1/9
dbl

I. Band

Philosophische Bemerkungen

2.2.29.

Ist ein Raum denkbar der nur alle rationale aber nicht die irrationale Punkte enthält?

Und das heißt nur: sind die irrationale Zahlen nicht in den rationale bereits präjudiziert?

4.2.29.

Kann ich den Raum in rationale Zahlen abbilden so kann ich ihn auch in irrationale Zahlen abbilden. Und ist die eine Abbildung gegeben so ist damit auch schon die andere Art der Abbildung gegeben.

Nun fragt es sich: gibt es eine bevorzugte, etwa besonders unmittelbare Art der Abbildung? Ich glaube nein!

Jede Art der Abbildung ist gleichberechtigt.

Wie läßt sich aber eine Entscheidung darüber denken welcher Art die Kontinuität des Gesichtsraumes ist?

2.2.29

Wieder in Cambridge. Sehr merkwürdig. Es ist mir manchmal als ob die Zeit zurückgegangen wäre. Ich mache diese Eintragungen nur zögernd. Ich weiß nicht was mich noch erwartet. Es wird sich ~~jetzt~~ eher etwas ergeben! wenn der Geist mich nicht verläßt. Jetzt schwinge ich sehr unruhig, weiß aber nicht um welche Gleichgewichtslage. Die Zeit hier sollte oder soll in Wirklichkeit eine Vorbereitung auf etwas sein. Ich soll mir über etwas klar werden.

4.2.29

Mein Gehirn ist in keinem günstigen Zustand, Es war immer seine Haupt Eigenschaft ein Mangel an Extensität & eine ziemlich große Intensität. Nun läßt die Intensität auch nach und wird nicht durch etwas anderes kompensiert. Ich schreibe nicht alles ein es scheint mir unrecht alles breitzutreten wenn ich es nicht bessern kann oder will. ?

Alles was ich jetzt in der Philosophie hinschreibe ist ~~XX~~ mehr oder weniger fades Zeug; Ich halte es aber für möglich, daß es besser wird

Es scheint viel dafür zu sprechen daß die Abbildung des Gesichtsraumes durch die Physik *wirklich* die einfachste ist. D. h. daß die Physik die wahre Phänomenologie wäre.
Aber dagegen läßt sich etwas einwenden: die Physik strebt nämlich Wahrheit d. h. richtige Voraussagungen der Ereignisse an während *das* die Phänomenologie nicht tut sie strebt *Sinn* nicht *Wahrheit* an.

Aber man kann sagen: Die Physik hat eine Sprache & in *dieser* Sprache sagt sie Sätze. Diese Sätze können wahr oder falsch sein. Diese *Sätze* bilden die Physik & ihre Grammatik die Phänomenologie (oder wie man es nennen will)

Die Sache schaut aber in Wirklichkeit schwieriger aus durch den Gebrauch der mathematischen Terminologie. Wenn z. B. die Wissenschaft zweifelt ob die beobachteten Erscheinungen durch die Elektronen- ~~oder~~ durch die Quantentheorie richtig zu beschreiben sind, so scheint es auf

7.2.29

~~Ich bin eine seltsame, mir selbst nicht verständliche, Mischung aus Kälte & Hitze. Ist es daß ich innerlich kalt bin & mich nur nach Wärme sehne i. Herz. Ist es daß ich nur sinnlich heiß bin?~~

15.2.29

Ich habe sehr gern [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] etc. Ich habe etwas von [illegible] [illegible] & sind [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Es [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] daß. Ich [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] mich [illegible] [illegible] [illegible] Es kann mir beinahe nichts Angenehmeres geschehen als wenn mir jemand meine Gedanken gleichsam aus dem Mund nimmt & sie gleichsam im Freien aufrollt. Natürlich ist alles das mit viel Eitelkeit gemischt, aber es ist nicht pure Eitelkeit.

Ich gehe in der Wissenschaft nur gern allein spazieren.

den ersten Blick, als handelt ~~e~~ es sich um eine Entscheidung in der Grammatik.

Es gibt keine bestimmte Mannigfaltigkeit des Sinnes & eine andere Mannigfaltigkeit der Gesetze.

Die Physik unterscheidet sich von der Phänomenologie dadurch daß sie Gesetze feststellen will. Die Phänomenologie stellt nur die Möglichkeiten fest.

Dann wäre also die Phänomenologie die Grammatik der Beschreibung derjenigen Tatsachen, auf denen die Physik ihre Theorien aufbaut.

Erklären ist mehr als beschreiben. Aber jede Erklärung enthält eine Beschreibung.

5.2.29

Kann man denn das Gesichtsfeld oder einen Teil des Gesichtsfeldes überhaupt beschreiben?

Man kann gewiss sagen, wenn d. & dies

Fortsetzung der philosophischen Betrachtungen des II. Bandes.

*) Wie würde aber nun eine zweckmäßige Notation der mathematischen Allgemeinheit aussehen?

*) Und da erhebt sich noch eine wichtige Frage: Kann die mathematische ~~x~~ Allgemeinheit überhaupt anders auftreten als in unmittelbarer Verbindung mit dem Gleichheitszeichen? ~~Dürfte es also~~ Kann es Sätze geben von der Art $(x):(\exists y)\ f_1(x,y) \vee f_2(x,y)$ ~~≡~~ wo der Bereich der Allgemeinheit notwendig über die Disjunktion ausgedehnt werden müsste, und der Satz nicht in eine Wahrheitsfunktion allgemeiner Gleichungen aufzulösen wäre?

Das scheint mir unmöglich zu sein.

$$x+y=2 \qquad\qquad (x+y)^2 = 2(x^2+y^2)$$
$$x-y=3 \qquad\qquad x=y$$

Haben wir hier nicht schon solche Fälle?

$(\exists x,y)\ x+y=2\ \&\ x-y=3 \qquad (x,y): x=y .\equiv. (x+y)^2 = 2(x^2+y^2)$

Rohr schaut, wird die drei leuchtenden Punkte in gleichen Abständen sehen. Das ist doch die Beschreibung eines Gesichtsbildes.

/ Irgendwie scheint es uns als wäre jeder einfärbige Fleck im Gesichtsfeld einfach & als wäre seine Zusammengesetztheit aus kleineren Teilen nur eine scheinbare.

/ Man könnte glauben der Gesichtsraum sei aus minima visibilia zusammengesetzt etwa aus lauter kleinen Quadraten die man als unteilbare Flecke sieht. Aber dann ist die Wahl dieser Teile offenbar willkürlich. Ich könnte z.B. nicht sagen wie das Quadrat netz über ein bestimmtes Bild zu legen ist denn wenn man das Netz um weniger als eine Maschenbreite verschiebt so würden die minima visibilia ganz andere Orte aber das Bild sieht genau gleich aus.

/ Es scheint als könne man einen einfärbigen Fleck nicht zusammengesetzt sehen außer wenn man ihn sich nicht einfärbig

8/ $(x): x^2 + 3x + 2 = 0 \,.\equiv.\, x = 2 \vee x = 1$

Diese Sätze könnten einen beinahe glauben machen, man hätte es doch mit der gewöhnlichen Allgemeinheit & den Wahrheitsfunktionen zu tun, wenn es nicht klar wäre daß ihre Verification auf <u>internem</u> Weg geschieht. z.B. durch Ausrechnung der Gleichung $x^2+3x+2=0$ etc. So leitet uns der Schein dieser Notation immer irre.

9/ $(n): n=2 \,.\supset.\, (\exists x,y,z)\, x^2+y^2=z^2$

Freilich sagt $(\exists x,y,z)$ nur, daß es beweisbar ist, daß $x^2+y^2=z^2$ Lösungen hat & bezieht sich <u>nicht</u> auf die Angabe bestimmter Zahlen, noch kann es durch diese Angabe bewiesen werden!

*(Ich ahne daß es möglich sein wird ohne Wahrheitsfunktionen auszukommen)

*Der Fermatsche Satz ist $(n): n \neq 2 \vee n \neq 1 \vee \supset \sim(\exists x,y,z)\, x^n+y^n=z^n$
oder $(n): (\exists x,y,z)\, x^n+y^n=z^n \,.\, x\neq 0 \,.\, y \neq 0 \,.\, z \neq 0 \,.\equiv.\, n=1 \vee n=2$

*Was aber wird nun aus meiner Auffassung der Variablen als allg. Konstante & Unbekannte?

*Es ist klar daß ich die Konstruktion der mathematischen Satzzeichen dadurch erkläre

vorstellt. Die Vorstellung einer Trennungs-
linie macht den Fleck mehrfärbig, denn
die Trennungslinien müssen eine andere
Farbe haben als der übrige Fleck.

Das würde heißen, die einfachen ~~Bestandteile~~ Bestandteile
des Gesichtsfeldes sind einfärbige Flecke.
Wie verhält es sich aber dann mit
kontinuierlichen Farbenübergängen?

Wie kann man die ~~Form~~ der Gestalt
eines Flecks im Gesichtsfeld beschreiben?

Kann man im Gesichtsfeld Coordinatengeometrie
treiben?

6.2.29

Kann man sagen daß der kleinere Fleck
einfacher ist als der größere?
Nehmen wir z.B. zwei ~~[illegible]~~ einfärbige
Kreise, worin soll die größere Einfach-
heit des kleineren Kreises bestehen?

Man könnte sagen der größere kann zwar
aus dem kleineren + noch einem Teil bestehen
aber nicht vice versa. Aber warum soll

muss, dass ich angebe wie die so gebildeten Sätze verifiziert werden sollen. Denn jedes Zeichen deutet eine Methode der Verifikation an. / deutet einen Weg einer Methode der Verifikation an.

So habe ich oben auch die Zeichen „$(\exists x)$" und „(x)" behandelt. Nur treten jetzt die Wahrheitsfunktionen hinzu.

*Kommen wir hier zu dieser Transformation von „$(x)(\exists y)\, y = 2x$" in „$(x)(\exists 2x)$" die ich einmal angedeutet habe? (~~Die~~ Möglichkeit der Verwandlung eines Relativsatzes in ein Attribut in der Allgemeinheit der Mathematik)

*$(x) : x^2 = 4 . \equiv . x = +2 \vee x = -2$ heisst: „rechne $(?)^2 = 4$ aus (d. h. nicht probieren) und du erhältst $+2$ und -2" (und zeigt hier nicht das „und" dass die Wahrheitsfunktion in diesem Satze nicht wesentlich vorkommt?)

*ξ definiert durch die Gleichg. $x^2 = 4$ (Unbekannte), hat die Werte 2 und -2

$$\xi[(?)^2 = 4] = \xi[+2, -2]$$

*(R. versteht den Wert den ich auf eine bestimmte Notation lege ebensowenig, wie den Wert den ich auf ein bestimmtes Wort lege, weil er

ich nicht den Kleineren als die Differenz des Größeren & des Kreises darstellen.

Es scheint mir also: der kleinere Fleck ist nicht einfacher als der größere.

Was ist die allgemeine Form der räumlichen Aussagen?

Es scheint mir eine eigentümliche Eigenschaft der räumlichen Aussagen daß man scheinbar den Raum ohne irgend eine Anspielung auf die Zeit nicht beschreiben kann. Ich kann z.B. sagen: „Ich sehe jetzt einen roten Kreis auf blauem Grund". Das ist ein Satz. Aber ich kann nicht sagen „ein roter Kreis ist auf blauem Grund".

Es ist eigentlich von vornherein wahrscheinlich daß die Zeit in die Betrachtung des Gesichtsraumes nicht nachträglich als ein Anhängsel eintreten kann.

Es ist doch sehr seltsam daß man immer

nicht sieht, daß darin eine ganze Anschauungsweise des Gegenstandes ausgedrückt ist; der Winkel von dem ich die Sache jetzt betrachte. Die Notation ist der letzte Ausdruck der philosophischen Anschauung)

Es muß eine Beziehung zwischen beiden Auffassungen der Variablen geben.

$$\left.\begin{array}{l}(a+b)^2 = a^2 + xab + b^2 \ \underline{\text{ergibt}}\ x = 2 \\ (x+b)^2 = x^2 + 2xb + b^2 \ \underline{\text{ergibt}}\ x = x\end{array}\right\}$$ und bedeuten denselben Sachverhalt der auch in $(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ behauptet wird [ist das aber wahr?]

Könnte ich statt „$(\exists x)\, x^2 + 3x + 2$" auch schreiben „$\left(\frac{-2}{-1}\right)^2 + \left(\frac{-2}{-1}\right) \cdot 3 + 2 = 0$" (wobei $\left(\frac{-2}{-1}\right)$ als das Resultat der Ausrechnung aufgefaßt wird)

Ich sehe noch kein System in allen diesen Fragen.

Ich könnte den Fermatschen Satz so schreiben: „Die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ <u>ergibt</u> die Lösung:

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ n = n \\ x = r,\ y = s,\ z = r + s,\ n = 1 \\ x = r^2 - s^2,\ y = 2rs,\ z = r^2 + s^2,\ n = 2 \end{array}\right.$$

wieder versucht ist einen Komplex im Gesichtsfeld, einen Fleck als Gegenstand anzusprechen.

– Ein Gegenstand darf sich in gewissem Sinne nicht beschreiben lassen.

– D.h. die Beschreibung darf ihm keine Eigenschaft zuschreiben deren Fehlen die Existenz des Gegenstandes selbst ~~vernichten~~ zunichte machen würde. D.h. die Beschreibung darf nichts aussagen was für die Existenz des Gegenstandes wesentlich wäre.

\# „Der Mord … beschäftigt das Gericht" ist ein Satz in dem offenbar ein Ereignis ~~mit~~ scheinbar mit einem Namen bezeichnet ist. Es ist das nicht vielleicht ein Fall der Russellschen „descriptions" sondern der Fall in dem scheinbar von einem komplexen Gegenstand die Rede ist, der aber bei richtiger Analyse durch einen Satz (die Beschreibung des Komplexes) dargestellt wird.

x (der Gegensatz davon ist „$x^n + y^n = z^n$ *ergibt* diese Lösungen nicht"; und natürlich gilt der Satz vom ausgeschlossenen Dritten.)

– Kann man aber nicht sagen: Wie aber, wenn eben diese Frage unentscheidbar wäre? Ja, wie, wenn in einem Falle die Frage ob $f\underline{a} = \varphi\underline{a}$ der Fall ist, unentscheidbar wäre? Etwa angenommen es hätte uns jemand den Satz $e^{2\pi i} = 1$ hinterlassen ohne Beweis & wir zerbrächen uns die Köpfe ob es so ist oder nicht; und jemand sagte: „aber vielleicht ist das unentscheidbar"!

/ Es ist klar, ich kann nur dort den allgemeinen Satz (mit den allg. Konstanten) hinschreiben wo er dem Satz $25^2 = 625$ analog ist, und das ist, wo ich die Rechnungsregeln für a & b ebenso kenne wie die Rechnungsregeln für 6, 2, & 5. Das illustriert ganz, was es heißt, daß a & b hier Konstante sind: Konstante Formen nämlich.

x Aber was heißt es denn, die Rechnungsregeln zu kennen?!

Hat der Mord gar nicht stattgefunden so bleibt der erste Satz doch sinnvoll.

Eine gewisse Analogie mit den Russellschen Beschreibungen ist allerdings vorhanden: Nur daß eben der Komplex quasi von Innen her durch einen Satz beschrieben wird.

Es wäre vielleicht nützlich erst über die Darstellung irgendeines Raumes nachzudenken ehe man zum Gesichtsraum übergeht.

Die Frage ist dann etwa: Wie muß man ein System von Axiomen richtig interpretieren damit es zur Darstellung einer Variablen wird?

Verhält es sich so daß die „Axiome" in einer gewissen Struktur Tautologien sind & daß diese Struktur eben dadurch bestimmt wird daß gewisse Sätze zu Tautologien werden.

Man könnte geradeso statt der Logik

/ Ist es so: Ich kann das Wort „ergibt" nicht anwenden, solange ich keine Methode der Lösung kenne, weil ergibt eine Struktur bedeutet die ich nicht ohne sie zu kennen bezeichnen kann. weil die Struktur dargestellt werden muß.

x Ich habe die intensive Auffassung noch immer nicht ganz durchgeführt!

/ Jeder Satz ist die Anweisung auf eine ~~[illegible]~~ Verification.

x Wonach darf ich denn in der Mathematik fragen?

x Ich darf doch, bei aller Deutlichkeit, in irgend einem Sinne nach dem Verhältnis der Grundregeln zu einem – scheinbar – mathematischen Satz fragen.
Hat diese Frage keinen Sinn so hat keine Frage in der Mathematik Sinn.

/ Wenn ich das Wort „ergibt" wesentlich intensional

der Tautologie eine Logik der Gleichungen
setzen & d.h. man würde von einem
~~Satz~~ Satz zum folgenden durch Substi-
tutionen gelangen. Und die Regeln
nach denen diese Substitutionen voll-
zogen werden dürfen wären in
Gleichungen niedergelegt.

Alle Gleichungen – nicht nur die Defini-
tionen – sind Zeichenregeln!
Von einigen dieser Zeichenregeln kann
man zu den anderen gelangen. Man kann
die einen geben & aus ihnen die anderen
ableiten.

Ist so eine Ableitung ein Schluss von
Sätzen? Warum soll man's nicht
so nennen?

Wie verhält es sich mit Ungleichungen?
Auch sie sind offenbar Zeichenregeln.
Kann man Zeichenregeln durch
Sätze – die von den Zeichen handeln – ersetzen?
Wenn ja, so ist es klar daß die
die ganze Logik auf Zeichenregeln, also

auffasse so besteht der Satz „die Gleichung G ergibt die Lösung a" so lange nichts, als das Wort „ergibt" nicht für eine bestimmte Methode steht. Denn gerade die ist es ja, die ich bezeichnen will.

' Ich habe hier nichts anderes als den alten Fall, daß ich nicht sagen kann zwei Komplexe stünden in einer Relation ohne die Relation logisch abzubilden.

' „Die Gleichung ergibt a" heißt: wenn ich die Gleichung ~~nach~~ gewissen Regeln transformiere erhalte ich a, so wie die Gleichung 25 × 25 = 620 besagt, daß ich 620 erhalte wenn ich auf 25 × 25 die ~~[illegible]~~ Multiplicationsregeln anwende. Aber diese Regeln müssen mir schon gegeben sein, ehe das Wort „ergibt" Bedeutung hat & ehe die Frage einen Sinn hat, ob die Gleichung a ergibt.

