die Antwort auf diese Frage ist ein Fingerzeig in der Frage ob der noch unbewiesene – oder noch unbeweisbare – Satz sinnlos ist oder nicht. Denn in einem sehr bedeutungsvollen Sinn muß jeder sinnvolle Satz durch seinen Sinn uns anweisen, wie wir uns davon überzeugen sollen ob er wahr oder falsch ist. „Jeder Satz sagt, was der Fall ist, wenn er wahr ist". Und dieses „was der Fall ist" muß sich beim mathematischen Satz auf die Art & Weise seines Beweises beziehen. Dagegen nämlich kann man nicht den Sinn ~~eines Satzes~~ den man nicht kennt logisch planvoll suchen. Der Sinn müßte einem so zu sagen geoffenbart werden ~~[illegible]~~ und zwar von außen, – da er aus dem Satzzeichen allein nicht zu entnehmen ist – im Gegensatz zur Wahrheit die uns der Satz selbst suchen & mit ihm vergleichen lehrt.

Die gewöhnliche Auffassung ist etwa die, daß zwar die reellen Zahlen eine andere Mannigfaltigkeit haben als die rationalen, ~~daß~~ man aber beide Reihen zuerst nebeneinander hinschreiben kann und die der reellen Zahlen die andere ~~bald~~ irgendwo hinter sich läßt & unendlich weiterläuft.

Meine Auffassung aber ist: man kann überhaupt nur endliche ~~Reihen~~ Reihen nebeneinander ~~schreiben~~ legen & miteinander so vergleichen; nach diesen endlichen Stücken Punkte zu setzen (als Zeichen daß die Reihe ins Unendliche fortläuft) hat keinen Sinn. Ferner kann man ein Gesetz mit einem Gesetz vergleichen, aber nicht ein Gesetz mit keinem Gesetz.

Was soll es aber dann heißen zu sagen daß sich jede Menge wohl ordnen läßt?

Wenn der Begriff des Endlosen gegeben ist durch das „und so weiter ad inf.", dann kann die endlose Menge nur durch eine Operation gegeben sein & diese muß eine Basis haben; damit ist die Menge wohlgeordnet.

Das kommt darauf hinaus zu fragen: Ist durch den allgemeinen mathematischen Satz etwas bis auf ja & nein festgelegt? [nämlich eben ein Sinn]

/ Wo man fragen kann, kann man auch suchen, und wo man nicht suchen kann, kann man auch nicht fragen. Und natürlich auch nicht antworten.

/ Meine Erklärung darf nicht das mathematische Problem aus der Welt schaffen. D.h. es ist nicht so, daß ein mathematischer Satz erst dann gewiss einen Sinn hat wenn er (oder sein Gegenteil) bewiesen worden ist. (In diesem Falle hätte nämlich sein Gegenteil nie Sinn (Weyl)) Anderseits könnte es sein daß gewisse scheinbare Probleme den Charakter des Problems – der Frage nach ja & nein – verlieren.

/ Ist es so daß ich zu jedem Schritt eines Beweises eine frische Intuition brauche? Das hängt mit der Frage ~~[illegible]~~ der Individualität der Zahlen zusammen. Es wäre etwa so: Angenommen eine gewisse allgemeine Regel, in der also eine Variable vorkommt,

* Wie verhält es sich in meiner Theorie mit 0·9̇? Ist nicht 0·9̇ ein Gesetz und ein anderes als 1·0̇. Wie kommt dann die Gleichheit zu stande?

* Man würde doch glauben zwei Gesetze sind identisch nur wenn sie fortlaufend die gleichen Resultate ergeben. Diese aber ergeben 0·9, 0·99, etc (die einander nie gleich sind.) 1·0, 1·00, etc)

* Das würde darauf hindeuten daß die ins Unendliche fortgesetzte Operation so zu sagen ein schließliches Resultat hätte.