' Der Formale Satz hat also keinen Sinn solange ich nach der Auflösung der Gleichung durch Cardinalzahlen nicht suchen kann.

diesen übertragenen Sinn auf Gleichungen anwenden kann.

Ich werde offenbar, wider meinen Willen, auf die Arithmetik zurückgeworfen.

Die Zahl ist eine Art der Darstellung. Wenn ich sage: auf dem Tisch liegen 4 Bücher, so könnte ich dasselbe auch ohne die Hilfe der Zahl 4 ausdrücken etwa mit Hilfe einer <u>andern</u> Zahl. Die 4 kommt in meine Darstellung dadurch dass ich eben in Form eines Satzes über a, b, c, d ausdrücke.

Ein Satz handelt von 4 Dingen wenn er von a, b, c, d handelt.

Das Charakteristische ist dass das was zählt durch Substantive bezeichnet wird.

Man müsste also den Gebrauch der Substantive in der Sprache allgemein rechtfertigen.

Kann das geschehen indem man Substan-

/ Und „suchen" muss immer heißen: systematisch suchen. Es ist kein Suchen, wenn ich im unendlichen Raum nach einem Goldring herumirre.

/ An unserer Schwierigkeit ist großenteils die falsche Auffassung der Variablen schuld, nämlich die Auffassung als verträte sie Zahlen (die extensive Auffassung), während sie nichts vertritt sondern ist was sie ist. Verträte sie Zahlen dann brauchte allerdings nur $5^3+7^3=9^3$ Sinn haben & der Sinn der allgemeinen Sätze über die Form $x^n+y^n=z^n$ folgte daraus. Aber da die Variable autonom ist, so hat der Satz mit ihr erst dann Sinn, wenn er nach seinen eigenen Prinzipien kontrollierbar ist wie $5^3+7^3=9^3$ nach den seinen.

/ Das Wort „Variable" ist zu ersetzen durch das Wort „Zahlform". Und diese Form ist eben so konstant, wie die Zahl 4.

2/ Auch die Frage „Ist 5+7=13?" könnten wir nicht aufwerfen, wenn nicht 5, 7 & 13 tive als Punkte von Komplexe aufgefasst?

Beiläufig: Wenn ich sage das Bücherpaar geht spazieren so sage ich eben daß jeder der beiden Teile aus & außerdem daß sie in einer gewissen Beziehung zu einander stehen!

Etwa $\varphi(a)\cdot\varphi(b)\cdot\psi(a,b) = \Phi[\underbrace{\psi(a,b)}_{\text{Komplex}}] = \phi(C)$

Hier wäre C ein Substantiv

Stelle ich eine Tatsache durch einen Satz von der Form $\varphi(A,B)$ dar so ~~sage~~ können wir ~~ich~~ die Darstellung enthält eine Zweiheit u.s.w.

Wie verhält sich diese Theorie zu der Freges & Russells? Der erste Unterschied ist, daß in ~~[illegible]~~ der Theorie Freges eine Einsensrelation <u>konstruiert</u> wird das ist unerlaubt & setzt eine falsche Auffassung der Identität voraus. Zweitens wird <u>eine</u> Klasse mit einer bestimmten Anzahl von Gliedern konstruiert & das ist aus dem gleichen Grund unerlaubt. Diese Grundklasse ~~ist~~ wäre in unserer Theorie die Klasse der Substantiva in einem gewissen in <u>einem</u> System beigeschrieben wären (oder, was auf dasselbe hinausläuft, wenn sie nicht in verschiedenen ineinander übersetzbaren Systemen beigeschrieben sind)

/ Es wäre dann so wie mit Brouwers Dezimalzahl von der man nicht entscheiden kann ob sie größer oder kleiner als 0 ist. Das heißt aber natürlich, daß man <u>diese Frage nicht aufwerfen kann</u>. Denn „wo sich nicht suchen läßt, da läßt sich auch nicht fragen“.

/ Es genügt also nicht zu sagen p ist beweisbar, sondern es muß heißen: beweisbar nach einem bestimmten System.

/ Und zwar behauptet der Satz <u>nicht</u> p sei beweisbar nach dem System S sondern nach <u>seinem</u> System, dem System von p. Daß p dem System S angehört, das läßt sich nicht behaupten, das muß sich zeigen.

/ Man kann nicht sagen p gehört zum System S;

Zusammenhang (und zwar in extenso)

Andrerseits scheint es als könnte man meine Theorie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ so formulieren dass, wie Frege es sagt, die Zahlangabe eine Aussage über einen Begriff ist.

Ich sagte einmal es gäbe keine extensionale Unendlichkeit. Ramsey sagt darauf: kann man sich nicht vorstellen dass ein Mensch ewig lebt d.h. einfach nie stirbt, und ist das nicht extensionale Unendlichkeit? Ich kann mir doch gewiss denken dass ein Rad sich dreht und nie stehenbleibt. Hier liegt eine merkwürdige Schwierigkeit: Es scheint mir unmöglich zu sagen ~~daß~~ in einem Raum unendlich viele ~~[illegible]~~ Körper sind gleichsam als etwas Zufälliges. Dagegen kann ich mir ja intensionale ein unendliches Gesetz denken (oder eine unendliche Regel) durch die immer Neues produziert wird ad infinitum aber natürlich nur was eine Regel produzieren kann, nämlich Konstruktionen.

Und nun scheint es dass die unendliche

man kann nicht fragen, zu welchem System p gehört; man kann nicht das System von p suchen. p verstehen, heißt, sein System verstehen. Tritt p scheinbar von einem System in das andere über, so hat in Wirklichkeit p seinen Sinn gewechselt.

Ich brauche kaum zu sagen daß dort, wo der Satz des ausgeschl. Dritten nicht gilt, auch kein anderer Satz der Logik gilt, weil wir es dort nicht mit Sätzen der Mathematik zu tun haben. (~~[illegible]~~ Dagegen Weyl & Brouwer)

Würde denn aus dem Allen nicht das paradoxe folgen: daß es in der Mathematik keine schweren Probleme gibt, weil was schwer ist, kein Problem ist?

Ganz so ist es aber nicht: Die schwierigen Probleme der Mathematik sind die, für deren Lösung wir noch kein geschriebenes System besitzen. Der suchende Mathematiker hat dann ein System in irgendwelchen psychischen Symbolen, Vorstellungen, „im Kopf" & trachtet es aufs Papier zu bringen. Hat er das getan so ist das Übrige leichter. Hat er

Umdrehungen eines Rades konstruiert sein können während ich ~~unend~~ neue Gegenstände nicht konstruieren kann.
[Darin wird etwas wahres & etwas falsches sein]

/ Angenommen wir wandern auf einer Geraden im Euklidischen Raum hinaus & sagen wir begegnen alle 10m eine eiserne Kugel von gewissem Durchmesser ad inf.; ist das eine Konstruktion? Es scheint ja. Das merkwürdige ist daß man einen solchen unendlichen Komplex von Kugeln auffassen kann als das ~~unend~~ endlose Wiederkehren derselben Kugel nach einem gewissen Gesetz. Daß aber im selben Augenblick wenn man eine individuelle Verschiedenheit der Kugeln denkt ihre unendliche Anzahl Unsinn zu werden scheint.

/ Ich habe das Gefühl daß die bloß negative Beschreibung des nicht Aufhörens nicht eine positive Unendlichkeit liefern kann.

/ Dieses negative Kennzeichen genügt wohl aber kein System weder in geschriebenen noch in ungeschriebenen Symbolen, dann kann er auch nicht nach einer Lösung suchen, sondern höchstens herumtappen. – Nun kann man allerdings auch durch planloses Tasten etwas finden. Dann hat man es aber nicht gesucht & das Verfahren, logisch betrachtet, war synthetisch, während Suchen ein analytischer Prozess ist.

Was man auffassen kann ist ein Problem.

Nur wo ein Problem sein kann, kann etwas behauptet werden.

Kenne ich die elementaren Regeln der Trigonometrie so kann ich den Satz $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ kontrollieren aber ~~…~~ nicht den Satz $\sin x = 1 - \frac{x^3}{3!} + \dots$ Das heißt aber, daß der sin der elementaren Trigonometrie & der der höheren verschiedene Begriffe sind. Wenn wir sie gleich benennen so hat das allerdings den guten Grund daß der zweite Begriff die Mannigfaltigkeit des ersten in sich schließt; aber für das System der elementaren Trigonometrie hat der zweite Satz keinen Sinn & die Frage ob $\sin x = 1 - \frac{x^3}{3!} + \dots$

für die intentionale Unendlichkeit. Hier bedeutet es nur daß eine ~~Regel~~ Operation ihrem Wesen nach auf ihr eigenes Resultat angewandt werden kann.

Wenn zwei Gegenstände alle Eigenschaften miteinander gemein haben, wie können sie dann verschiedene Namen haben? Denn daß sie Namen habe ist ja in diesem Sinne auch eine Eigenschaft!

Nun kann ich aber doch über die Eigenschaften der Gegenstände unwissend sein. Ich kann also zweifeln ob zwei Gegenstände alle Eigenschaften miteinander gemein haben oder nicht. Wie prüfte ich das? Ich würde ihnen etwa zuerst verschiedene Namen geben ....?
Nein denn ~~daß~~ wenn ich ihnen auch nur verschiedene Namen geben kann so haben sie damit eo ipso verschiedene Eigenschaften. Das würde aber bedeuten daß ich von zwei Gegenständen gar nicht sagen kann daß sie nur gleiche Eigenschaften haben, denn dieser Satz würde sich selbst widersprechen.

ist hier natürlich auch sinnlos.

/ Die beiden Sätze stehen gleichsam auf zwei verschiedenen Ebenen. In der ersten kann ich mich bewegen so viel ich will, ich werde nie zu dem Satz der höheren Trigonometrie kommen.

/ Ist es nun eine richtige Frage, ob die Dreiteilung des Winkels möglich ist? Und welcher Art ist ~~also~~ der Satz + seines Beweises, daß sie mit Zirkel & Lineal nicht möglich ist?

/ Man könnte sagen: Da sie nicht möglich ist konnte man auch nie nach ihr suchen.

/ Solange ich nicht das große System sehe, das beide umfaßt, kann ich das höhere Problem nicht zu lösen trachten.

/ Ich kann erst dann fragen ob der Winkel mit Lineal & Zirkel ~~zu~~ dreigeteilt werden kann, wenn ich das System „Lineal & Zirkel" in ein größeres eingebettet sehe, worin das Problem lösbar ist; oder vielmehr worin das Problem ein Problem ist, worin diese Frage einen Sinn hat.

Das zeigt sich auch darin, daß man zum

Und doch kann sie nicht stimmen.

Es würde jedenfalls folgen, daß der Gegenstand a auch „b" heißt & der Gegenstand b auch „a".

– Angenommen mein Gesichtsbild besteht aus zwei gleichgroßen roten Kreisen auf blauem Grund: Was ist hier in zweifacher Zahl vorhanden & was einmal? Und was bedeutet diese Frage überhaupt?

– Man könnte sagen wir haben hier _eine_ Farbe, _eine_ Form aber _zwei_ Örtlichkeiten. Aber kann man denn von Örtlichkeiten reden ohne sie _sich_ erfüllt zu denken also als bloße Möglichkeiten?

Ein scheinbarer Ausweg wäre natürlich der, zu sagen, rot, kreisförmig, sind Eigenschaften (externe) von _zwei_ Gegenständen die man etwa Flecken nennen könnte & diese Flecken stehen außerdem in gewissen räumlichen Beziehungen zu einander; aber das ist Unsinn.

– Es ist offenbar möglich die Identität eines Ortes im Gesichtsfeld festzustellen denn sonst könnte man nicht unter

Beweis der Unmöglichkeit aus dem Euklidischen System herauszutreten muß.

/ Ein System ist sozusagen eine Welt.

× Oder auch: Jedes höhere System ist eine Welt von mehr Dimensionen als das niedere.

/ Ein System kann man also nicht suchen. Wohl aber den Ausdruck für ein System das mir in ungeschriebenen Symbolen gegeben ist.

/ Der Schüler dem das Rüstzeug der elementaren Trigonometrie zur Verfügung stünde & von dem die Überprüfung der Gleichung $\sin x = 1 + \frac{x^3}{3!} -$ verlangt würde, fände das, was er zur Bewältigung dieser Aufgabe braucht eben nicht (in geschriebenen Symbolen) vor. Wenn der Lehrer dennoch die Lösung von ihm erwartet, so setzt er voraus, daß die Mannigfaltigkeit der Syntax die diese Lösung voraussetzt, ~~in anderen Symbolen dem Schüler zur Verfügung steht~~ irgendwie in anderer Form im Kopf des Schülers vorhanden ist. Und zwar so, daß der Schüler den Symbolismus

scheiden ob ein Fleck immer am gleichen Ort bleibt oder ob er seinen Ort ändert.
Denken wir uns einen Fleck der verschwindet & wieder auftaucht so können wir doch sagen ob er am gleichen Ort wieder erscheint oder an einem anderen.
(Physiologisch könnte man dies so erklären daß die einzelnen Punkte der Retina lokale Merkmale haben.)

Man kann also wirklich von gewissen Orten im Gesichtsfeld sprechen & zwar mit demselben Recht wie man von verschiedenen Orten auf der Netzhaut spricht.

Wäre ein solcher Raum mit einer Fläche zu vergleichen, die in jedem ihrer Punkte eine andere Krümmung hätte so daß jeder Punkt ein ausgezeichneter Punkt ist.?

Man kann auch sagen der Gesichtsraum ist ein gerichteter Raum, ein Raum in dem es ein oben & unten und ein rechts & links gibt.
Und dieses oben & unten, & rechts & links hat nichts mit der Schwerkraft oder der rechten & linken Hand zu tun. Es würde z.B. auch dann seinen Sinn beibehalten wenn wir unser ganzes Leben lang durch ein Teleskop nach den

der elementaren Trigonometrie als einen Teil jenes ungeschriebenen sieht & um den Rest aus dem ungeschriebenen in einen geschriebenen übersetzt.

/ Das System von Regeln welche einen Kalkül bestimmen, bestimmt damit auch die „Bedeutung" seiner Zeichen. Richtiger ausgedrückt: Die Form & die syntaktischen Regeln sind äquivalent. Ändere ich also die Regeln – ergänze ich sie etwa scheinbar – so ändere ich die Form, die <u>Bedeutung</u>.

/ Die Grenzen meiner Welt kann ich <u>nicht</u> sehen, wohl aber Grenzen innerhalb meiner Welt. Ich kann nicht fragen, ob der Satz p zum System S gehört, wohl aber ob er zum Teil s von <u>S</u> gehört. Ich kann also dem Problem der 3-Teilung des Winkels im großen System seinen Platz bestimmen, aber nicht im Euklidischen System danach fragen ob es ~~…~~ lösbar ist. In welcher <u>Sprache</u> sollte ich denn danach fragen? In der Euklidischen? Und ebensowenig kann ich in der Euklidischen Sprache nach der Möglichkeit der 2-Teilung des Winkels im Euklidischen System fragen.

Sternensehen.

Angenommen wir sähen durch ein Fernrohr nach dem Sternenhimmel dann wäre unser Gesichtsfeld gänzlich dunkel mit einem helleren Kreis & in diesem Kreis weißen Lichtpunkte. Nehmen wir ferner an wir hätten unseren Körper nie gesehen sondern immer nur dieses Bild wir könnten also nicht die Lage eines Sterns mit der unseres Kopfes oder unserer Füße vergleichen. Was ~~[illegible]~~ zeigt uns daß unser Raum ein oben & unten etc hat, oder einfach daß er gerichtet ist? Ich kann jedenfalls wahrnehmen daß sich das ganze Sternbild im lichten Kreis dreht & das heißt ich kann verschiedene Richtungen des Sternbilds wahrnehmen. Wenn ich ~~[illegible]~~ ein Buch verkehrt halte so kann ich die Buchstaben nicht oder ~~[illegible]~~ schwer lesen.

Dieser Sachverhalt ist nicht vielleicht ~~damit~~ dadurch erklärt daß man sagt: die Retina hat eben ein oben & unten, rechts & links & so ist es leicht verständlich daß es das

Denn das würde in dieser Sprache auf eine Frage nach der Möglichkeit schlechtweg hinauslaufen & diese Frage ist immer unsinnig.

/ Hier liegt aber nichts vor was wir als eine Hierarchie von Typen bezeichnen dürften.

/ Man kann in der Mathematik nicht <u>allgemein</u> von Systemen sondern nur <u>in</u> Systemen reden. Sie sind gerade das, wovon man nicht reden kann. Also auch das, was man nicht suchen kann.

/ Der Schüler der den Apparat zur Beantwortung der zweiten Frage nicht hat, kann sie nicht nur nicht beantworten, sondern, <u>er kann sie auch nicht verstehen.</u>

/ Das wäre ähnlich wie die Aufgabe die der Fürst im Märchen dem Schmied stellt ihm einen Klamank zu bringen.

/ <u>Jeder</u> rechtmäßige Satz der Mathematik muß wie der Satz 12 × 13 = 137 an sein Problem die Leiter anlegen x — die ich dann hinaufsteigen kann, wenn ich will.

Das gilt von Sätzen aller Art der Allgemeinheit.

analoge im Gesichtsfeld gibt. Vielmehr ist eben das kann keine *Darstellung* des Sachverhalts auf dem Umweg über die Verhältnisse in der Retina.

– Wir können auch sagen es verhält sich in unserem Gesichtsfeld immer als sähen wir mit allem übrigen ein gesehenes Koordinatensystem wonach wir alle Richtungen fixieren können. – Aber auch das ist keine richtige Darstellung denn sähen wir wirklich ein solches Koordinatenkreuz (etwa mit Pfeilen) so wären wir tatsächlich im Stande nicht nur die relativen Richtungen der Objekte gegen dieses Kreuz zu fixieren sondern auch die Lage des Kreuzes selbst im Raum gleichsam gegen ein ungesehenes im Wesen dieses Raumes enthaltenes Koordinatensystem.

– Wie müßte es sich mit unserem Gesichtsfeld verhalten wenn das nicht so wäre? Ich könnte dann natürlich relative Lagen & Lageänderungen sehen aber nicht absolute. D. h. aber z. B. es hätte keinen Sinn von einer

(N.B. Eine Leiter mit „unendlich vielen" Sprossen gibt es nicht)

Man könnte auch sagen: „$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$" sagt daß die Lösung der Gleichung nach $a + b$ $a = a$ & $b = b$ ergibt. $x^2 + 2x + 3 = 0$ sagt, daß die Lösung bestimmte Zahlen ergibt, wenn es nicht nur eine Frage ist.

Wir könnten ~~=~~ nicht nur nicht wissen ob, sondern es hätte keinen Sinn ~~von~~ in diesem Zusammenhang vom Gleichen oder von verschiedenen Orten zu reden. Und da es in Wirklichkeit Sinn hat so hat unser Gesichtsfeld nicht diese Struktur. ~~Das~~ Es ist eben das eigentliche Kriterium der Struktur, welche Sätze in ihr Sinn haben – nicht welche wahr sind. Das zu suchen ist die Methode der Philosophie

Daß es einen Prozess der Lösung gibt kann man nicht behaupten. Denn gäbe es den nicht, so wäre die Gleichung als allgemeiner Satz unsinnig.

Man kann alles behaupten, was sich durch die Tat kontrollieren läßt.

Drehung des ganzen Gesichtsfeldes zu reden. So weit ist es vielleicht überhaupt verständlich. Nehmen wir nun aber an wir sähen in unserem Fernrohr etwa nur einen Stern in einer gewissen Entfernung vom schwarzen Rand. Dieser Stern würde verschwinden & wieder in der gleichen Entfernung vom Rand auftauchen. Dann könnten wir nicht wissen ob er an der gleichen Stelle auftaucht oder an einer anderen. Oder es würden zwei Sterne abwechselnd in gleicher Entfernung vom Rand kommen & verschwinden dann könnte wir nicht sagen ob – oder daß – es der gleiche oder verschiedene Sterne sind.

Wir können das auch so darstellen: Nehmen wir an daß einmal für ein paar Augenblicke ein gezeichnetes Koordinatenkreuz in unserem Gesichtsfeld aufgeflammt sei & dann wieder verschwinden so ~~behaupte~~ könnten wir bei genügendem Gedächtnis die Richtung jedes später eintretenden Bildes nach der Erinnerung an das Kreuz fixieren. Gäbe es keine absolute Richtung so

/ Es handelt sich um die Möglichkeit der Kontrolle.

X Eine Gleichung wie $x^2 = 2x$, als Aufgabe gestellt, ist keine Behauptung. Lies sie als Behauptung, dann sieht man es. Wenn Einer dem ich sie als Aufgabe hinschriebe, sie im Tonfall der Behauptung läse, würde ich sagen: „nein, so meine ich es nicht".

$$\underbrace{x^2 + \underset{b}{2}x + \underset{c}{3} = 0 \,,\; x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}}$$

/ Die beiden Gleichungen so geschrieben geben offenbar die volle Antwort auf die Frage die in der ersten ausgedrückt ist.

/ Wenn in der Logik eine Frage 1.) allgemein & 2.) im Besondern beantwortet werden kann, dann muß sich die besondere Beantwortung immer als ein Sonderfall der allgemeinen ausweisen; oder anders: der allgemeine Fall muß immer schon den besonderen als Möglichkeit in sich tragen.

Ein Fall hiervon ist die Berechnung des

(logisch)
wäre das unmöglich.

– Das besagt aber wir haben die Möglichkeit eine mögliche Lage – d.h. also eine Stelle – im Gesichtsfeld zu beschreiben ohne ~~[illegible]~~ uns auf etwas ~~[illegible]~~ zu beziehen was sich eben dort befindet. Wir können also z.B. sagen etwas kann oben rechts sein u.s.w.
(Die Analogie mit der gekrümmten Fläche wäre etwa zu sagen: Ein Fleck auf einem Ei kann sich nahe am stumpfen Ende befinden)

/ Ich kann offenbar das Zeichen V einmal als ein V einmal als ein a, ~~[illegible]~~ als das Zeichen für größer oder als das Zeichen für kleiner sehen auch wenn ich es durch ein Fernrohr sehe & ~~[illegible]~~ seine Lage nicht mit der Lage meines Körpers vergleichen kann.
Vielleicht wird man sagen daß ich die Lage meines Körpers fühle ohne ihn zu sehen. Aber die Lage im Gefühlsraum (wie ich ihn einmal nennen will) hat mit der Lage im Gesichtsraum nichts zu tun, die beiden sind von einander unabhängig & gäbe es im

Dinges mit S & V, die das Zahlensystem der besonderen Ausrechnung in sich tragen muss.

Die allgemeine & die besondere Form müssen auf bestimmte Weise in einander übersetzbar sein.

/ Wenn ich $(\exists x)\, x^2 = 2x$ schreibe & $(\exists x)$ nicht extensiv verstehe, so kann es nur behaupten: „Wenn ich die Regeln der Lösung anwende, so komme ich zu einer bestimmten Zahl im Gegensatz zu dem Falle, wo ich zu einer Identität oder einer verbotenen Gleichg. komme."

/ Wie ist die rein technische Verifikation von $(x): x^2 = 2x \supset x = 0 \vee x = 2$

Ich rechne x aus einer Gleich. aus, setze den Wert überall ein & muss dann einen wahren Satz erhalten.

/ Ergibt also die bloße Transformation von „$x^2 = 2x$" den Satz „$x = 0 \vee x = 2$"?

/ Gibt „$x^2 = +4$" „$x = +2 \vee x = -2$"? D.h. sind die „Wahrheitsfunktionen" nötig? Oder auch: Liefert die Transformation nach den Regeln die beiden Gleichungen in der Verknüpfung „$x = +2 \vee x = -2$"?

Gesichtsraum keine absolute Richtung so könnte man die Richtung im Gefühlsraum ihr gar nicht zuordnen.

Kann ich nun etwa sagen: die obere Hälfte meines Gesichtsfeldes ist rot? ~~die untere weiß?~~ Und was bedeutet das? kann es sagen daß ein Gegenstand (die obere Hälfte) die Eigenschaft rot hat?

Man muß sich daran erinnern daß jeder Teil des Gesichtsraumes eine Farbe haben muß & daß jede Farbe einen Teil des Gesichtsraumes einnehmen muß. Die Formen ~~der~~ Farbe & Gesichtsraum durchdringen einander.

Man könnte auch sagen es ist nur eine Form. Welches aber sind die Gegenstände die in dieser Form auftreten.

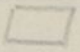
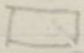
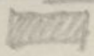
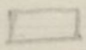
Stehen nicht Farbe & Gesichtsraum zu einander im Verhältnis wie Argument & Funktion. Die Formen von Argument & Funktion müssen einander auch durchdringen.

Was aber will das „(x)" in „$(x): x^2 = 2x \supset x = 0 \lor x = 2$"? (Es wäre lächerlich es extensiv aufzufassen) Ist es eine allg. Konstante? Jedenfalls keine Unbekannte.

Daß der Satz der bei der Ausrechnung herauskommt wahr ist, läßt sich wieder rein technisch durch Ersetzungsregeln — $a = a \ldots W$, $a \neq a \ldots F$ oder dergl. — zeigen. Dann ist also auch hier das x eine allg. Konstante.

Aber was ist denn die Verifikation von $(\exists x)\, x^2 = 2x$? Ich meine die spezifische Verifikation <u>dieses</u> ~~[illegible]~~ Satzes, <u>im Gegensatz zur Verifikation von</u> „$(x): x^2 = 2x \supset x = 2 \lor x = 0$". Denn muß nicht der andere Satz — d.h. der andere Sinn — auch <u>anders</u> verifiziert werden? Etwa, der allgemeinere, allgemeiner.

„$p \lor \sim p$" darf ich nur dann sagen wenn ich „p" verstehe, so darf ich sagen „$5 \times 5 = 11 \lor 5 \times 5 \neq 11$" & die Allgemeinheit des Satzes macht gar keinen Unterschied. Ich könnte Zahlengleichungen & <u>Buchstabengleichungen</u> <u>dahin</u> zusammenfassen: ~~[illegible]~~ die Transformation der linken Seite nach den Regeln liefert die rechte Seite oder nicht.

Mit der Zusammengesetztheit der räumlichen Gebilde aus ihren kleineren räumlichen Bestandteilen verhält es sich so: Das größere geometrische Gebilde ist nicht aus kleineren geometrischen Gebilden zusammengesetzt ganz ebensowenig wie man sagen kann daß 5 aus 3 + 2 zusammengesetzt ist oder etwa gar 2 aus 5 + −3. Denn hier bedingt das größere das kleinere ganz ebenso wie das kleinere das größere. Das Viereck  ~~hat~~ ist nicht aus den Vierecken  +  zusammengesetzt vielmehr bedingt die erste geometrische Figur die beiden anderen und umgekehrt. Hier hätte also Nicod recht wenn er sagt daß die größere Figur nicht die kleineren als Bestandteile enthält. Anders aber ist es im erfüllten Raum die Figur  besteht tatsächlich aus den Bestandteilen  und  obwohl die rein geometrische Figur des großen Quadrats nicht aus den Figuren der beiden Rechtecke besteht. Diese rein geometrischen Figuren sind ja nur logische Möglichkeiten. — Man kann nun tatsächlich ein materielles Schachbrett als Einheit — nicht aus seinen Feldern zusammengesetzt — sehen, Wenn ein Elektron durch die geringste Lichtquantität die wir daraufwerfen um es zu sehen fortgeschleudert wird so daß wir es nicht sehen so können wir nur sagen daß wir es nicht sehen & eine Theorie die dann dennoch daran festhält daß es da ist – nur nicht gesehen wurde ganz ist eine sehr unpraktische Theorie.

Dazu müssen aber die beiden Seiten der Gleichung (N.B.: der allgemeinen) – sozusagen – commensurabel sein.

Weil die Zahlengleichung $f_1 5 = f_2 3$ commensurable Seiten hat, folgt nicht, daß $f_1 a = f_2 b$ commensurable Seiten haben muß. Denn für a & b gelten andere Rechnungsregeln als für 3 & 5.

Die Klassificationen die Philosophen & Psychologen machen sind so wie wenn man Wolken nach ihrer Gestalt klassifizieren wollte.

Die Aufgabe der Philosophie ist, das erlösende indem man es als ein großes Viereck sieht & von seinen Feldern absieht. – Sieht man aber von seinen Feldern nicht ab dann ist es ein Komplex & die Felder sind seine Bestandteile die es constituieren ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ um die Ausdrucksweise Nicods anzuwenden.

Was übrigens heißen soll daß etwas von irgendwelchen Gegenstande ~~constituiert~~ ~~[illegible]~~ determiniert aber nicht constituiert wird kann ich nicht verstehen. Diese beiden Ausdrücke, wenn sie überhaupt einen Sinn haben, haben denselben Sinn.

Man kann die obigen Überlegungen natürlich auch auf die Zeit anwenden.

Ein Intellekt der die Bestandteile & ihre Relationen übersieht das Ganze aber nicht ist ein Unding. (siehe Nicod)

Wenn jeder Punkt im Gesichtsraum ein ausgezeichneter Punkt ist so hat es allerdings einen Sinn, von hier & dort im Gesichtsraum zu sprechen & das scheint

Wort zu finden.

Vorne Zig wot lsrpmbmlsrvivnk rbg ori bopygkg zooot umxs ++, & zoovi drvwv, uof, & zfsvi offh rxs orxs hm mmg drvwvihmpvn. hmvi zmvvivn Tvmvippimm hviw hrv m Upvrhs & Yffg fgvitvgfutvn hvim & hrv dviw wvv Divwvihmpfutvn ffutdvipit ervwvn. Ufi orxs hviw hrv lmgdvmvit. — Diese Methode ist im Wesentlichen der Übergang von der Frage nach der Wahrheit zur Frage nach dem Sinn.

* $(\exists x): x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots a_n = 0$ wenn ich das nicht extensiv auffasse, was sagt es? (Ein mathematischer Satz sagt immer das, was sein Beweis beweist. D.h. er sagt nie mehr, als sein Beweis beweist.)

* Wenn ein Satz Sinn hat, muss auch sein Gegenteil Sinn haben.

* Daß die Frage Sinn hat „wieviele Lösungen hat eine Gleichung“, ist klar.

[Die Antwort ist übrigens eine Zahlangabe, die man für ein Beispiel eines mathematischen Satzes höherer Type halten könnte; aber hier

mir jetzt die Vorstellung der visuellen Sachverhalte ~~zu vereinfachen~~ einfacher zu gestalten.
Aber ist diese Eigenschaft des ausgezeichneten Punktes für den Gesichtsraum wirklich wesentlich, ich meine könnten wir uns nicht einen Gesichtsraum denken indem man nur gewisse Lagenverhältnisse aber keine absolute Lage wahrnähme. D.h. könnten wir uns so eine Erfahrung ausmalen? Etwa in dem Sinn, wie wir uns die Erfahrungen eines Einäugigen vorstellen können? Ich glaube nicht. Man könnte z.B. eine Drehung des ganzen Gesichtsbildes nicht wahrnehmen oder vielmehr <u>sie wäre nicht denkbar</u>. Wie würde etwa der Zeiger einer Uhr aussehen der sich ~~auf~~ dem Zifferblatt entlang bewegt? (Ich nehme an daß das Zifferblatt wie bei manchen großen Uhren <u>nur</u> Punkte aber keine Ziffern hat.)
Wir würden dann zwar die Bewegung von einem Punkt zum anderen wahrnehmen – wenn sie nicht in <u>einem</u> Ruck geschieht – ~~wenn~~ aber wenn der Zeiger in einem Punkt angelangt ~~ist~~ wäre so könnten wir seine Lage von der im vorigen Punkt nicht unter-

zeigt sich gerade, daß es das nicht gibt]

Der Satz „$(x)\, x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$" hat Sinn & ist wahr, der Satz $(x)\, x^2=2x$ hat Sinn & ist falsch. (Wenn ich ihn sehe kann ich sagen: „so? das werden wir gleich sehen, ob das wahr ist, dazu braucht man nur –?" & nun kontrolliere ich ihn)

Der Satz $(\exists x)\, x^2=2x$ hat Sinn & ist wahr. Was aber ist ein dem zweiten Fall entsprechender Satz mit „$(\exists x)$" der Sinn hat & falsch ist?

Etwa $(\exists x)\, x^2=2x \cdot x=1$?

Aber wie ist es denn: Im letzten Falle kann ich allerdings sagen: wir werden gleich sehen ob das wahr ist. Aber im vorhergehenden scheint das gar nicht zu gehen. Aber im letzten könnte ich ja statt „$(\exists x)$" ebensogut „(x)" schreiben.

Es geht wenn z.B. in „$(\exists x)$" „x" nur reelle Zahlen ~~bedeutet~~ umfaßt. Das würde aber sagen, daß „$(\exists x)\, x^2=2x$ sinnlos ist, wenn „x" die uneingeschränkte Zahlform ist.

Hätte ich eine Methode Gleichungen die eine Lösung haben von solchen zu scheiden die keine haben dann hätte mit Bezug auf diese Methode der Ausdruck „$(\exists x)\, x^2=2x$" Sinn.

scheiden. Ich glaube es zeigt sich, daß das mit unserem Gesichtsraum nicht vorstellbar ist.

Ist nun nicht der Begriff der Distanz einfacher zu verstehen?

~~Nehmen~~ Denken wir uns ein Kraftfeld etwa eine Eisenplatte die in einem Punkt ständig erhitzt wird, & die Wärme nach allen Richtungen leitet so daß ein Temperaturgefälle in radialer Richtung entsteht. In allen Punkten der Fläche könne man mit Thermometern die Temperatur messen. Man könnte dann die Distanz in der Temperaturgeometrie dieser Fläche definieren als die Temperaturdifferenz irgend zweier Thermometer

Auch unser Gesichtsraum wäre ja so ein Feld

Was bedeutet dann eine Distanz im Euklidischen Raum? Aber hier bin ich, im Gegensatz zum Gesichtsraum, im Bereich der starren Maßstäbe.

Es ist nun einer Satz zu sagen: Rot ist hier. Dabei ist „hier" ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ die Bezeichnung

Ms-105,49

Ich kann fragen „welche Lösung hat die Gleichung $x^2 = 2x$", aber ich kann nicht fragen „hat sie eine Lösung". Denn, wie würde das aussehen, wenn sie keine hätte? (Nicht <u>extensiv</u>!) Erst wenn ich weiß was der Fall ist wenn ein Satz falsch ist, hat er einen Sinn. — Wenn nun aber jener andere Fall etwa der der Gleichung „$(\exists x)\ x^2 - 2x - x(x-2) = 0$" wäre? Dann hätte der Satz „$(\exists x)\ x^2 = 2x$" allerdings Sinn, sein <u>Beweis</u> wäre daß die Regeln es nicht gestatten die Seiten gegeneinander zu kürzen.

* Was aber beweisen die <u>Beweise</u> daß jede Gleichung n^{ten} Grades eine Lösung hat? Welche Frage beantwortet dieser <u>Beweis</u>? Ich kann ja nicht ins <u>Blaue</u> hineinfragen!

\# Auf die Frage „(gibt's eine Lösung) der Gleichung $x^n + a_1 x^{n-1} \dots a_n = 0$?" kann man immer fragen „im Gegensatz wozu?".

* Wenn jene Beweise tun, was sie vorgeben dann müssen sie die Gleichungen der Form $x^n + a_1 x^{n-1}$ etc. auffassen als einen Teil eines größeren Systems in dem der Gegensatz des zu beweisenden Sinn hat.

eines Ortes im Gesichtsfeld & diese Bezeichnung, beschreibt auch die Gestalt des roten Flecks, denn aus der Lage der Farbe Rot geht diese Gestalt hervor. Wie aber ist diese Lage wirklich zu beschreiben?

Der Unterschied zwischen der Geometrie als der Lehre von einem Raum & der Mathematischen Geometrie muß derselbe sein wie der zwischen dem Satz zwei Pflaumen & zwei Pflaumen sind vier Pflaumen & dem Satz 2+2=4. Aber auch das erste dieser Gebilde ist ja kein wirklicher Satz sondern nur eine Andeutung eines Übergangs von einem Satz zu einem anderen Satz. Daher können auch die scheinbaren Sätze der Geometrie nicht wirkliche Sätze sein sondern angedeutete Übergänge von einem Satz über räumliche Objekte zu einem anderen Satz über räumliche Objekte. So kann ich von dem Satz „A & B liegen zwischen C & D" unmittelbar übergehen zu „A liegt entweder zwischen B & C oder zwischen B & D". Das Axiom, welches mir diesen Übergang zu gestatten scheint, ist eine Tautologie, oder es ist irgendetwas gegebenes über seine Form bestimmt, welches es erst zu einem Kriterium für die Formen der beiden Sätze die es verbindet machen kann.

25 × 25 = 625
Worin besteht hier das System, das uns die Commensurabilität zeigt?