* Dann müßte aber doch dieses Resultat eben in dem Gesetz beschlossen liegen & man müßte dann sagen können, daß zwar die vorläufigen Resultate der Gesetze einander nicht gleich sind, die Gesetze selbst aber in irgend einem Sinn. Aber auch das ist Unsinn!

„Das was mich interessiert ist eben nicht das Gesetz sondern seine Unendlichkeit. Nicht seine endlichen Resultate sondern ihr unendlich ferner Grenzwert auf den sie deuten." (hier hätte

so muß ich immer von Neuem erkennen, daß
diese Regel hier angewandt werden kann.
Kein Akt der Voraussicht kann mir diesen
Akt der Einsicht ersparen. Denn tatsächlich
ist die Form auf die die Regel angewandt wird
bei jedem Schritte eine andere. –

/ Der Beweis der Relevanz wäre ein Beweis der
noch nicht den Satz ergeben würde sondern –
und eben das könnte so einen Beweis mög-
lich machen. Er würde die Leiter nicht hinauf-
steigen denn dazu muß man jede Stufe neh-
men; sondern nur zeigen, daß die Leiter in die-
ser Richtung führt. D.h.: Es gibt keinen Er-
satz für das Durchlaufen aller jeder Stufen, & was dem
äquivalent ist muß wieder dieselbe Mannigfal-
tigkeit haben. (In der Logik gibt es kein Surrogat)
Es ist auch ein Pfeil kein Surrogat des Durch-
schreitens aller Stufen bis zum bestimmten
Ziel. Das hängt auch mit der Unmöglichkeit
einer Hierarchie von Beweisen zusammen.

/ Würde nicht der Gedanke einer Hierarchie besagen,
daß der bloßen Fragestellung schon ein Beweis
vorhergehen müsste, nämlich ein Beweis des
Sinnes. Dann aber, sage ich, muß der Beweis

wir das „eigentlich Unendliche"[1]) Aber gerade das Gesetz muß ja auf diesen Grenzwert deuten! Aber doch scheint das meiner Auffassung zu widersprechen, daß das Gesetz die irrationale Zahl ist. Es ist freilich wahr daß eine unendliche Operation kein schließliches Resultat hervorbringen kann, aber wie ist es mit einem Grenzwert dem sich die Resultate unbegrenzt nähern! In gewissem Sinne muß freilich das Gesetz mit dem Grenzwert äquivalent sein, aber nicht in jedem. Aber was kann dieser Grenzwert selber sein, außer eine rationale Zahl[2]; ~~oder~~ das Oder wieder ein Gesetz?

[1] Nur das endlose ist dehnbar (vergleiche damit die „unbestimmte Zahl" einige.

* Ich sagte: „die Zahl π ist das Gesetz wonach alle sogenannten Näherungswerte von π gebildet sind".

* Nicht jedes Gesetz das unendlich viele Rationalzahlen successive liefert, bestimmt einen endlosen Dezimalbruch. Es liefert z. B. eines die Brüche 0·1, 0·2, 0·1, 0·2 u.s.f.

des Sinnes <u>radikal</u> verschiedener Art [Natur] vom Beweis der Wahrheit sein, sonst setzt dieser Beweis wieder einen voraus & wir kommen in einen endlosen Regress.

Hat die Frage nach der Relevanz einen Sinn? Wenn ja, so muss man immer sagen können, die Grundgesetze sind für diesen Satz relevant oder nicht & dann muss sich diese Frage immer entscheiden lassen. Lässt sich aber diese Frage entscheiden, so ist damit schon eine Frage der <u>ersten</u> Type entschieden. Und lässt sie sich nicht entscheiden dann ist sie überhaupt sinnlos.

× Ich reiße mich solange von der Wahrheit los als ich nur auf ihr stehe & nicht an [mit] ihr festgewachsen [verwachsen] bin.

× Jeder Beweis scheinbar höherer Type ist in Wirklichkeit ein Beweis im Problem der ersten Stufe.