Doch wohl darin, daß uns die Multiplication zweier in dieser Form hingeschriebener Zahlen nach der Regel immer wieder eine Zahl ~~[illegible]~~ in derselben Form liefert & eine Regel für zwei Zahlzeichen dieser Form entscheidet ob sie dieselbe oder verschiedene Zahlen bezeichnen.

Man könnte diese Auffassung auch so charakterisieren: Es ist unmöglich Entdeckungen neuartigen ~~neuen~~ Regeln zu machen, die von einer uns bekannten Form gelten. Sind es neue Regeln so ist es nicht die alte Form. Das Gebäude der Regeln muß vollständig sein, wenn wir überhaupt mit einem Begriff arbeiten wollen. — Man kann keine Entdeckungen in der Syntax machen. — Denn erst diese Gruppe von Regeln bestimmt den Sinn unserer Zeichen & jede Änderung (z.B. Ergänzung) der Regeln bedeutet eine Änderung des Sinnes.

Ebenso wie man die Merkmale eines Begriffs

Es ist klar, daß es keine Relation des „Sich Befindens" giebt die zwischen einer Farbe & einem Ort, bestünde in dem sie „sich befindet". Es gibt kein Zwischenglied zwischen Farbe & Raum.

Farbe & Raum sättigen einander.

Und die Art wie sie einander durchdringen macht das Gesichtsfeld.

Könnte man ~~[illegible]~~ die Axiome der Geometrie als Prinzipe des Übergangs von einem Satz zu einem anderen auffassen? Dann wären sie wirklich als Sätze der Grammatik aufgefaßt die nur solange ~~[illegible]~~ nötig sind als man die interne Relation zwischen den Gliedern eines Schlusses nicht aus der Struktur der Sätze ersehen kann. Sie sind dann von der Art: man ~~[illegible]~~ darf immer von einem Zeichen das so & so aussieht zu einem anderen übergehen das so & so aussieht. (Solche Regeln des Übergangs findet man z. B. bei Frege angegeben) nicht ändern kann ohne <u>ihn</u> zu ändern. (Frege)

/ Ein System ist eine Formenreihe & die Operationen die successive ihre Glieder erzeugen, sind eben in den Regeln beschrieben.

/ Der Gegensatz zu „es ist notwendig daß p für alle Zahlen gilt" ist allerdings „es ist nicht notwendig, daß …" und nicht „es ist notwendig, daß nicht …". Aber nun denkt man: wenn es nicht <u>notwendig</u> ist daß es für alle Zahlen gilt, so ist es doch möglich. Aber hier liegt der Fehler, denn man sieht nicht daß man in die extensive Auffassung geraten ist: Der Satz „es ist möglich – wenn auch nicht notwendig – daß p für alle Zahlen gilt" ist unsinnig. Denn „<u>notwendig</u>" & „<u>alle</u>" gehören in der Mathematik zusammen. (Solange man diese Ausdrucksweise nicht überhaupt durch eine weniger irreführende ersetzt.)

/ Was kann denn $(x)\, x^2 \neq -1$ bedeuten? Es kann doch nicht sagen, daß sämtliche Quadrate ungleich -1 sind.

Wie verhält es sich mit der Widerspruchsfreiheit der Axiome?

Man braucht – so kommt es mir vor – um den Raum darzustellen gleichsam ein dehnbares Zeichen.
Vielleicht ein Zeichen das eine Interpolation erlaubt analog dem Dezimalsystem.
Das Zeichen muss die Mannigfaltigkeit & Eigenschaft des Raumes haben.

Ist nicht das Dezimalsystem mit seiner unendlichen Möglichkeit der Interpolation eben dieses Zeichen?

Die Regeln über das Zahlensystem – etwa das Dezimalsystem – enthalten alles was an den Zahlen unendlich ist. Daß diese Regeln z. B. die ~~Zahlen nach~~ Zahlzeichen nach rechts & links nicht beschränken darin liegt die Unendlichkeit ausgedrückt.
Man könnte vielleicht sagen: ja, aber die Zahlzeichen sind doch durch den Gebrauch von Papier & Schreibmaterial & andere Umstände beschränkt. Sehr wohl

*kann es uns aber nicht eine Anleitung geben & sagen „wenn du auf ein Quadrat stößt so ist es nie nicht gleich −1"?

*Aber ist nicht eben das die ~~Art~~ Weise wie die Variable (ich meine die allg. Konst.) mit den Zahlen in Zusammenhang steht?

$x^2 \neq -a$

*Ist also $x^2 \neq -1$ das Gegenstück zu einer Definition?

In sofern, ja, als es eine Form verbietet.

Aber ist dann die Schreibweise richtig?

*Der Unterschied in den Auffassungen der Variablen tritt hervor wo eine Variable einer Zahl gleichgesetzt wird.

*$(x+y)^2$ liefert $x^2+2xy+y^2$ aber x kann doch nie 1 liefern!

*Dient die Variable in „$x^2=2x \cdot x=2$" nur zur Verknüpfung? (Also „links")

/Man könnte auch so fragen: Wie habe ich die Beschreibung „die Lösung der Gleichung $x^2=2x$" in mathem. Symbolen auszudrücken?

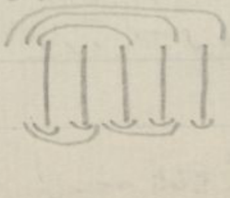
So?: $-\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}-b}$ $[x^2-2x+0=0]$

aber das ist nicht in den Regeln über ihren Gebrauch ausgedrückt & nur in diesen liegt ihr eigentliches Wesen ausgesprochen.

Welcher Art ist der Satz „zwischen 5 & 8 gibt es eine Primzahl"? Man würde sagen: „das zeigt sich". Und das ist richtig; aber kann man nicht die Aufmerksamkeit auf diesen internen Sachverhalt lenken? Man könnte doch sagen: „Untersuche das Intervall von 10 bis 20 auf Primzahlen! Wieviel gibt es?" Wäre das nicht eine klare Aufgabe? Und was wäre ihre Lösung? D. h., wie wäre ihre Lösung richtig auszudrücken oder darzustellen? Was bedeutet der Satz: „Zwischen 10 & 20 gibt es 4 Primzahlen"?

Dieser Satz scheint unsere Aufmerksamkeit auf einen gewissen Aspekt der Sache zu lenken.

So kann ich z. B. die Zahl 5 so hinschreiben daß man deutlich sieht daß sie nur durch 1 & durch sich selbst teilbar ist: Etwa so:



Meine Schwierigkeit ist die: Wenn ich im Gebiet der reellen, rationalen, oder ganzen Zahlen Gleichungen nach den Regeln löse so komme ich in gewissen Fällen auf scheinbaren Unsinn. Wenn das nun eintritt: soll ich sagen, es ist damit bewiesen daß die ursprüngliche Gleichung unsinnig war? So daß ich also erst nach beendeter Anwendung der Regeln sehen konnte ob sie unsinnig war oder Sinn hatte?! Muß es nicht vielmehr so heißen: Das Resultat der scheinbar unsinnigen Gleichung zeigt doch etwas über die allgemeine Form & bringt ~~sie mit~~ die verbotene Gleichung mit solchen die eine normale Lösung haben sehr wohl in Verbindung. Die Lösung zeigt doch immer die Distanz der Abnormalen zur ~~a~~ normalen Lösung. Wenn z.B. $\sqrt{-1}$ heraus kommt so weiß ich daß $\sqrt{-1+1}$ schon eine normale ~~Lösung~~ Wurzel wäre. Die Kontinuität, die Verbindung mit der normalen Lösung ist nicht abgebrochen. Würde das bedeuten, daß im Begriff der reellen Zahlen wie wir ihn durch unseren Symbolismus & seine Regeln darstellen der Begriff der imaginären bereits präsupponiert ist?

Das käme etwa darauf hinaus von der

Dieser Aspekt könnte etwa sagen „5 ist eine Primzahl"; Oder: „Seht, 5 ist eine Primzahl!".

*Das käme vielleicht auf dasselbe hinaus, was ich schon früher einmal gesagt habe, nämlich, daß der eigentliche mathematische Satz ein Beweis eines sogenannten mathematischen Satzes ist. Der eigentliche mathematische Satz ist der Beweis; d.h. dasjenige was zeigt wie es sich verhält.
Ein Beweis heißt mit Recht auch eine Demonstration.

[Wenn ich jemanden frage „wieviel Primzahlen gibt es zwischen 10 & 20?" so wird er sagen: „Ich weiß es nicht im Augenblick, aber ich kann es jederzeit feststellen". Denn es ist ja gleichsam schon irgendwo aufgeschrieben; er muß nur nachsehen. Und wenn er dann das was er dort sieht in den Worten ausdrückt „es gibt 4 Primzahlen etc" müssen dann nicht die Worte ebendas 'spiegeln' was er gesehen hat?

/ Man könnte das auch so sagen: der völlig analysierte mathematische Satz ist sein eigener Beweis.

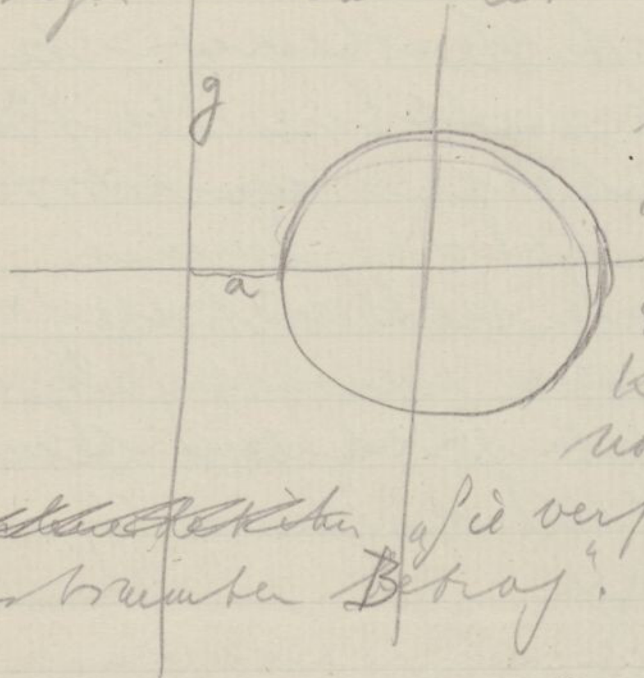
Oder auch so: der mathematische Satz ist nur die sofort sichtbare Oberfläche des ganzen Beweiskörpers ~~der hinter der Fläche liegt~~, den sie vorne begrenzt.

Der sogenannte mathematische Satz ist – im Gegensatz zu einem eigentlichen Satz – wesentlich das letzte Glied einer Demonstration, die ihn als richtig oder unrichtig sichtbar macht.

* Wie kommt es dann aber, daß man doch ~~scheinbar~~ allem Anscheine nach einen mathematischen Satz aufstellen kann & fragen „ist der nun richtig oder falsch"? In diesem Falle ~~frägt man eben~~ verlangt man eben noch eine Analyse des gegebenen Ausdrucks.

*** Es scheint nun aber auch Sätze der Mathematik zu geben von denen man ~~nicht weiß~~ sagt man wisse nicht ob sie sich als richtig oder falsch beweisen lassen oder nicht. Solche Sätze handeln von „allen Zahlen" und das Typische an ihnen ist das

/ Geraden g zu sagen sie ist vom Schnitt mit dem Kreis um a entfernt, statt einfach zu sagen sie schneidet ihn nicht.



Man könnte sagen, „sie schneidet ihn um einen gewissen Betrag nicht" & würde dadurch die Kontinuität mit dem normalen Schnitt darstellen.

„Sie ~~schneidet ihn nicht~~ „sie verfehlt ihn um einen bestimmten Betrag".

× Ich kann aber auch so sagen: Da ich aus -1 nicht die Wurzel ziehen kann, so darf ich auf die Gleichung $x^2 = -1$ nicht die Regel anwenden, die mich sonst von $x^2 = a$ zu $x = \sqrt{a}$ bringt. Ich stocke also bei $x^2 = -1$.

× Wenn ich also schreibe $\sim(\exists x)\, x^2 + 2x + 2 = 0$, so könnte das behaupten, daß ich bei der Auflösung der Gleichung zu einer Stockung kommen werde.

in ihnen die Zahlen als eine Kollektion betrachtet werden & nicht als das Resultat von gegebenen Operationen. Es scheint dann als ob die Zahlen auch – gleichsam – zufällig Eigenschaften haben könnten die nicht in ihrem Wesen – also in ihrem Bildungsgesetz – liegen & die man daher auch nicht voraussagen kann. [Ganz dasselbe Problem entsteht für den Raum]. Wenn ich z. B. die Dezimalen ~~&~~ von π & die Reihe der natürlichen Zahlen vergleiche & frage ob sie nach dem ersten Glied noch jemals übereinstimmen werden: Was soll das heißen, wenn man diese Reihen in Extenso auffaßt? Intentional betrachtet kann es heißen: ~~daß es im Wesen der beiden Gesetze~~ liegt es im Wesen der beiden Gesetze, daß etc.?"

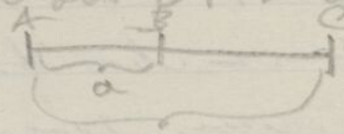
/ – Wie zeigt es sich, daß der Raum keine Kollektion von Punkten sondern die ~~Verkörperung~~ Realisierung eines Gesetzes ist?

/ Es scheint mir daß der Begriff der Distanz in der Struktur des Gesichtsraumes

$x^2-3x-x(x-3)=0$ die linke Seite ist wirklich $=0$
$x^2-3x-2=0$ hier ist ist sie's nicht.

?/ $x^2+3x+2=0$ } das ist wieder wie ein allgemeiner
$x \doteq -1$ } Satz & hier ist die Variable ein Glied. Denn schließlich könnte ich ja auch so schreiben: $\{-1\}^2+3\{-1\}+2=0$
Und hier könnte die geschweifte Klammer offenbar alles andeuten was oben die Variable ausgedrückt hat.

x/ Kann man die Vorhersage daß die Gleichung nicht zu einer Stockung führt durch Gleichungen ausdrücken?

?/ $5>4$ ~~sagt~~ heißt die Gleichung $4+x=5$ führt zu keiner Stockung. Wenn ich nun frage „ja wie kann ich es denn wissen, wenn etwas eine Stockung ist" so müßte man mir ein allgemeines Criterium geben, das mir in jedem speziellen Fall entscheiden hilft, ob ich weiter operieren kann (die Regeln geben diese Criterien). So ein Criterium ~~aus~~ in einem besonderen Fall wäre es zu sagen, „es darf nicht das Zeichen VT gebildet werden, da müßt unmittelbar gegeben ist. Wenn das nicht so ist & der Begriff der Distanz nur durch eine Correlation des distanzlosen Gesichtsraums mit ~~einer~~ einer anderen distanzhaltigen Struktur mit dem Gesichtsraum associiert ist, dann ist ~~…~~ der Fall denkbar, daß durch eine Änderung dieser Association z. B. die Strecke a 

größer erscheint als die Strecke b obwohl wir den Punkt B noch immer zwischen A & C gewahren.

*Obwohl uns Punkte im Gesichtsraum nicht gegeben sind so könnte man doch & und vielleicht ist das richtige die Fläche gleichsam als Punktgewebe betrachten. D. h. der Punkt kommt im Zeichen als ein unselbständiger Bestandteil vor der aber die Struktur des Zeichens charakterisiert.

Es scheint mir als müßte man erst die ganze Raumstruktur ohne Sätze aufbauen und dann kann man in ihr alle korrekten ~~…~~ Sätze bilden.

vor diesem Zeichen halt machen".

Wie aber kann ich das *allgemeine* Kriterium dafür geben daß ich die größere Zahl nicht von der kleineren abziehen darf? Das geht doch selbstverständlich nur mit Hilfe von Variablen. (Mit Rekursion) Es heißt dann „eine Zahl ist immer größer als eine andere wenn sie so & so aussieht", oder „wenn die Differenz so & so aussieht dann mache halt!" Dieses „so & so" muß aber mit Hilfe der Variablen beschrieben werden. Und was ist das nun für eine Variable? Vor allem ist eines wesentlich; die Gleichung oder Ungleichung in der sie vorkommt kann nicht eine sein die man beweisen kann. Denn die Variable darf sich nicht wegheben, sonst könnte ich die Regel nicht im besondern Fall anwenden. Sie entspricht der Definition die auch eine Variable derselben Art enthält. $x \cdot x = x^2$ Def. Das kann man nun wirklich als die Vorschrift auffassen für *alle* Ausdrücke „$x \cdot x$" *die einem unterkommen* den entsprechenden Ausdruck „x^2" zu setzen. Hier ist die unendliche *Möglichkeit* im Endlichen fixiert. In der Definition ~~xxx~~ deute ich nur die unendliche

Man bekommt sicher die richtige Mannigfaltigkeit der Bezeichnung wenn man sich der analytischen Geometrie bedient.

* Wenn $y = fx$ die Gleichung irgend einer geschlossenen Kurve ist und y hat ~~zwei Werte~~ eine beliebige Zahl von für jeden Wert von x so schreibe ich ~~das~~ Intervall zwischen zwei Werten von y – nämlich f_1x & f_2x – so: „$\overline{f_1x, f_2x}$". Dieses Zeichen ist eine Variable. Ich kann analog auch schreiben „$\overline{4, 5}$" d.i. die variable Zahl zwischen 4 & 5.

„[a, b]" soll dann die Klasse aller Werte der Variablen $\overline{ab}$ bezeichnen also das Intervall zwischen a & b. Dieses Intervall ist keine Klasse im Sinne Russells, denn es ist nicht durch eine Funktion gegeben & die Zugehörigkeit zum Intervall bestimmt sich nicht danach ob ein gewisser Satz wahr oder falsch ist. Ob etwas ein Glied des Intervalls ist läßt sich vielmehr aus dem Zeichen dieses Etwas erkennen. In gewissem Sinne ist das Intervall also tatsächlich eine Klasse „in extenso", nämlich keine Intension, die sich für

Möglichkeit an. [1+1=2 ist hier dasselbe wie oben]

* Das (∃x) bezieht sich immer auf die Ausrechnung einer Gleichung & auf das was dabei herauskommen soll.

* Wie ist es mit dem Satz „die Gleichung $x^2+3x+2=0$ ergibt eine Quadratzahl als Lösung"? (oder eine gerade Zahl etc etc.)

~~Die Behauptung der Werte Gleichheit tritt~~

* Es scheint mir daß es unerlaubt ist zu sagen: wenn eine 3 kommt, ersetze sie durch eine 5.