× Wenn die Grundlagen vollständig sind, so kann die Frage „sind sie für diesen Satz relevant" nur bedeuten „ist dies überhaupt ein mathematischer Satz oder nicht." (Denn er gehört entweder selber zu den Grundlagen oder sie

Allerdings läßt sich ein solches Gesetz immer so modifizieren, daß es die Brüche 0'1, 0'12, 0'121 etc ergibt.

*Es ist freilich eine Reihe von Beweisen denkbar deren Complication ins Unendliche wächst. Aber doch nicht ohne Gesetz ins Unendliche wächst.

/Ich kann jetzt den Intuitionismus besser verstehen: Jede Zahl hat ihre individuellen Eigenschaften. Nun sind diese freilich durch die Stellung in der Reihe der Operation 1+1 etc. bestimmt, aber jede solche Stellung ist doch eine individuelle Stellung & zwar hat sie dieselbe Individualität wie die Zahl selbst die an ihr steht. Wir kommen also aus den unendlich vielen Individualitäten nicht heraus.

Heißt das ich habe weiter nichts getan als die allgemeine Zahlform statt einfach „n", „1 × n" zu schreiben?

/Und warum sollte auch die Reihe [1, –, – +1] fundamentaler sein als [2, –, – +2]? Das

andere Fassung.
[oder muß sich aus ihnen ableiten oder entkräften lassen]
müßten für ihn relevant sein)

Man könnte sagen: in der Mathematik läßt sich nichts voraussehen & was sich scheinbar voraussehen läßt (Kehrwerte) läßt sich in Wirklichkeit einfach *sehen*. Kann ich etwas sehen ehe ich dort bin, dann kann das Sehen (was ist es sehen?) *nichts* mit dem Dortsein zu tun haben, dann ist das Gesehene eben nicht erst dorten.

Kann man sagen: „Ich kann (in der Mathematik) zwar syntaktische Regeln (d.h. allgemeine Gleichungen) *herleiten* aber ich kann nicht fragen, ob etwas eine solche Regel ist, oder sagen, daß *es* oder sein Gegenteil, eine sein muß“? Dann kann ich aber auch nicht *behaupten* daß etwas eine solche Regel ist.

Was uns, abgesehen vom angeblichen Beweis Fermats dazu treibt uns mit der Formel $x^n+y^n=z^n$ zu beschäftigen ist die Tatsache daß man nie auf Kardinalzahlen gestoßen ist die der Gleichung genügen. Aber das gibt dem allgemeinen Satz *keinerlei* Stütze (Wahrscheinlichkeit) & ist also kein guter Grund zur Beschäftigung mit dieser Formel. Wohl aber kann man sie einfach als Schreibweise einer bestimmten allgemeinen Form ansehen & (man) sich fragen ob sich die Syntax in *irgend* einer Weise mit dieser Form beschäftigt.

Fundamentale ist in beiden nicht die besondere Operation sondern der Begriff der Reihe. Oder sollen wir sagen: das Fundamentale ist der Begriff der Wiederholung der Operation!? Denn wir haben doch einen allgemeinen Begriff der Zahl, einen Begriff ihrer unbegrenzten Möglichkeit. Und das ist doch nicht möglich, daß es in der Logik einen Begriff und eigene individuelle unter ihn fallende Gegenstände gibt die der Begriff nicht völlig bestimmt.

Schon daß mit dem logischen Begriff [1, ξ, ξ + 1] die Existenz seiner Gegenstände bereits schon gegeben ist, zeigt daß er sie bestimmt.

Das ist übrigens ganz klar: Jede Zahl hat ihre nicht reduzierbare Individualität. Und wenn ich irgend eine Eigenschaft einer Zahl beweisen will, muß ich sie immer selbst irgendwie hineinbringen.

Man kann insofern sagen, daß die Eigenschaften einer bestimmten Zahl nicht vorauszusehen sind. Man sieht sie erst,

/ Ich sage: wo man nicht suchen kann, da kann man auch nicht fragen & das heißt: wo es keine [logische] Methode des Findens gibt, da kann auch die Frage keinen Sinn haben.