* π' ist von π verschieden wenn der Ersatz 3→5 überhaupt einzugreifen hat. Hat er nie einzugreifen, dann & nur dann können sie gleich sein.

Vh rhg, tfz wzhh rxs. orxs urxhg zovrunfsthon pzhhho!

/ Wie wäre es wenn man die Ersetzung 3→5 schon in die ersten Rechnungsregeln einführte, gleichsam in den Samen von π + √2?

eine Extension angibt. Ich könnte das Intervall auch eine interne Klasse nennen weil die Zugehörigkeit zum Intervall durch die internen Eigenschaften bestimmt wird.

* $(x; \overline{f_1 x, f_2 x})$ soll dann ein Zahlenpaar sein dessen eine Zahl x, die <u>andere</u> eine der Zahlen des Intervalls $f_1 x, f_2 x$ ist

Dieses ~~Z~~ variable Zahlenpaar entspricht dem was man einen Punkt der Fläche nennt.

*

Einem solchen <u>Zahlenpaar</u> ordne ich eine Funktion von $x + f_1 x, f_2 x$ zu; das entspricht der Feststellung daß jeder Punkt des Flecks eine Farbe haben soll die <u>von</u> der Lage des Punktes im Fleck abhängt. <u>Aber</u> diese Zuordnung ist noch kein Satz denn ein Punkt kann gar keine Farbe haben, vielmehr ist diese Zuordnung erst die Vorbereitung zu einem Satz.

Der Satz entsteht vielmehr erst dadurch daß ich diese Zuordnung

* Etwas sagt mir daß der Zusatz das π überhaupt nicht tangiert, aber wieso nicht?

* Oder ist die Wahrheit, daß $\underset{5\to3}{\sqrt{2}}$ eine irrationale Zahl eines anderen Systems ist & ich die beiden Systeme vorderhand nicht vergleichen kann. Das heißt aber, daß ich im System der Multiplikation, Division etc. von $\underset{5\to3}{\sqrt{2}}$ überhaupt nicht reden kann! Allgemein könnte man sagen: Nicht jedes Gesetz bestimmt eine reelle Zahl die ich in meinen Rechnungen gebrauchen kann. Sie müssen zu unserem Rechnungssystem gehören, sonst weiß ich nichts über ihre Lage in unserem System. Denn sie hat in ihm *keine* Lage.

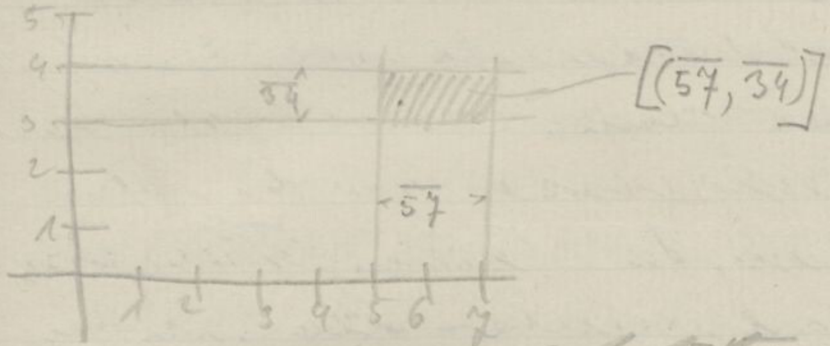
* Die Ersetzung 3→5 gehörte sozusagen in die Grundlagen einer Arithmetik, nicht als Annex an ein spezielles Gesetz.

* Es kommt mir so vor als könnte man in einer korrekten intensionalen Bezeichnungsweise für das Gesetz einer reellen Zahl den Zusatz 3→5 gar nicht anbringen; oder ~~[illegible]~~ aber

über den Fleck Ausdehne.

~~ich~~ Statt <u>des</u> Flecks steht der Ausdruck „$[(x; \overline{f_1x, f_2x})]$" das ~~ist~~ wieder eine „interne" Klasse wie das Intervall.

„$[(x; \overline{f_1x, f_2x}) - \varphi(x, \overline{f_1x f_2x})]$" ist erst der Satz der ~~die~~ Farbverteilung im Fleck $[(x; \overline{f_1x\, f_2x})]$ beschreibt.



Wenn der ~~Rechteck $\overline{57}$~~ rechteckige Fleck $[(\overline{57}, \overline{34})]$ einfarbig ist, etwa die Farbe hat die der Zahl N entspricht, so kann man diese Tatsache durch den Satz ausdrücken: $[(\overline{57}, \overline{34}) - N]$

* Wie aber würde es sich in dieser Notation zeigen können, daß ein Fleck nicht zwei Farben zugleich haben kann? Zeigt sich das nicht so ist etwas in der Notation falsch.

[Daß ein Punkt in der Ebene durch ein Zahlenpaar, in einem Sinne, daß er immer das Gesetz wesentlich verändern würde.

?/ Die Schwierigkeit ist die, daß das Übrige am Gesetz der $\sqrt{2}$ auch nicht wesentlich von der Art des Zusatzes verschieden zu sein scheint, daß es also auch in irgend einem Sinne auf Abenteuer ins Unendliche ausgegeben scheint, ~~[illegible]~~ & es scheint nur als müsse ich das Abenteuernde von dem Übrigen trennen / loslösen können.

Es scheint nämlich, daß derjenige Teil vom Gesetz der $\sqrt{2}$ der sich auf das Rechnen mit einzelnen Ziffern bezieht unwesentlich ist. Denn bei diesem Rechnen kommt es allerdings auch vor daß ich sage „wenn eine 3 da & da vorkommt, so wende diese & diese Regel an“.

Ist es, daß alle _diese_ Regeln in _einem_ System vereint sind?

?/ Und daß man ein Gesetz nicht mehr beeinflussen kann wenn es einmal aufgewachsen ist, sondern nur im Keim?

im 3-dimensionalen Raum durch ein Zahlentripel dargestellt wird, zeigt schon daß der dargestellte Gegenstand gar nicht der Punkt sondern das Punktgewebe ist.]

Würde uns in der Schwierigkeit zu zeigen, daß ~~nur~~ nicht zwei Farben zugleich an einem Ort sein können die Einführung der Zeit etwas nützen?

Angenommen unser Gesichtsbild bliebe immer dasselbe & andere Sinne als den Gesichtssinn hätten wir nicht, würde dann Zeit verrinnen?

Man muß scheinbar annehmen: ja; denn der Wechsel schließt auch die Möglichkeit der Ruhe in sich.

Obwohl es schwer ist sich zu denken daß Zeit vergeht wenn alles gleichbleibt.

Aber schon zu sagen alles bleibt gleich setzt die Zeit voraus.

1 Zu sagen daß eine bestimmte Farbe jetzt an einem Ort ist, heißt diesen Ort vollständig beschreiben.

Wenn ich sage auf diesem Tisch liegen 4

Die unendliche Möglichkeit allein macht das arithmetische Gesetz nicht, sonst wäre die Vorschrift ~~[illegible]~~ zu würfeln auch ein arithmetisches Gesetz.

* Das Gesetz muss – glaube ich – aus dem Nährboden des Systems hervorwachsen.

* Es läßt sich, was ich meine, auch so zeigen: Den Vorgang der Entwickelung von $\sqrt{2}$ kann ich, wenn sich mein Zahlensystem ändert, jederzeit in das neue System übersetzen, dagegen nicht den Zusatz $3 \to 5$.

/ Es gibt keine Zahl außerhalb eines Systems.

* Nicht jede unendliche Vorschrift ist eine reelle Zahl!

bru Affoh Tporxsurh vifirbxsg won Evihzzuw.

* Was ist das Verhältnis von „$a+(b+c)=(a+b)+c$" zur Definition $a+(\xi+1)=(a+\xi)+1$

Durch die Wirklichkeit ist nur das Rechnen

Äpfel so will ich damit auch ausschließen daß 5 Äpfel auf ihm liegen. In der Zeichensprache ~~sagt~~ sage ich dann es „4 Äpfel & nicht mehr“. Kann ich analog auch verfahren wenn ich ausdrücken will daß nur *eine* Farbe an einem Ort ist?

Denken wir uns die Farbe als dritte Dimension sodaß unsere Zeichenebene den Farbkörper, der in der dritten Dimension die Farbenskala durchläuft, in einer bestimmten Farbe schneidet so ist es klar daß die Ebene den Farbkörper nicht an verschiedenen Stellen schneiden kann.

Man könnte sagen: was hat dies & die Koordinaten? Eben die Farbe! Aber dann könnte man auch sagen diese Farbe hat diese Koordinaten & eine andere Farbe hat dieselben Koordinaten.

Die Bezeichnungsweise die ich oben vorgeschlagen habe könnte man auch verwenden wenn ein Zahlenpaar nicht einen Punkt sondern z.B. eine zur Zeichenebene senkrechte Gerade bezeichnen sollte & man könnte sich auf dieser Geraden verschiedene Farben [illegible] mit Cardinalzahlen vorgeschrieben.

/ „a+(b+c) = (a+b)+c" kann als Grundregel eines Systems aufgefaßt werden, als solche kann man es nur vorschreiben aber nicht behaupten, oder verneinen [also auch kein Gesetz des ausg. Dritten]. Nun kann ich den Satz aber scheinbar auch als Resultat eines Beweises ansehen. Hat dieser Beweis eine Frage beantwortet & welche? Hat er eine Behauptung als wahr erwiesen & also ihr Gegenteil als falsch?

/ Da scheint es nun aber, daß ich den Satz in dem Sinne, in dem er Grundregel eines Systems ist gar nicht beweisen kann; Ich beweise vielmehr etwas über ihn.

/ Und wirklich ich beweise nur aus „a+(b+c) = (a+b)+c, a+(b+(c+1)) = (a+b)+(c+1) und das ist nun allerdings für die Anwendung des Satzes von großer Bedeutung. Aber der Beweis umfaßt die Anwendung auch nicht.

/ R. meinte daß das was ich das Erkennen der

der Länge nach aufgetragen denken. Und so könnten demselben Punkt mehrere Farben entsprechen.

– Es verhält sich übrigens mit Farben nicht anders als mit Tönen oder elektrischen Ladungen.

Es handelt sich immer um die vollständige Beschreibung eines gewissen Zustandes in einem Punkt oder zur selben Zeit.

– Könnte es nicht folgendes Schema geben: die Farbe in einem Punkt ist nicht durch die Zuordnung *einer* Zahl zu einem Punkt beschrieben sondern durch die Zuordnung *mehrerer* Zahlen. Eine Mischung dieser Zahlen macht erst die Farbe & um die vollständige Farbe zu beschreiben brauche ich den Satz daß *diese* Mischung nun die komplette Mischung ist, also nichts mehr dazu kommen kann. Das wäre so wie wenn ich den Geschmack eines Gerichtes beschriebe indem ich die Ingredienzien aufzähle. dann müßte ich ~~wenn~~ am Schluß den Zusatz machen daß das nun *alle* Ingredienzien sind.

Systems kenne, weiter nichts ist, als die – vielleicht unbewusste – Anwendung eines allgemeinen mathematischen Satzes. So, wenn ich weiß daß sich die Frage nach der Richtigkeit von $\sin 3x = 5 \cos x$ entscheidbar sei folgere ich das eben nur aus dem Gesetz für $\sin \alpha + \beta$ etc. Aber das ist nicht richtig, sondern ich folgere es daraus, daß es so ein Gesetz gibt, nicht daraus wie es lautet.

/ Wir dürfen nicht die unendliche Möglichkeit der Anwendung * mit dem * verwechseln, was wirklich bewiesen ist. Die unendliche Möglichkeit der Anwendung ist nicht bewiesen!

* Skolemsche

Jener Beweis durch Rekursion ist eigentlich ein Existenzbeweis. Existenzbeweis * ist der Beweis, daß ich ein System anwenden kann. Aber welche Form hat so ein Beweis?

/ Das was am Beweis durch ~~vollständige~~ Rekursion ~~Induktion~~ auffällt, ist vor allem, daß das nicht herauskommt, was er zu beweisen vorgibt.

So könnte man sagen ist auch die Farbe erst dann fertig beschrieben wenn alle ihre Ingredienzien angegeben sind, natürlich also mit dem Zusatz dass es alle sind.

Aber wie ist dieser Zusatz zu machen?!

Wenn in Form eines Satzes, dann müsste auch die unvollständige Beschreibung der Farbe schon ein Satz sein!
Und wenn nicht in Form eines eigenen Satzes sondern nur durch irgendeine Art der Andeutung im ersten Satz, wie kann ich dann bewirken dass ein zweiter Satz von der selben Form dem ersten widerspricht?
Zwei Elementarsätze können einander ja nicht widersprechen!

Wie verhält es sich aber mit allen scheinbar ähnlichen Aussagen wie: ein materieller Punkt kann nur eine Geschwindigkeit auf einmal haben, in einem Punkt einer geladenen Oberfläche kann nur eine Spannung zugleich sein, in einem

Der Beweis zeigt, daß aus der Form 1) „$a+(b+c) = (a+b)+c$" mittels der Regel 2) „$a+(b+1) \stackrel{\text{Def}}{=} (a+b)+1$" die Form „$a+(b+(c+1)) = (a+b)+(c+1)$" folgt. Oder, was dasselbe heißt, die Form „$a+(b+(c+1))$" läßt sich mit Hilfe der Regeln 1) und 2) in „$(a+b)+(c+1)$" überführen. Das ist die ganze Wirklichkeit des Beweises. Alles andere & die ganze gewöhnliche Interpretation liegt in der Möglichkeit seiner Anwendung.

[Das erinnert an den Gedankengang über „grün & Grün"]

Und der gewöhnliche Fehler darin die Extension seiner Anwendung mit dem zu verwechseln was er eigentlich enthält.

Eine Definition kann ich natürlich nicht verneinen. Sie hat daher auch keinen Sinn. Sie ist eine Regel nach der ich vorgehen kann (oder vorzugehen habe)

Die Grundregeln eines Systems kann ich nicht negieren – außer als Folgen ihrer selbst.

Punkt einer warmen Fläche nur *eine* Temperatur auf einmal, in einem Punkt eines Dampfkessels nur *ein* Druck etc etc,

1 Niemand kann daran zweifeln daß das alles Selbstverständlichkeiten sind & die gegenteiligen Aussagen ~~[illegible]~~ Widersprüche.

2 Es scheint nun auf den ersten Blick zweierlei unter diesen Tautologien bzw. Kontradiktionen zu geben: Wenn man z. B. sagt ein Partikel könne nur *eine* Geschwindigkeit haben so kann man statt dessen auch sagen nur *eine* ~~gesamt~~ *Gesamtgeschwindigkeit*. D. h. die Beschreibung der Geschwindigkeit braucht einen *abschließenden* Zusatz wie oben. Allerdings hat es damit auch eine Schwierigkeit denn wie nun, wenn die Geschwindigkeiten sich subtrahieren.
Sagt man andererseits daß zwei ~~Punkte~~ Partikel nicht zugleich an derselben Stelle des Raumes sein können so ~~[illegible]~~ scheint das in anderem Sinne selbstverständlich zu sein. Es scheint nämlich als folge das aus der

/ Die Azahlen sind eine in der Wirklichkeit durch die Dinge gegebene Form, so wie die Rationalzahlen durch Ausdehnungen etc. Ich meine durch wirkliche Formen. So sind die komplexen Zahlen durch wirkliche Mannigfaltigkeiten gegeben. [Die Symbole sind ja wirklich]

/ Kann man das kommutative Gesetz als Definition auffassen? Ich glaube ja, weil die Reihenfolge bei der Ausrechnung der Addition keine Rolle spielt. Wir können z.B. nicht 5+6 & dann 6+5 zusammenzählen und nun schauen ob das Gleiche herauskommt. Dagegen ist es anders mit dem associativen Gesetz.

* Das „c" im Sk.schen Beweis hat im Beweis noch keine Bedeutung, es steht für 1, oder was sich etwa aus dem Beweis noch ergeben mag, & nach dem Beweis sind wir berechtigt es als irgend eine Zahl aufzufassen. Aber etwas muss es doch schon im Beweis geheißen haben. Wenn 1, warum schrieben wir dann nicht „1" statt „c"? Und wenn etwas anderes, was?

Definition eines Farbtons hervor. Dann wäre also die gegenteilige Behauptung nicht ein Widerspruch sondern ein Unsinn.

* Wie ist es nun im Falle der Farben: Nehmen wir an die Aussage die einem Fleck eine Farbe zuschreibt wäre die Aussage über eine gewisse Schwingungszahl dann könnte man die Sache auch so auffassen daß die Angabe verschiedener Schwingungszahlen einander nicht widersprechen, ebensowenig wie die Sätze: „es liegen 3 Äpfel auf dem Tisch", „es liegen 5 Äpfel auf dem Tisch"; solange in keinem der Sätze das Wort *nur* vorkommt. Der Satz der einem Fleck *auch* (und nicht *nur*) eine Schwingungszahl zuschreibt, entspräche also keiner Farbangabe sondern etwas unbestimmtem etwa analog einem Grad der Helligkeit.

Aber auch diese Erklärung ist ungenügend & zwar aus mehr als *einem* Grund. Wenn die Farben alle nur verschiedene Stadien derselben Struktur sind dann ~~nur~~ genügt es nicht daß aus „a ist rot" folgt

was uns am Beweis interessieren soll, ist gar nicht sein Schlußsatz, sondern, daß dieser aus den Regeln 1) & 2) folgt & ferner, daß dieser Satz als Spezialfall die Regel 1 enthält.
[Reductio ad absurdum]

× Der Skolemsche Beweis verbindet die Buchstabenregel 2) mit einer Regel über das Zahlzeichen „1" also mit dem Zahlenrechnen.

× Er berechtigt mich nicht zur Behauptung $a+(b+(c+d)) = (a+b)+(c+d)$, wohl aber – & das ist sein Zweck – zur Anwendung der Regel 2) auf jede beliebige Zahl.

/ Nehmen wir nun an, ich will den Satz auf 5, 6, 7, anwenden, so sagt mir der Beweis, daß ich das bestimmt darf. Wenn ich nämlich diese Ziffern in der Form (1+1+1...) schreibe, so kann ich erkennen, daß der Satz ein Glied jener Satzreihe ist, die auch der letzte Satz der Skolemschen Beweiskette darstellt. Dieses Erkennen ist wieder nicht beweisbar sondern intuitiv

„auch nicht grün" sondern man muß auch ersehen daß eine Farbe einer anderen näher liegt als eine dritte, u. s. w.

S Ginge es so daß man die resultierende Farbe als ein Zusammenwirken wirklich wahrgenommener Farben in verschiedenen Mischungsverhältnissen ansieht?