* Whatever one can tackle is a problem (so mathematics is allright.)

* Die Mathematik geht wesentlich synthetisch vor.

/ Nur wo eine Methode der Lösung ist, ist ein Problem (das heißt natürlich nicht „nur wo die Lösung gefunden ist, ist ein Problem)

/ D.h. dort wo die Lösung nur von einer Art Offenbarung erwartet werden kann, ist auch kein Problem. Einer Offenbarung entspricht keine Frage.

/ Das ist so, wie wenn man nach den Erfahrungen eines Sinnes fragen wollte [würde] den man noch nicht hat. Uns einen neuen Sinn geben das nenne ich [würde ich] Offenbarung [nennen?].

Man kann auch nicht nach einem neuen Sinn ~~[illegible]~~ (Sinneswahrnehmung) suchen.

wenn man dort ist.

Man könnte sagen: Kann ich nicht etwas über die Zahl 3^{10} beweisen obwohl ich sie nicht ausschreiben kann? Wohl, aber 3^{10} ist schon die Zahl, nur auf andere Weise angeschrieben.

* Wie ist die Operation [1, –, –+1] von irgend einer anderen unterschieden, die uns auch durch alle Cardinalzahlen führt?

/ # Das Fundamentale ist nur die Wiederholung einer Operation.

/ # Jedes Stadium dieser Wiederholung hat seine Individualität.

/ Nun ist es nicht etwa so, daß ich durch die Operation von einer Individualität zur anderen fortschreite. So daß die Operation das Mittel wäre, um von einer zur anderen zu kommen. Etwa das Verkehrsmittel das bei jeder Zahl ~~stehen bleibt~~ anhält, die man nun betrachten kann. Sondern die 3-malige Operation +1 erzeugt & ist die Zahl 3.

Wenn man die variable Form eines arithmetischen Satzes (einer Zahlengleichung) „Urteilsabstrakt" nennt (Weyl), dann ist der allgemeine mathematische Satz <u>kein</u> Urteilsabstrakt sondern ein Urteil. —

Die Schwierigkeit ist: Ist nicht mindestens „$\sim(x,y,z,n)\, x^n+y^n=z^n$" richtig? Oder ist dies auch unsinnig? Und wenn das unsinnig ist, was hat dann diese Form überhaupt Sinn?

Die Frage taucht wieder auf: Inwiefern kann man einen mathem. Satz <u>behaupten</u>? <u>Das</u> heißt nämlich nichts, daß ich ihn nur dann behaupten kann wenn er richtig ist! — sondern behaupten (stimme) kann ich auf den Sinn hin, nicht auf die Wahrheit hin. Es scheint mir, wie schon gesagt, klar zu sein, daß ich den allgemeinen Satz so sehr oder so wenig behaupten kann, wie die Gleichung $3 \times 3 = 9$ oder auch $3 \times 3 = 11$.

Ich habe noch zu wenig betont daß $25 \times 25 = 625$ auf <u>genau</u> derselben Stufe & von <u>genau derselben Art</u> ist wie $x^2+y^2+2xy=(x+y)^2$

Könnte man nun sagen: „Es wäre allerdings <u>falsch</u> zu schreiben $(x,y,n)\, x^n+y^n=(x+y)^n$ & daher richtig daß $\sim(x,y,n)\, x^n+y^n=(x+y)^n$, dagegen $(x,y,z,n)\cdot x^n+y^n=z^n$ unsinnig & ebenso — daher — sein Gegenteil"?
Wie ist es dann mit dem Satz „$(x,y)\cdot x=y$" & seinem Gegenteil $\sim \ldots$?