Dann bestünde die Farbbeschreibung eines Flecks in einem logischen Produkt der Sätze über die Elementarfarben ~~Grundfarben~~ & einem abschließenden Satz der sagt daß es alle Elementarfarben ~~Grundfarben~~ sind.

S Haben aber nicht auch die ~~Grundfarben~~ Elementarfarben eine Struktur? Und wie soll sich die zeigen?

S Gibt es denn überhaupt Zeit im ersten System? Kann man von einem Ereignis oder vielmehr von ~~einer~~ Tatsache im System der Data sagen „es war"?

/ Wenn ich die Tatsachen des ersten Systems mit den Bildern auf der Leinwand & die Tatsachen im zweiten System mit den Bildern auf dem Filmstreifen vergleiche, so gibt es auf dem Filmstreifen ein gegenwärtiges Bild, vergangene & zukünftige Bilder; auf der Leinwand aber

„Every symbol is what it is & not an other "symbol".

Ib rhy bxsdoi vrnvo Qfiabxxsgrton vrnovr Dot of yobxsivrgor. Dorp ogu rto vrxbg bgtorr gzum „bxsgf gfu von Qrixhgfio wnig 10 Qorpon emnfuh fuw toh rn wrobbi Drxbgfut.

Kann es keinen ~~Z~~ Beweis ~~der Ziffer~~ geben, der blos zeigt, daß jede Multiplication im Dezimalsystem nach den Regeln eine Zahl des Dezimalsystems liefern muß? (So daß also das Erkennen des gleichen Systems doch auf der Erkenntnis der Wahrheit eines mathematischen Satzes beruhen würde)

Es müßte analog sein einem Beweis dafür, daß durch Addition von ~~Ziffern~~ der Formen 1+1+1… immer wieder Ziffern ~~derselben~~ dieser Form entstehen. Kann man das nun beweisen? Der Beweis liegt offenbar in der Regel der Addition solcher Ausdrücke, d.h. in der Definition & in nichts anderem.

Man könnte ja auf die Frage auf ~~die~~ welche dieser Beweis die Antwort geben ist nur die Gegenwart.

/ Das eine Charakteristische an diesem Gleichnis ist, daß ich darin die Zukunft als präformiert ansehe.

/ Es hat einen Sinn zu sagen die zukünftigen Ereignisse seien präformiert wenn es im Wesen der Zeit liegt, nicht abzureißen. Denn dann kann man sagen: „Etwas wird geschehen, ich weiß nur nicht, was". Und in der Welt der Physik kann man das ~~offenbar~~ sagen.

S Wie aber in der Welt der Data? Reißt diese Welt nicht wirklich ab?

Kann man von einem Datum sagen es sei früher als ein anderes?

Ich habe eben gegenwärtige ~~Data~~ Sinnesdaten + gegenwärtige Erinnerungsbilder. Kann ich nicht sagen daß ich aus diesen nur im 2. System die Zeit konstruiere.

Man kann aber auch sagen daß ich aus ~~[illegible]~~ diesen gegenwärtigen Data ein zeitliches 2. System konstruieren kann sagt etwas ~~[illegible]~~ über das 1. System aus + dieses aussagt drücke ich in den Worten aus: Das soll auch sagen: Ja was soll die Addition denn ergeben? (Oder aber die Multiplication)

/ Ein rekursiver Beweis ist nur eine allgemeine Anweisung auf beliebige spezielle Beweise. Ein Wegweiser der alle Sätze einer bestimmten Form auf einem bestimmten Wege heimweist. Er sagt zum Satz $2+(3+4)=(2+3)+4$ „geh in dieser Richtung (durchlaufe diese Spirale) dann kommst Du nach Hause.

/ Inwiefern kann man nun so eine Anweisung auf Beweise, den Beweis eines allgemeinen Satzes nennen? (Ist das nicht, als ~~so~~ wollte man fragen „inwiefern kann man einen Wegweiser einen Weg nennen"?) Aber er rechtfertigt doch die Anwendung von $a+(b+c)=(a+b)+c$ auf Zahlen. Muß es also nicht doch einen legitimen ~~[illegible]~~ Übergang von dem Beweisschema zu diesem Ausdruck geben?

X Was ist „$(a+b)+c = a+(b+c)$", eine allgemeine Regel fürs Zahlenrechnen oder eine Regel zum Rechnen ~~[illegible]~~ in der Algebra?

erste System ist zeitlich geordnet. – Nur darf man nicht vergessen daß diese zeitliche Ordnung ganz anders aussieht als die im 2. System.

S Zu der richtigen Darstellung der Farbe muß sich nicht nur zeigen daß wenn a rot ist es nicht zugleich grün sein kann, sondern alle jene internen Eigenschaften müssen sich zeigen die wir kennen wenn wir die Farben kennen. Also alles was sich auf die Verwandtschaft der einzelnen Farben zu einander & ihr Verhältnis zu Schwarz & Weiß bezieht.

S Hier ~~[illegible]~~ weist die Farbenblindheit auf etwas hin: Es gibt Leute die den Sinn für rot & grün oder für gelb & blau nicht haben. Daraus könnte man schließen daß man Gelb & Blau kennen kann ohne dadurch auf die ~~[illegible]~~ Möglichkeit von rot & grün schließen zu können, daß also diese Farbpaare logisch von einander unabhängig sind.

– Es scheint einfache Farben zu geben. Einfach als psychologische Erscheinungen.

/ Ich kenne einen Beweis mit endloser Möglichkeit, der z.B. mit „$a+(b+1)=(a+b)+1$" anfängt & weiterläuft über „$a+(b+2)=(a+b)+2$ etc. etc. Der „rekurrierende" Beweis ist die allgemeine Form des Fortschreitens in dieser Reihe. Aber er muss doch selbst etwas beweisen denn er erspart mir tatsächlich den Beweis eines jeden ~~[illegible]~~ Satzes von der Form „$3+(4+7)=(3+4)+7$". Aber wie könnte er denn diesen Satz beweisen? Er weist offenbar jener Reihe von Sätzen [Beweisen] entlang.

$$a+(b+(\xi+d))=(a+(b+\xi))+d=((a+b)+\xi)+d=(a+b)+(\xi+d)$$

$$a+(b+((\xi+d)+d))=(a+(b+(\xi+d)))+d=((a+b)+(\xi+d))+d=(a+b)+((\xi+d)+d)$$

das ist ein Stück der Spirale aus der Mitte heraus.
ξ hält den Platz offen für das was erst bei der Entwicklung entsteht.

/ Wenn ich diese Reihe ansehe, kann mir auffallen, daß sie mit der Definition $a+(b+1)=(a+b)+1$ verwandt ist; daß, wenn ich für „ξ" „1" und

Was ich brauche ist eine psychologische Farbenlehre, keine physikalische & ebensowenig eine physiologische.

Und zwar muß es eine <u>rein</u> psychologische Farbenlehre sein in der nur vom wirklich Wahrnehmbaren die Rede ist und keine hypothetischen Gegenstände — Wellen, Zellen etc etc — vorkommen.

Man kann nun <u>unmittelbar</u> Farben als Mischungen von rot, grün, blau, gelb, schwarz & weiß erkennen. Dabei ist Farbe <u>immer</u> Color nie Pigmentum, nie Licht, nie Vorgang auf oder in der Netzhaut etc.

Man kann auch sehen daß die eine Farbe röter ist als die andere oder weißlicher etc. Aber kann ich eine Metrik der Farben finden? Hat es einen Sinn zu sagen daß die eine Farbe etwa in <u>Bezug</u> auf ihren Gehalt an Rot <u>in der Mitte</u> zwischen zwei anderen Farben steht?

Es scheint jedenfalls einen Sinn zu haben zu sagen die eine Farbe steht einer anderen in dieser Beziehung näher als einer dritten.

für „a" „1" setze die beiden Systeme gleich werden.

/ Im Beweis ist jedenfalls das zu Beweisende nicht das Ende der Gleichungskette.

/ Der Beweis zeigt die Spiralform des Gesetzes.

/ Aber nicht so daß sie als Resultat der Gleichungskette herauskommt.

/ Wir könnten uns den Beweis ganz gut auch populär mit 1 ausgeführt denken und etwa Pünktchen danach um anzudeuten worauf wir sehen sollen. Er wäre nicht wesentlich weniger streng. [hier wird nämlich die Andersartigkeit des Beweises noch deutlicher]
Denken wir uns ihn so. Wie rechtfertigt er dann den Satz $a+(b+c)=(a+b)+c$?

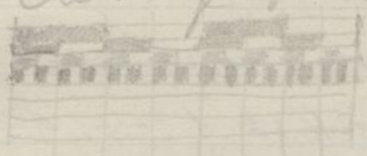
X Wenn der Beweis das Stück einer Spirale zeigt, so ist der algebraische Satz ein Kreis.

/ Wenn man den Beweis ansieht als einen von der Art der Ableitung von $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$, so beweist er den Satz „$a+(b+(c+1))=(a+b)+(c+1)$" (unter der Annahme von „$a+(b+c)=(a+b)+c$" also des Satzes,

Und wenn dem so ist so ~~hätte~~ hat es auch Sinn ?!!
von der Mitte zwischen zwei Farben zu reden.
Das aber gäbe die Möglichkeit ein Farbintervall in gleiche Teile zu teilen solange allerdings nur bis die Grenze der Unterscheidbarkeit erreicht ist.

/ Hier stoßen wir auf ein Problem das auch in der Ausdehnung des Gesichtsraumes auftritt nämlich den kleinsten ~~xxx~~ sichtbaren Unterschied. Die Existenz eines kleinsten sichtbaren Unterschieds widerspricht ~~einerseits~~ der Kontinuität andererseits müssen sich sich untereinander vereinbaren lassen.

/ Wenn ich eine Reihe von Flecken hab die abwechselnd schwarz & weiß sind wie die Figur zeigt



so werde ich bei weiterer Unterteilung bald zu einer Grenze kommen, wo ich die schwarzen & weißen Flecken nicht mehr unterscheiden kann, wo ich also etwa den Eindruck eines grauen Streifens habe.
Heißt das aber nicht daß ich die Strecke in meinem Gesichtsfeld nicht beliebig unterteilen kann; und doch sehe ich keine Diskontinuität. Und eine das ist ja selbstverständlich weil ich eine Diskontinuität nur sehen könnte wenn ich noch

den ich eigentlich beweisen wollte) Und rechtfertigt – unter dieser Voraussetzung – Spezialfälle wie $3+(5+(4+1)) = (3+5)+(4+1)$. Er hat dann auch eine Allgemeinheit, aber nicht die gewünschte. Diese Allgemeinheit liegt vielmehr nicht in den Buchstaben sondern ebensogut in bestimmten Zahlen & besteht darin, daß man den Beweis wiederholen kann.

/ Wie kann ich aber durch das Zeichen für das anzeigen, was ich im Übergang von $f(1)$ auf $f(2)$ sehe? (nämlich die Möglichkeit der Wiederholung)

× Wie zeigt es sich denn in der Anwendung des Satzes $a+(b+c) = (a+b)+c$ daß er für alle Zahlen gilt? Ist nicht dieser Satz die einfachste Anwendung des assoziativen Gesetzes & nicht das Gesetz selbst?

?/ Daß $a+(b+1) = (a+b)+1$ ein Spezialfall von
$a+(b+c) = (a+b)+c$ ist, kann ich auch nicht beweisen, sondern muß es sehen.
[Auch keine Regel kann mir da helfen, denn ich muß doch wieder wissen, welches ein Spezialfall der allgemeinen Regel ist]

<u>nicht</u> an der Grenze des Unterscheidbaren angelangt wäre.

Das schaut sehr paradox aus.

Aber wie ist es denn mit der ~~Kont~~ Stetigkeit zwischen den einzelnen Reihen. Wir habe offenbar eine vorletzte Reihe von unterscheidbaren Flecken & dann die letzte einfarbig graue Reihe, ist es denn dieser letzten Reihe anzusehen daß sie wirklich durch Unterteilung der vorletzten entstanden ist? Offenbar nicht. Andererseits: Ist es aber der sogenannten vorletzten Reihe anzusehen daß sie nicht mehr sichtbar unterteilt werden kann? Es scheint mir, ebensowenig. Dann gäbe es also doch keine letzte sichtbar unterteilte Reihe!

Wenn ich die Strecke nicht mehr sichtbar unterteilen kann, so kann ich aber auch nicht den <u>Versuch</u> dieser Unterteilung machen, kann also auch nicht das Mißlingen eines solchen Versuches sehen.

(Es ist hier wie mit der Grenzenlosigkeit des Gesichtsraums)

Dasselbe würde natürlich auch von den Farbenunterschieden gelten.

/ Das ist die unüberbrückbare Kluft zwischen Regel & Anwendung oder Gesetz & Spezialfall.

× Der Beweis zeigt vielmehr daß sich die Regel a+(b+c)=(a+b)+c in jedem Fall von Zahlen beweisen kann.

× Spielen sonst nicht die Formeln der Algebra diese merkwürdige Doppelrolle als Zeichenregeln & Satz auf den die Regel angewandt wird? (Frege)

/ a+(b+c)=(a+b)+c ist eine Definition, eine Regel für das algebraische Rechnen. Sie ist so gewählt, daß dieses Rechnen mit dem Zahlenrechnen übereinstimmt. Sie erlaubt denselben Übergang im algebraischen Rechnen der, wie sich im rekursiven Beweis zeigt, für Cardinalzahlen gilt. a+(b+c)=(a+b)+c ist also nicht das Resultat dieses Beweises sondern läuft mit ihm quasi parallel.

Das was wir aus jenem Beweis entnehmen, kann man überhaupt nicht in einem Satz darstellen & ebendadurch

/ Die Kontinuität in unserem Gesichtsfeld besteht darin, „daß wir keine Diskontinuität sehen".

Wenn die Welt der Data zeitlos ist, wie kann man dann überhaupt über sie reden.

/ Wenn die Erinnerung *kein* Sehen in die Vergangenheit ist, wie wissen wir dann überhaupt daß sie mit Beziehung auf die Vergangenheit zu deuten ist? Wir könnten uns dann einer Begebenheit erinnern & zweifeln ob wir in unserem Erinnerungsbild ein Bild der Vergangenheit oder der Zukunft haben.
Man kann natürlich sagen: ich sehe nicht die Vergangenheit sondern nur ein *Bild* der Vergangenheit. Aber woher *weiß* ich ~~[illegible]~~ daß es ein Bild der *Vergangenheit* ist, wenn das nicht im Wesen des Erinnerungsbildes liegt. Haben wir etwa durch die Erfahrung gelernt diese Bilder als Bilder der Vergangenheit zu deuten? Aber was hieße ~~[illegible]~~ hier überhaupt „Vergangenheit"?!

/ Nun widerstrebt es aber allen Begriffen der allerdings auch nicht verneinen.

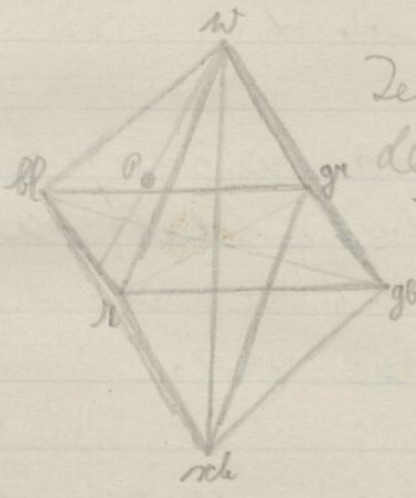
/ Wie ist es aber mit einer Definition wie $a+(b+1) = (a+b)+1$ Def. Sie ist nicht als Regel zum algebraischen Rechnen gemeint sondern als Hilfsmittel zur Erklärung von arithmetischen Ausdrücken. Sie stellt eine *Operation* dar, die ich auf jedes beliebige Zahlenpaar anwenden *kann*.

Wie ist es mit dem gemischten Vorkommen von Buchstaben & Ziffern in den algebraischen Sätzen? Das kann von zweierlei Art sein: $a+1 = b$ oder $2 \cdot a = b$. Im letzteren Fall kann man die Ziffer wegschaffen & schreiben $a+a = b$. Aber $\sin n\pi = 0$? Hier steht n für irgend eine Zahl & der Satz kann rekursiv bewiesen werden. Ich kann ihn aber auch als algebraische Regel auffassen die man mit dem, *was* sich im Gebiet der Zahlen zeigt in Übereinstimmung gebracht hat.

/ Der richtige Ausdruck des assoziativen Gesetzes ist kein Satz sondern gerade sein „Beweis", der allerdings das Gesetz nicht „behauptet" sondern zeigt. Und hier wird es physikalischen Zeit daß ich in die Vergangenheit wahrnehmen sollte & das scheint wieder nichts anderes zu bedeuten, als daß der Zeitbegriff im 1. System von dem in der Physik <u>radikal</u> verschieden sein muß.

/ Wenn ~~m~~ man fragt: "Welches Erlebnis liegt dem Zeitbegriff, der Annahme einer Zeit, zugrunde?" Würde man antworten? — Es ist die Erinnerung, wenn es eine punktartige Gegenwart gibt; oder es ist eine kontinuierliche Wahrnehmung deren einer Endpunkt die Gegenwart ist & die man in einem <u>weiteren</u> Sinne auch Erinnerung nennen ~~könnte,~~ kann.

S



Jeder Punkt auf der Oberfläche des Oktaeders stellt eine Farbe dar z.B. P ein weißliches Blaurot welches näher dem Rot als dem Blau ist.

/ Eine räumliche Distanz kann durch eine Zahl dargestellt werden. (Dieser Satz handelt nicht von klar, daß man dieses Gesetz nun nicht verneinen kann, weil es gar nicht in Form eines Satzes auftritt. Die einzelnen Gleichungen des Beweises könnte man freilich verneinen aber dadurch würde das Gesetz nicht verneint. Dieses <u>entgeht</u> der Bejahung & der Verneinung.

/ Wenn die Gleichung $x^2+2x+2=0$ nach den algebraischen Regeln $x=-1\pm\sqrt{-1}$ ergibt so ist das ganz in Ordnung solange wir nicht wollen daß die Regeln für x im Einklang sind mit den Regeln für die reellen Zahlen. In diesem Falle bedeutet das Ergebnis der allgebraischen Ausrechnung, daß die Gleichung keine Lösung hat.

* $(\exists x)^{\text{reell}}\ x^2-2x+2=0$ behauptet eine Eigenschaft von der Lösung dieser Gleichung nach den algebr. Regeln. Die Lösung nach diesen Regeln ist in jedem Fall $1\pm i$.