/ „Ein unendlich compliziertes Gesetz" heißt kein Gesetz. Wie könnte man wissen, daß es unendlich compliziert ist? Nur so, indem es gleichsam unendlich viele Näherungswerte zu diesem Gesetz gäbe. Aber bedingt das nicht, daß sie sich wirklich einem Ziel <u>nähern</u>? Oder kann man die unendlich vielen <u>B</u>eschreibungen von Strecken der Primzahlenreihe solche Näherungswerte des Gesetzes nennen? Nein, denn keine <u>B</u>eschreibung einer endlichen Strecke bringt uns dem Ziel einer Gesamtbeschreibung näher.

/ Wie unterscheidet sich denn ein unendlich compliziertes Gesetz in diesem Sinne, von gar keinem Gesetz?

Das Gesetz würde dann bestenfalls lauten
a „es ist alles wie es ~~ist~~".

*Jede neuauftauchende Zahl bringt Eigenschaften, oder eine Kombination von Eigenschaften, die sie vor ihr nicht da war. (Z.B. die Eigenschaft größer zu sein als die ihr unmittelbar vorhergehende)

$$Z_n = f(1,2,3 \ldots n)$$

$$Z_{n+1} = f_1(f(1,2 \ldots n), n+1) \;;\; Z_{n+2} = f_2(f_1(f(1,2 \ldots n), n+1), n+2) \text{ etc.}$$

Oder ist es so: $\sim(x, y, z, n) \mid x^n + y^n = z^n$ ist allerdings richtig aber nicht etwa, weil im Falle keine in dem $x^n + y^n \neq z^n$, sondern weil aus den allgemeinen Regeln folgt, daß das keine allgemeine Regel sein kann.

Die obere Analogie zwischen $25^2 = 625$ & $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ ist, glaube ich, äußerst lehrreich! Denn sie ist doch vollkommen; & was entspricht denn im ersten Falle einem Satz mit „$(\exists n) \ldots$"?

Was entspricht in den allgemeinen Sätzen dem Satz $25^2 \neq 620$? Es wäre: $\sim(x,y) \cdot (x+y)^2 = x^2+y^2$, das heißt in Worten: „$(x+y)^2 = x^2+y^2$" ist keine Regel, oder genauer: die beiden Seiten dieser Gleichung – verstanden, wie es das Zeichen „(x)" anzeigt – sind einander nicht gleich.

Dieses Zeichen „(x)" sagt aber gerade das Gegenteil dessen, was es in den nicht mathematischen Fällen sagt – es ist daher sehr schlecht es hier anzuwenden – es sagt nämlich gerade, daß wir die Variable in dem Satz als Konstante auffassen sollen. Man könnte den obigen Satz wiedergeben: „Es ist nicht richtig – wenn man x & y als Konstante auffaßt – daß $(x+y)^2 = x^2+y^2$".

* Die Funktion f ist solcher Art dass sie alle Beziehungen von n zu sämtlichen Vorgängern enthält, also etwas was bei keiner anderen Zahl vorhanden war. Die Funktion f_1 enthält wohl f, aber sie unterscheidet sich durch das Hinzutreten des $n+1$, wie aber das $n+1$ die Funktion modifiziert, das hängt von seinen Beziehungen zu sämtlichen vorhergehenden Zahlen ab, also wird diese Modification immer eine noch nie dagewesene sein.

* Die Verhältnisse der einzelnen konkreten ~~[illegible]~~ Zahlen zu einander wirken wie Tatsachen.

* Das gesetzlose Individuelle tritt einfach zum Vorschein.

/ Die Zahl 5 wirkt nicht als die 5te Zahl im Vergleich mit der 4ten, sondern als 5, die einzig ist.

* Haben wir hier den Fall eines unendlich complizierten Gesetzes? Nein, sondern es ist hier kein angebbares Gesetz also kein Gesetz. Wir sind auf das sogenannte Probieren angewiesen.