* Was heißt es aber, von einem Zeichen der Algebra zu behaupten es sei reell? Es sei denn, daß damit ausgedrückt ist, es gelten für diese Variable jetzt

starren Maßstäben) Er muß sich unmittelbar aus der Struktur des Gesichtsraumes ergeben.

Ich könnte dann statt die räumliche Relation zweier Flecke a & b aRb zu schreiben, sie aNb schreiben, wo N eine Zahl ist, also eine <u>dehnbare</u> Relation.

§ Wie soll die Tatsache korrekt ausgedrückt werden daß φ( ) von <u>ebensovielen</u> Gegenständen befriedigt wird wie ψ( )?

$$\begin{matrix} a & c \\ b & d \end{matrix}$$

§ $(x = a \cdot b = y) \vee (x = c \cdot d = y)$ Dies ist natürlich <u>keine</u> 1→1 Relation zwischen den beiden Klassen aber es ist der Ausdruck einer Regel nach der die <u>Zeichen</u> der Gegenstände einander zugeordnet werden können.

§ Wie kommt es, daß man Äpfel & Schuhe zählen kann, und auch Zahlen?!

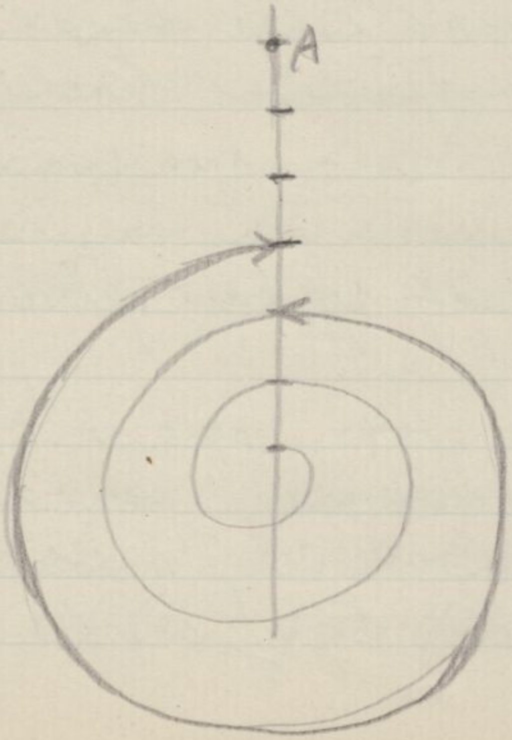
§ Die Zahl ist ein Schema

§ Wenn ich von der „Zahl der <u>Bücher</u> auf diesem andere Regeln. Und diese Regeln könnten nur darin bestehen, daß man den Satz $(\exists x)\, x^2 + ax + b = 0$ als falsch anzusehen hat wenn $\frac{a^2}{4} < b$ ist.

Man spricht von einem Problem die Lösungsformel einer Gleichung zu finden.

/ Wenn der Beweis, daß jede Gleichung eine Wurzel hat ein rekursiver Beweis ist, so heißt das, daß der Hauptsatz der Algebra kein eigentlicher mathematischer <u>Satz</u> ist.

/ Wissen daß man etwas beweisen kann, ist, es bewiesen haben.



„Tisch" rede so meine ich ein gewisses Schema von der Art |||| oder $(0, \xi, \xi+1)$, das sich auf den Umfang dieses Begriffes anwenden läßt. Unter dem Schema verstehe ich natürlich nicht die 4 Striche sondern das jenige was ihnen mit allen Viererklassen gemeinsam ist was ich aber nicht ohne eine solche darstellen kann.

§ Wenn ich zwei Viererklassen habe so könnte
x abcd ich sagen, daß diese Klassen
efgh gleichzahlig ist kann ich zeigen weil es möglich ist die Namen zu Paaren zusammenzufassen ~~so daß~~ die eine 1–1 Relation zwischen den Klassen etablieren. Ich kann also etwa schreiben ae, bf, cg, dh. Diese Möglichkeit des Zusammenfassens der Namen beweist natürlich etwas über die Klassen (nämlich ihre Gleichzahligkeit) Und genau dasselbe beweist auch die mögliche Zusammenfassung durch Identitäten $(a=x . y=e$ etc)

?X $(\exists x, y\, z) . \varphi x . \varphi y . \varphi z : \sim(\exists x, y, z, u)\, \varphi x . \varphi y . \varphi z . \varphi u$

Wie müßte ich es nun anfangen die allgemeine Form solcher Sätze zu schreiben?! Diese Frage hat offenbar einen

7 + (8 + 9) = (7 + 8) + 9 Wie weiß ich daß das so ist ohne es besonders bewiesen zu haben? Und weiß ich es <u>ebensogut</u>, als hätte ich es vollständig abgeleitet? Ja! – dann ist es also wirklich bewiesen. Und zwar kann es dann nicht noch <u>besser</u> bewiesen werden, etwa dadurch, daß ich die Ableitung bis zu diesem Satz selbst führe. Ich muß also vom Durchlaufung einer Spiralwindung sagen können „halt! ich brauche nicht mehr, ich sehe schon wie es weiter geht" & alles <u>Höhersteigen</u> müßte dann einfach überflüssig sein & nicht doch die Sache deutlicher machen. Wenn ich alle Windungen der Spirale bis zu meinem Punkte zeichne so kann ich also nicht besser sehen daß sie zu ihm führt als wenn ich nur <u>eine</u> Windung zeichne. Ist das aber so? Ich glaube, ja. Nur zeigen beide dasselbe in verschiedener Form. Ich kann sozusagen der vollständig gezeichneten Spirale stupid folgen & komme zu meinem Punkt, während ich die eine gezeichnete Windung auf bestimmte Weise interpre-

tieren

haben Sinn. Denn wenn ich nur ein paar solche Sätze hinschreibe so versteht jeder was das Wesentliche dieser Sätze sein soll.

Ich müßte offenbar eine Beschreibung dieses Wesentlichen des Zeichens geben. Ich könnte etwa sagen in der ~~linken~~ rechten Klammer kommen alle Buchstaben der linken Klammer vor und noch einer mehr. Aber ist so eine Beschreibung erlaubt? Merkwürdigerweise glaube ich, ja. Setzt nicht jedes Symbolismus solche Beschreibungen voraus?

Ich könnte auch ein Zeichen konstruieren:

$$(\exists x\, y\, z)\, \varphi x \cdot \varphi y \cdot \varphi z : \sim (\exists x\, y\, z\, u)\, \varphi x\, \varphi y\, \varphi z\, \varphi u$$

Oder ich könnte die Regel geben:

Der ~~Satz~~ Ausdruck $(\exists \ldots)\, \varphi \ldots \sim (\exists \ldots)\, \varphi \ldots$ ist eine Variable, ~~deren Wert~~ deren Werte der folgenden Beschreibung genügen: ..... Hier kann man auch von einer 1-1 Relation Gebrauch machen als Kriterium dafür daß in der rechten Klammer alle Buchstaben der linken stehen.

Die Beschreibung der Zeichen der Werte der muß, um aus ihr zu entnehmen, daß sie verlängert zum Punkt A führt. D.h.: aus dem vollständig durchgerechneten Beweis für 6+(7+8)=(6+7)+8 kann ich dasselbe entnehmen, wie aus dem der nur eine „Windung" beschreibt nur auf andere Weise. Und jedenfalls ist die eine Windung zusammen mit den Zahlformen der gegebenen Gleichung ein vollständiger Beweis dieser Gleichung. Es ist, wie wenn ich sage: „Du willst zum Punkt A kommen? Ja, den kannst du mit dieser Spirale erreichen.

x Welches ist das System von Vorschriften denen reelle Zahlen entsprechen? Oder: Welche Art von Ziffernerzeugenden Vorschriften sind reelle Zahlen?

Rxs bgyo 14 Sgto psut urxsgh tvzi yvrgvg. Nfz dwuppbv dri Avsvz mgy wrh Sdrowvi tvzon drv. Rxs zrv umxs uxzs afi Ifsv Atvgmoovn. Tuv ~~Avmv~~ Svwzpugvn uvrggvin fo von Tvtvnbgzuv Svifo.

Variablen ist immer nur eine äußerliche Beschreibung. Sie ist die Beschreibung des Zeichens & nicht des Symbols.

Ich glaubte das einzige was bei einer solchen Beschreibung der Zeichen unbedingt erforderlich ist, ist daß man von einem jeden Zeichen muß sagen können ob es einen Wert der Variablen darstellt oder nicht.

Ich sagte daß jeder Symbolismus ~~eine~~ solche Beschreibungen voraussetzt. Wenn etwa Russell das Zeichen ($\exists x$ etc) einführt so kann er nicht alle Zeichen ($\exists x$) etc, ($\exists x, y$) etc, ($\exists x, y, z$) etc ad infinitum einführen sondern er gibt eine Regel die wir verstehen müssen, eine syntaktische Regel.

§ Ich führe keinen neuen Grundbegriff ein, wenn ich die Variable $(\exists \ldots)\varphi \ldots \vee (\nexists \ldots)\varphi \ldots$ konzipierte. Die Werte dieser Variablen sind ja wohlbekannt.

§ Können Unklarheiten & Widersprüche in der Beschreibung der Variablen vorkommen? Und

Die phänomenologische Sprache beschreibt genau das gleiche wie die gewöhnliche, physikalische. Sie muss sich nur auf das beschränken was verifizierbar ist.

Ist das überhaupt möglich?

Vergessen wir nicht dass die physikalische Sprache auch wieder nur die primäre Welt beschreibt & nicht etwa eine hypothetische Welt. Die Hypothese ist nur eine Annahme über die richtigste praktischste Art der Darstellung.

Ist nun diese hypothetische jeder Darstellung der Welt wesentlich?

Angenommen ich hätte ein so gutes Gedächtnis dass ich mich meiner sämtlichen Sinneseindrücke erinnern könnte. Dann spricht nichts dagegen dass ich sie beschriebe. Es wäre das eine Lebensbeschreibung. Und warum sollte ich nicht alles Hypothetische aus dieser wie sind sie zu vermeiden. Macht man hier es richtig wie Frege? Hier scheinen noch Schwierigkeiten zu liegen.

$$(\exists x,y)\,\varphi x.\varphi y.\sim(\exists x,y,z)\,\varphi x.\varphi y.\varphi z \overset{def}{=} \{\xi,\xi\}\,\varphi(\xi)$$

Diese Definition bedarf zu ihrem Verständnis wieder einer Erklärung, denn die interne Beziehung zwischen den beiden Seiten ist nicht unmittelbar klar. (Wir wissen nicht worauf es in diesem Zeichen ankommt)

~~(∃)~~ Könnte man diese Beschreibung nicht mit Hilfe von Operationen geben?

§ Ein einfacher Fall:

$$\varphi a.\varphi b \overset{def}{=} P_{a,b}(\varphi)$$
$$\varphi a.\varphi b.\varphi c \overset{def}{=} P_{a,b,c}(\varphi)$$
$$\varphi a.\varphi b.\varphi c.\varphi d \overset{def}{=} P_{a,b,c,d}(\varphi)$$

Nun will ich allgemein das variable Produkt $P_{\dots}(\varphi)$ definieren! Wie soll ich das machen?

Man könnte eine Operation hinschreiben:

$$[\varphi a.\varphi b = P_{a,b}(\varphi),\ — = P_{—}(\varphi),\ —.\varphi\eta = P_{—,\eta}(\varphi)]$$

§ Diese Operation ist offenbar nur eine äußerliche ~~der~~ Beschreibung der Zeichen.

Das Wesen der Sache muss ich dann — gleich

Beschreibung fortlassen könnte?

/ Ich könnte ja z.B. die Gesichtsbilder plastisch darstellen etwa im verkleinerten Maßstab durch Gipsfiguren die ich nur soweit ausführe als ich sie wirklich gesehen habe und den Rest etwa durch eine Färbung oder Ausführungsart als unwesentlich bezeichnen.

/ Soweit ginge die Sache vollkommen gut. Aber wie ist es mit der Zeit die ich zu dieser Darstellung brauche? Ich nehme an ich wäre im Stande diese Sprache so schnell zu „schreiben" – die Darstellung zu erzeugen – als meine Erinnerung geht. Nehmen wir aber an ich läse diese Beschreibung dann wieder durch, ist sie jetzt nicht doch hypothetisch? Und ~~[illegible]~~ warum nicht?

/ Denken wir uns solche Darstellung: Die Körper die ich scheinbar sehe werden durch einen Mechanismus so bewegt daß

dann – von selbst verstehen. Denn die Opera-
tion gibt es hier nicht. Sie behandelt näm-
lich die Zeichen als ob sie sinnlos wären. Ich
könnte ebensogut beschreiben
$[\exists, -, -O]$ & dies würde die Reihe $\exists, \exists O, \exists OO$
etc darstellen die gar nichts heißt.

Ist das aber in Ordnung?

Die Glieder der Operationsreihe haben ja Bedeu-
tung & ihre interne Verwandtschaft ist keine
äußerliche Angelegenheit der Zeichen sondern
eine Verwandtschaft der Bedeutungen. Diese
Verwandtschaft muß also einer Verwandt-
schaft der Symbole & nicht nur der Zeichen
entsprechen. Muß nicht offenbar
der Übergang von einem Zeichen zum näch-
sten ein sinnvoller Übergang sein?

Wie ist es mit der Operation die die Reihe
$(\exists x)\, \varphi x$, $(\exists x, y)\, \varphi x \cdot \varphi y$, etc hervorbringt?
Sie wäre:

$$[(\exists x) \cdot \varphi x, (—)—, (—, \xi)— \cdot \varphi \xi]$$

Aber hier ist eine Schwierigkeit darin daß ich
nicht ausgedrückt habe daß das Argument

sie zwei Augen die an einer bestimmten
Stelle des Modells angebracht
sind die darzustellenden Gesichts-
bilder geben müssten. Aus der
Lage der Augen im Modell &
aus der Lage ~~der~~ Bewegung der
Körper ist dann das ~~be~~ beschriebene
Gesichtsbild bestimmt. (der Mechanismus)
Es wäre etwa denkbar ~~die Körper~~
durch Drehen einer Kurbel ~~z~~
~~bewegen~~ zu betreiben & ~~[illegible]~~ die
Beschreibung so „herunterzulesen".

/ Ist es nicht klar, daß das die unmit-
telbarste Beschreibung wäre die sich
denken läßt? D.h. daß alles was
noch unmittelbarer sein wollte auf-
hören müßte eine Beschreibung zu
sein?

/ Es käme dann statt ~~jeder~~ einer Beschreibung
jener unartikulierte Laut heraus
mit dem manche Autoren ~~[illegible]~~ die Philo-
sophie ~~[illegible]~~ gern anfangen möchten [„Ich
habe, um mein Wissen wissend, bewußt
etwas"]

meinte ξ von allen früheren Zeichen verschieden sein muss. Ist das nicht eine fundamentale Schwierigkeit?

Definitionen: $(\exists x,y)\,\varphi x \cdot \varphi y \overset{\mathrm{Df}}{=} (\exists \alpha,\alpha)\,\varphi\alpha$

$(\exists x,y,z)\,\varphi x \cdot \varphi y \cdot \varphi z \overset{\mathrm{Df}}{=} (\exists \alpha,\alpha,\alpha)\,\varphi\alpha$.

allgemein:

$$[(\exists x,y)\,\varphi x \cdot \varphi y = (\exists \alpha,\alpha)\,\varphi\alpha,\ (\exists -)\cdot - = (\exists -)\,\varphi\alpha,\ (\exists - \xi)\cdot - \cdot \varphi\xi = (\exists -,\alpha)\,\varphi\alpha]$$

Dann wäre die allgemeine Form von

$(\exists\alpha)\,\varphi\alpha,\ (\exists\alpha,\alpha)\,\varphi\alpha$, etc:

$$[(\exists\alpha)\,\varphi\alpha,\ (\exists -)\cdot\varphi\alpha,\ (\exists -,\alpha)\cdot\varphi\alpha]$$

$$(\exists\alpha)\,\varphi\alpha \cdot \sim(\exists\alpha\alpha)\cdot\varphi\alpha = (N\alpha)\,\varphi\alpha$$

$$(\exists\alpha\alpha)\,\varphi\alpha \cdot \sim(\exists\alpha\alpha\alpha)\,\varphi\alpha = (N\alpha\alpha)\,\varphi\alpha$$

$$[(\exists\alpha)\,\varphi\alpha \cdot \sim(\exists\alpha,\alpha)\cdot\varphi\alpha = (N\alpha)\,\varphi\alpha,\ (\exists -)\,\varphi\alpha \cdot \sim(\exists -)\cdot\varphi\alpha = (N -)\,\varphi\alpha,\ (\exists -,\alpha)\,\varphi\alpha \cdot \sim(\exists -,\alpha)\,\varphi\alpha = N(-,\alpha)\,\varphi\alpha]$$

So wäre das Zeichen $N(\ldots\ldots)\,\varphi\alpha$ einzuführen.

Die allgemeine Form der Zahlenaussage wäre dann:

$$[(N\alpha)\,\varphi\alpha,\ (N -)\,\varphi\alpha,\ (N -,\alpha)\,\varphi\alpha]$$

Erinnern wir uns: In der Arithmetik kommt die Zahl allein ohne den Begriff vor zu dem sie gehört. Dann ist sie aber doch ein unvollstän man kann eben nicht vor dem Anfang anfangen.

/ Die Sprache selbst gehört zum zweiten System. Wenn ich eine Sprache beschreibe ~~[illegible]~~ beschreibe ich [illegible] etwas Physikalisches. Wie kann aber eine physikalische Sprache das Phänomen beschreiben?

/ Ist es nicht so: das Phänomen (specious present) enthält die Zeit, ist aber nicht in der Zeit?

Seine Form ist die Zeit aber es hat ~~[illegible]~~ keinen Platz in der Zeit.

/ Während die Sprache zeitlich abläuft.

/ Was wir unter dem Wort „Sprache" verstehen läuft in der homogenen physikalischen Zeit ab. (Wie das durch den Vergleich mit dem Mechanismus vollkommen klar wird)

/ Was diesem Mechanismus in der primären Welt entspricht nur das könnte die primäre Sprache sein.

dieses Zeichen. Aber so kommt sie ja auch nie in einem Satz vor; im Satz ist sie immer mit einem Begriff verbunden. Kein Satz handelt von der Zahl 4. In der Arithmetik aber wo die Zahlen für sich vorkommen stehen sie aber auch nicht in Sätzen.