Aber kann ich denn dann den Satz nicht ebensogut in der Form schreiben „$(x)\cdot(x+y)^2 \neq x^2+y^2$"? Denn was kann dieser Satz dann anderes sagen? — Aber wie soll man dann den (falschen) Satz schreiben den man gewöhnlich unter diesem Zeichen versteht? Was entspricht diesem in den Zahlengleichungen?

Es ist beinahe unglaublich wie ein Problem durch die falschen Ausdrucksweisen die Generation auf Generation rundherum stellt gänzlich, auf Meilen, blockiert wird, so daß es beinahe unmöglich wird dazuzukommen.

Vor allem ist klar, daß im Falle „$(x,y)\cdot(x+y)^2 \neq x^2+y^2$" in der gewöhnlichen Auffassung des Satzes die Variablen nicht wie Konstante, also nicht wie in „$\sim(x,y)\cdot(x+y)^2=x^2+y^2$" aufgefaßt werden. <u>Woraus hervorgeht, daß im ersten Satze die Schreibweise „(x,y)" schlecht gewählt ist.</u>

Außer als „allgemeine Konstante" kann ich dann die Variable als „Unbekannte" auffassen. (Man könnte sie hier durch ein Fragezeichen ersetzen)

Ich fasse also im Satze „$\sim(x,y)(x+y)^2=x^2+y^2$" die Variable <u>grundverschieden</u> auf, von der Variablen in „$(x,y,z,n)\,x^n+y^n \neq z^n$".

* Geht uns dabei etwas ab? Ist es ein Fall wo wir etwas scheinbar nur ungefähr oder ungenau beschreiben können, aber nicht genau, ein Fall den es in der Logik nicht geben kann? Ist es der Fall der unendlichen Baumreihe von der nichts gesagt werden kann, als daß alle Bäume verschieden hoch zwischen 3 & 4 m sind?

* Wie wäre es wenn ich mit Hilfe der chrom. Zahl eine irrationale Zahl bilden würde die, etwa, überall 0 und nur an den chrom. Stellen 1 hätte? Da kann ich doch auch successive jede beliebige Zahl von Stellen bilden.

Ich weiß nur nicht ob diese Zahl überhaupt eine irrationale Zahl ist.

* Wie ist in einem Gesetz die unendliche Mannigfaltigkeit gegeben?

* $f(n)$ $\qquad f(\overrightarrow{0+1})$

wir hätten dann

$f(1)$, $f(1+1)$, $f(1+1+1)$, ...

* Das Unendliche liegt hier in einer Vorschrift

* Man könnte auch sagen: Das Unendliche ist hier

*
$(x,y,z,n) / x^n + y^n \neq z^n$ behauptet eigentlich eine bestimmte Lösung der Gleichung $x^{n+2} + y^{n+2} = z^{n+2}$, nämlich die: $x = y = z = 0$. Und in dieser Gleichung ist das *n* als Konstante aufgefaßt & x, y, z als Unbekannte. Oder besser: der Satz behauptet vor allem, daß diese Gleichung eine bestimmte *allgemeine* Lösung hat. D.h. er behauptet daß die mathematischen Regeln den Satz $x^{n+2} + y^{n+2} = z^{n+2}$ eindeutig in $x = y = z = 0$ transformieren werden.

Vor allem: Ist das die *Behauptung* einer Gleichung?

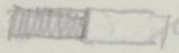
*
Wie aber, wenn ich den Wert 0 von x, y, z, ausschließe? Nun dann ist der Beweis der Ungleichung eben daß $x = y = z = 0$ ein Widerspruch gegen die Begrenzung [Begrenzungsvorschrift] der Variablen ist, oder etwas Äquivalentes.

*
Was ist nun aber die richtige Schreibweise? Denn die hergebrachte führt zu offenbarem Unsinn. Das Gegenteil des Fermatschen Satzes soll sein „$(\exists x, y, z, n+2)\ x^{n+2} + y^{n+2} = z^{n+2}$" dieses Zeichen dürfte nun nichts anderes sagen als „die mathematischen Regeln führen nicht zur Lösung $x = y = z = 0$"; denn *das* ist der Gegensatz zum Fermatschen.

/
Was das Verständnis erschwert ist die falsche Auffassung als wäre die *allgemeine* Lösung nur ein – nebensächliches – Hilfsmittel zum *Erhalten* von Zahlen die die Gleichung befriedigen. Während sie an sich ein Aufschluß über das Wesen [die Natur] der Gleichung ist. Sie ist – wieder – kein nebensächliches Hilfsmittel zum Finden einer *Extension* sondern

gleichmäßig, amorph; die Struktur liefert die im Endlichen bezeichnete Operation.

(Ähnlichkeit mit $(\exists x)\,\varphi x$ etc.)

Es wird zu einer endlichen Operation die unendliche Möglichkeit gesetzt.
Aber das stimmt ~~[illegible]~~ nicht eigentlich; die Operation enthält schon ihre unendliche Möglichkeit. ~~Be~~ (Wie  im Gegensatz zu 

Wenn wir auch nicht einen unendlichen Dezimalbruch anschreiben können, könnten wir nicht einen unendlichen Dezimalbruch vorfinden? Etwa gegeben durch die unendlich vielen Himmelskörper in einer Richtung?

„Wir kennen die Unendlichkeit aus der Beschreibung". Nun dann gibt es eben nur diese Beschreibung & nichts sonst.

Die Überlegungen der Mathematiker über das Unendliche sind doch lauter endliche Überlegungen.

Selbstzweck.

Und wie ist es allgemein mit $fx = \varphi x$? Was man „$(x) fx = \varphi x$" oder „$\sim(\exists x) fx \neq \varphi x$" schreibt bedeutet $fx = \varphi x$ (x als allgemeine Konstante ~~betrachtet~~ aufgefasst). Das Gegenteil davon also „$\sim(x) fx = \varphi x$" oder „$(\exists x) fx = \varphi x$ bedeutet nur daß „fx" und „φx" nicht durch einander ersetzbar sind. „$(x) fx \neq \varphi x$ bedeutet, daß die Gleichung eine Lösung <u>hat</u> die den An~~…~~nahmen über die Grenzen von x widersprechen. Und das Gegenteil davon „$\sim(x) fx \neq \varphi x$" oder „$(\exists x) fx = \varphi x$ bedeutet daß das nicht der Fall ist.

Wenn das richtig ist so zeigt es ~~…~~ sich, daß die Notation mit „(x)" & „$(\exists x)$" hier gänzlich ungenügend ist. Es ist hier z.B. der Fall daß $fx = \varphi x$ eine Lösung hat überhaupt nicht bezeichnet, denn ich kann ihn nicht „$(\exists x) fx = \varphi x$ nennen solange das der Gegensatz von $(x). fx \neq \varphi x$ sein soll.

Ist nun ein Ausweg der: „Die Behauptung daß die mathem. Regeln die Lösung $x = 0$ herbeiführen werden ist nicht die Behauptung einer Gleichung"?

Aber welche Form hat der mathem. Satz: „Die Gleichung $x^2 - 3x + 2 = 0$ hat die Lösungen -2 und 0 und sonst keine"?
Aber ist das nicht eben der Satz „$(x). x^2 - 3x + 2 \neq 0 \left[x \neq \begin{Bmatrix}-2\\-1\end{Bmatrix}\right]$"?

Ist $625 = 620$ auf einer anderen Stufe als $25^2 = 620$ & ist $625 = -620$ auf einer anderen Stufe als $625 = 620$ & als

* Das Continuum ist ganz unvorstellbar, mit discreten Begriffen.

* (Ich glaube der Begriff des Endlosen liefert die notwendige Dehnbarkeit) $\infty + n = \infty$)

* ~~Man~~ [Man kann die Subtraktion der Cardinalzahlen auch symetrisch auffassen; statt zu sagen, $3-4$ ist sinnlos, kann man erklären $3-4 = 4-3 = 1$]

* Ich kann den Punkt π genau (ein für allemal), & auch durch endlose Approximation erhalten.
(Dualität!)
Der Punkt π kann doch nur dem Gesetz der Annäherung entsprechen!

* Bestimmt nun jeder nicht rationale Schnitt ein Gesetz der Annäherung?

Ist es also denkbar daß es zwei Klassen von irrationalen Zahlen gibt: die eine durch Gesetze bestimmt, also alle die wir je nennen können, & eine durch keine Gesetze bestimmte, also die Gesamtheit derer die wir nicht nennen können!

(Fortsetzung auf der Verso-Seite vorne!)

$25^2 = -625$? Und wohin gehört $x^2 = -1$? Man könnte sagen, es gehört in die Kategorie der _unmittelbar_ durch eine Regel verbotenen Gleichungen (im Gegensatz zu denen, die erst durch die Anwendung von erlaubten Transformationen auf solche führen) Wie ist aber hier x als Variable aufgefaßt? Jedenfalls nicht als allg. Konstante. Aber als „Unbekannte"?

Die Frage _für_ $(\ )^2 = -1$ ist: Erlauben die Regeln eine solche Form?

Welche Fragen kann man bezüglich einer Form z.B. $fx = \varphi x$ stellen? — Ist $fx = \varphi x$ [x als allg. Konstante], oder nicht? Führen die Regeln zu einer Lösung der Gleichung [x als Unbekannte], oder nicht? Verbieten die Regeln die Form $fx = \varphi x$ [x als leere Stelle aufgefaßt], oder nicht?
Keiner dieser Fälle darf sich empirisch, also extensiv, prüfen lassen.

Auch die zwei letzten nicht, denn daß z.B. $x^2 = 4$ erlaubt, sehe ich aus $7^2 = 4$ nicht weniger ~~ebenso~~ als aus $2^2 = 4$, und daß $x^2 = -4$ verboten ist zeigt mir $2^2 \neq -4$ nicht anders als $8^2 = -4$. D.h., ich sehe hier im Einzelfall doch wieder nur die (allgemeine) Regel.

Die Frage: „wird die Gleichung von irgendwelchen Zahlen befriedigt" hat keinen Sinn, ebensowenig wie der Satz „sie wird von Zahlen befriedigt" & ebensowenig, natürlich, wie die Behauptung „sie wird von allen Zahlen – oder von keiner Zahl – befriedigt".

Das Wichtige ist, daß ich auch dann, wenn mir $3^2+4^2=5^2$ gegeben ist, <u>nicht</u> sagen darf „$(\exists x,y,z,n)\, x^n+y^n=z^n$", denn extensiv heißt es nichts & intensional ist es dadurch nicht bewiesen. Sondern ich darf dann eben nur sagen $3^2+4^2=5^2$.

Sind nicht die Auffassungen der Variablen als allg. Konstante & als leere Stelle identisch?

x als allg. Konst. $fa=\varphi a$	$\sim(fa=\varphi a)$
$(x)fx=\varphi x$: $\sim(\exists x)fx\neq\varphi x$	$\sim(x)fx=\varphi x$ $(\exists x)fx\neq\varphi x$
Die Regeln führen nicht zu einer Lösung	Die Regeln führen zu einer Lösung
$(x)fx\neq\varphi x$ $\sim(\exists x)fx=\varphi x$	$\sim(x)fx\neq\varphi x$ $(\exists x)fx=\varphi x$
die Regeln führen zu einer verbotenen Gleichg.	Die Regeln verbieten die Gleichg. nicht

Es zeigt sich, daß die gewöhnliche Notation ganz irreführend ist.

Die Regel „$n\neq n+1$" sagt nicht: „<u>n</u> und <u>$n+1$</u> sind nicht dasselbe Symbol", wo n als allg. Konstante aufgefaßt wäre, sondern sie verbieten die Form $\hat{n}=\hat{n}+1$

I*