Das Zahlzeichen ist ein Schema & ist ~~aus~~ in der Arithmetik aus seinem Zusammenhang gerissen.

$$[(N\alpha)\varphi\alpha, (N-)\varphi\alpha, (N-,\alpha)\varphi\alpha] \overset{Def}{=} \cancel{\#}(\alpha,-,-,\alpha)\varphi\alpha$$

Dann könnte man die Funktion „$(\alpha,-,-,\alpha)(\ )$" die allgemeine Form der Zahl nennen. Die leere Klammer deutet an daß es sich um das Gemeinsame aller Zahlenaussagen handelt.

Die Zahlen sind Bilder der Begriffsumfänge.

Man kann fragen hat denn die Zahl wesentlich etwas mit einem Begriff zu tun? Ich glaube das kommt darauf hinaus zu fragen ob es einen Sinn hat von einer Anzahl von Gegenständen zu reden die nicht unter einen Begriff gebracht

X Die Anwendung der Russellschen & Fregeschen Theorie der Zahlen setzt voraus daß man Aussagefunktionen der Art „$x = a \vee x = b \vee x = c$" etc konstruieren kann. Diese Konstruktion kommt darauf hinaus Umfänge extensiv zu gebrauchen, denn einen anderen Sinn kann die Einführung der Identität nicht geben. ----

/ Es ist als käme ich mit der phänomenologischen Sprache in einen verzauberten Sumpf wo alles Erfaßbare verschwindet.

/ Angenommen die Welt bestünde aus einem gleichbleibenden Gesichtsfeld wäre es dann nicht möglich sie zu beschreiben.

z.B. in der Mitte eines roten Gesichtsfeldes ist ein blauer kreisförmiger Fleck.

/ Obwohl auch hier, das, was beim Lesen des Satzes vorsichgeht nicht im Satz beschrieben sein kann.

sind. Hierbei ist z.B. etwas zu sagen: „a und b und c sind 3 Gegenstände"? Ich glaube offenbar nein! Es ist allerdings ein Gefühl vorhanden das uns sagt: wozu von Begriffen reden; die Zahl hängt ja nur vom Umfang des Begriffes ab und wenn der einmal bestimmt ist, so kann der Begriff sozusagen abtreten. Der Begriff ~~[illegible]~~ ist nur eine Methode um einen bestimmten den Umfang zu bestimmen, der Umfang aber ist selbständig und in seinem Wesen unabhängig vom Begriff; denn es kommt ja auch nicht darauf an durch welchen Begriff wir den Umfang bestimmt haben. Das ist das Argument für die extensionale Auffassung. Dagegen kann man zuerst sagen: wenn der Begriff wirklich nur ein Hilfsmittel ist um zum Umfang zu gelangen, dann hat der Begriff in der Arithmetik nichts zu suchen; dann muss man eben die Klasse gänzlich von dem zufällig mit ihr verknüpften Begriff scheiden. Im umgekehrten Fall aber ist der vom Begriff unabhängige Umfang nur eine Chimäre & dann ist es besser von ihm überhaupt nicht zu reden sondern nur vom Begriff.

Aber von welcher Wichtigkeit kann denn diese Beschreibung des gegenwärtigen Phänomens sein? Es scheint als wie die Beschäftigung mit dieser Frage geradezu kindisch & wir in eine Sackgasse hineingeraten. Und doch ist es eine ~~wichtige~~ bedeutungsvolle Sackgasse, denn in sie lockt es alle zu gehen als wäre dort die letzte Lösung des philosophischen Problems zu suchen.

Andererseits ist es klar daß wir eine Ausdrucksweise brauchen in der wir die Phänomene des Gesichtsraums – z. B. – als solche, isoliert darstellen können.

„Ich sehe eine Lampe auf dem Tisch stehen" sagt, wie es in unserer gewöhnlichen Sprache verstanden werden muß, mehr als die Beschreibung des Gesichtsraumes. Eine richtige Beschreibung wäre zwar: „Es scheint mir als sähe ich eine Lampe auf einem Tisch stehen" Aber diese Ausdrucksform ist irreleitend weil sie es erscheinen läßt als würde nichts

$\varphi a \cdot \varphi b \cdot \varphi c \cdot \varphi d \overset{Def}{=} (a, b, c, d) \cdot \{\varphi(\ )\}$

Könnte ich nun nicht das unvollständige Zeichen $(a, b, c, d) \cdot \{\ \}$ den Umfang des Begriffes ξ nennen für den $(a, b, c, d) \cdot \{\xi(\ )\}$ wahr wird?

Die Zahl $(x\ x\ x\ x)$ wäre dann das allgemeine Schema des Umfangs $(a, b, c, d) \cdot \{\ \}$

Man könnte nun den Begriffsumfang wie einen Gegenstand betrachten, dessen Name ja auch nur im ~~Satz~~ Satzzusammenhang Sinn hat. „a und b und c und d" ~~ist also~~ hat allerdings keinen Sinn, das ist kein Satz. Aber „a" ist ja auch kein Satz.

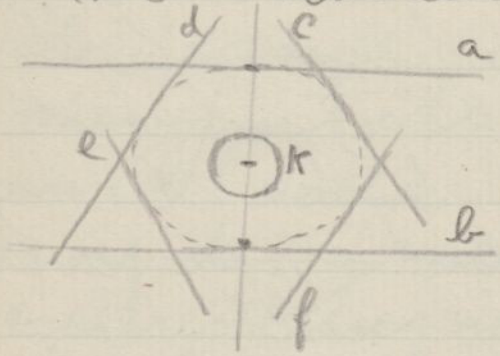
Hat es nun aber einen Sinn, eine beliebige Form eines Begriffsumfangs hinzuschreiben etwa $(a, g, i, m) \cdot \{\ \}$, wo die Buchstaben in der Klammer Namen von bestimmten Gegenständen sein sollen, wenn ich ja nicht weiß ob diese Gegenstände „unter einen Hut zu bringen" sind?

Kann man darauf nicht antworten: Daß ein Name Bedeutung hat setzt voraus daß er in einem Satz Sinn hat, d. h.

(~~deutliches~~) wirkliches beschrieben von. dem etwas was seinem Wesen nach nicht klar sei.

Während doch das „es scheint" nur besagt daß etwas als besonderer Fall einer allgemeinen Regel beschrieben wird & das Ungewisse ist nur ob sich weitere Ereignisse sich als besondere Fälle derselben Regel ~~werden~~ beschreiben lassen werden.

Auf dem Film scheint eine Grenzlinie ~~zu~~ ~~gezogen~~ zu sein von der wir einzelne Stücke sehen. D.h. was wir sehen läßt sich durch eine Grenzlinie auf dem Film & bestimmte ~~Unterbr~~ Unterbrechungen des Lichtstrahls ~~...~~ beschreiben. Um den Kreis K scheint ein konzentrischer Kreis gezeichnet ~~gezogen~~ ~~...~~ & a b c d e f als Tangenten an ihn gezogen worden zu sein.



* Die Verification der Sprache — also der Akt durch den sie ihren Sinn erhält — geht allerdings in der Gegenwart

Die Namen könnte man eigentlich schreiben $\xi(a)$, $\xi(b)$, $\xi(c)$ etc. wo ξ eine variable Funktion ist. Dann aber muss auch das Zeichen für den Begriffsumfang immer zulässig sein.

] Folgt nun daraus nicht dass, wenn ich aus den Schemata für die Begriffsumfänge, den Zahlen, ~~mache~~ mache irgendwelche Regeln wenn solche Schemata bilde dass diesem Übergang von der einen Zahl zur anderen auch ein möglicher Übergang in den Begriffsumfängen entsprechen muss da ich ja ~~mit~~ mit meine Zeichen gerade mit dem Wesentlichen operiere.

S Wie muss nun z.B. die Regel für die Bildung der Summe zweier Zahlen lauten?

Wenn ich zwei Umfänge u_1, u_2 habe so ist es offenbar dass das Zeichen $(u_1, u_2)\xi\,\zeta$ einen Sinn hat, merkwürdigerweise ohne dass ich irgend eine Konvention über die Addition von Begriffsumfängen vorher festgesetzt habe.

Ich habe einen instinktiven Wunsch nur mit den Begriffsumfängen zu operieren & von der vor sich.

Aus dem vorigen geht hervor – was übrigens selbstverständlich ist – daß die phänomenologische Sprache dasselbe darstellt wie unsere gewöhnliche physikalische Ausdrucksweise & nur den Vorteil hat, daß man mit ihr manches kürzer & mit geringerer Gefahr des Mißverständnisses ausdrücken kann.

/ Es könnte z. B. einmal praktisch sein meinen Händen & denen anderer Leute Eigennamen zu geben um beim Reden von ihnen nicht immer von ihrer Beziehung zu einem Menschen reden zu müssen welche für die Hände selbst unwesentlich ist & weil die gewöhnliche Ausdrucksweise den Anschein erwecken könnte als wäre die Beziehung zum Besitzer der Hand etwas was im Wesen der Hand selbst liegt.

/ Der Gesichtsraum hat wesentlich

Funktionen ~~[illegible]~~ keine Notiz von der Arithmetik zu nehmen.

Ich möchte es den Operationen mit den Zahlen dann selbst überlassen etwas zu bedeuten.

/ [Jede Zahl kann man auffassen als aus Einheiten bestehend. Dieser Satz schaut dümmer aus als er ist]

(Die russische Rechenmaschine)

/ [Es scheint mir nämlich daß die Zerlegung einer Zahl in ihre Summanden eine unmittelbar einleuchtende Operation ist & nicht einer Einführung auf dem Umweg über Operationen mit Wahrheitsfunktionen bedarf.

Es scheint mir also als ob man direkt sagen könnte „siehst Du, |||| besteht aus || und ||".

Kann ich denn aus beliebigen Dingen einen Umfang bilden, ist es denn sicher, daß es eine Funktion gibt deren Umfang er ist? Sätze die mit solchen beliebigen Umfängen gebildet werden, werden im allgemeinen nicht wahr sein, aber es sind immer Sätze. Denn wenn es auch nicht wahr ist meinen Besitzes.

Nehmen wir nun an ich sehe immer einen bestimmten Gegenstand mit allen anderen im Gesichtsraum – nämlich meine Nase –. Ein Anderer sieht diesen Gegenstand natürlich nicht auf gleiche Weise. Heißt das nicht doch daß der Gesichtsraum von dem ich rede mir gehört? Daß er also subjektiv ist. Nein. Er ist hier nur subjektiv aufgefaßt worden, und ihm ist ein objektiver Raum ~~gegenüber~~ entgegengestellt der aber nur eine Konstruktion ist mit dem Gesichtsraum als Basis. In der sekundären Sprache des „objectiven physikalischen Raumes" ~~ist~~ heißt der Gesichtsraum subjectiv, oder heißt das subjectiv was in dieser Sprache dem Gesichtsraum unmittelbar entspricht. So als würde man sagen: In der Sprache der reellen Zahlen heißt das was in ihrem Reich den Cardinalzahlen unmittelbar entspricht, die „positiven ganzen Zahlen".

Zu dem vorhin beschriebenen Modelle müssen die beiden Augen die ~~m~~ ~~...~~ die Gegenstände sehen oder ihr Ort nicht daß die Gegenstände a, b, c den Umfang irgend eines Funktions bilden so hat doch der Satz $(a, b, c)\{\varphi\xi\}$ Sinn.

Die Definition des Begriffsumfangs die ich oben gegeben habe stimmt überhaupt gar nicht, sie müßte etwa lauten:

$$\varphi a . \varphi b . \varphi c . \sim(\exists x, y, z, u) . \varphi x . \varphi y . \varphi z . \varphi u = (a, b, c)\{\varphi\xi\}$$

* Es hat gewiss Sinn von jedem Begriff zu sagen daß er z.B. 4 Gegenstände umfaßt auch wenn er nicht 4 Gegenstände umfaßt.
Insofern muß jedes ~~[illegible] für Begriff~~ Umfangszeichen erlaubt sein.

* Wenn nun z.B. zwei Umfänge ganz außerhalb einander liegen so zeigt sich das in ihren Zeichen & wir brauchen ja dürfen zu dieser Konstatierung nicht auf die Begriffe zurückgehen da wir eben nicht wissen ob es solche Begriffe überhaupt gibt.

Zwischen den Begriffsumfängen würden viel mehr interne Relationen bestehen die man erweiterte Identitäten nennen könnte.

angegeben sein. Das ist nur *eine* Art der
Darstellung. Es gibt z.B. ebensogut
wenn der Teil der Gegenstände, der „ge-
sehen" ist durch einen Anstrich *ange-
deutet* ist. Natürlich kann man aus
den Grenzen dieses Anstrichs immer
die Lage zweier Augen bestimmen
aber das entspricht nur der Über-
setzung einer Ausdrucksweise in eine
andere.

/ Das Wesentliche ist, daß die Darstellung
des Gesichtsraumes ein Objekt darstellt
& keine Andeutung eines Subjekts enthält.

/ Angenommen alle Teile meines Körpers
könnten entfernt werden bis auf
einen Augapfel; dieser würde unbeweg-
lich irgendwo befestigt & behielte die
Fähigkeit zu sehen. Wie würde *mir* die Welt
erscheinen? Ich könnte keinen Teil meiner
selbst wahrnehmen & angenommen daß
mein Augapfel ~~xxx~~ für mich durchsich-
tig wäre, könnte ich mich auch im Spiegel
nicht sehen. Eine Frage ist nun
könnte ich mich durch mein Gesichtsbild

Man könnte etwa schreiben
$(a, b, c) \stackrel{a}{=} (a, e, f)$ d.h., die beiden Umfänge sind in Bezug auf a identisch.

§ Brauche ich jetzt nicht Zeichen für die allgemeine Form der Umfänge: die ein Glied gemeinsam haben, die kein Glied gemeinsam haben, von denen der eine den anderen ganz enthält, etc.?

§ Die Summe zweier Umfänge ist doch ein Umfang der die beiden anderen enthält und sonst kein Glied. Wie soll das ausgedrückt werden?

§ Dann brauche ich eine Art Definition die besagt daß ein gewisses Zeichen als Wert einer gewissen Variablen gebraucht wird.
Etwa $n \varepsilon (\alpha, -, -\alpha)$ was etwa besagt daß ich „n" als Zahlzeichen verwenden werde.

§ Könnte man etwa festsetzen daß Umfänge die ~~xx~~ ganz außerhalb einander liegen einfach durch verschiedene Buchstaben benannt werden sollen; dagegen solche die gemeinsame Glieder haben durch gemeinsame Indexe als solche bezeichnet werden sollen.

lokalisieren? Nicht lokalisieren heißt hier natürlich nur eine bestimmte Struktur des Gesichts-Raumes feststellen.

/ Fragt mich nun irgend etwas zu der ~~Ansicht~~ ~~Deutung~~ Deutung daß der Baum den ich durch mein Fensterscheibe größer ist als das Fenster. Wenn ich einen Sinn für die Entfernung der Objecte von meinem Auge habe so ist das eine berechtigte Deutung. Aber ~~...~~ auch dann ist es doch eine Darstellung in einem anderen Raum als dem Gesichtsraum, denn was dem Baum im Gesichtsraum entspricht ist doch offenbar kleiner als das was dem Fenster entspricht.

Oder muß ich sagen: ja das kommt eben darauf an wie man ~~...~~ die Wörter „größer" & „kleiner" ~~an~~ anwendet.

Es ist auch: ich kann im Gesichtsraum die Wörter „größer" & „kleiner" ~~an~~ in beiden Arten gebrauchen. Und in einem Sinn ist der Gesichtsberg kleiner im anderen größer als das Gesichtsfenster.

$u_1 = (a \ldots)$ würde heißen u_1 enthält a
$u_1 = (u_2 \ldots)$ u_1 enthält u_2
$u_1 (u_2, u_3, \ldots)$ u_1 enthält u_2 + u_3
$u_1 = (u_2, u_3)$ u_1 ist die Summe aus u_2 + u_3 etc.

$(\alpha\alpha\alpha) = ((\alpha\alpha),(\alpha))$
$\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha = ((\alpha\alpha)(\alpha\alpha)(\alpha\alpha)) = \alpha\alpha \times \alpha\alpha$

$(n) = \alpha \times n$
$(u, n) = \alpha\alpha \times n$

$[(n) = \alpha \times n, (-) = 1 - \times n, (-, n) = -\alpha \times n]$ das gäbe die Definition der Multiplication.

$[(n) = 1 \times n, (-) = - \times n, (-, n) = -1 \times n] = m \cdot n$

' Es ist merkwürdig daß man im Fall der Tautologien + Contradiktionen wirklich von Sinn + Bedeutung im Sinne Freges reden könnte.

' ~~Da~~ Wenn man die Bedeutung der Tautologie ihre Eigenschaft eine Tautologie zu sein nennt dann kann man den Sinn der Tautologie die Art & Weise nennen wie hier die

/ Angenommen mein Augapfel sei hinter dem Fenster befestigt so daß ich das meiste durchs Fenster sehen würde. Dann würde dieses Fenster die Rolle eines Teils meines Körpers übernehmen können. Was nah am Fenster ist, ist mir nahe. (Ich nehme an daß ich mit meinem Auge 3 dimensional sehe) Außerdem nehme ich an daß ich meinen Augapfel im Spiegel zu sehen im Stande bin und etwa an den Bäumen draußen ähnliche Augäpfel wahrnehme.

/ Wie kann ich nun erkennen oder zu der Annahme kommen daß ich die Welt durch die Pupille meines Augapfels sehe? Doch nicht wesentlich anders als dazu daß ich sie durch das Fenster oder etwa durch ein Loch in einem Brett hinter dem unmittelbar mein Auge liegt.

So wenn mein Auge frei an der Spitze eines Astes säße so könnte man mir seine Lage dadurch recht klar machen daß man

Tautologie zustande kommt. Das gleiche für die Contradiction.

Wenn man wie Ramsey vorschlägt das Zeichen „=" so erklärt daß

$\xi = \xi \overset{\text{def}}{=}$ Tautologie, $\xi = \eta \overset{\text{def}}{=}$ Contradiction

ist, dann kann man sagen daß hier die Tautologie & die Contradiction keinen „Sinn" haben.

Wenn also die Tautologie dadurch etwas zeigt daß gerade diese Form diese Bedeutung ergibt, so zeigt die Tautologie bei Ramsey nichts, denn sie ist Tautologie ex definitione.

Ramsey schlägt vor den Satz daß unendlich viele Gegenstände eine Funktion befriedigen dadurch auszudrücken ~~daß er~~ daß er alle Sätze verneint von der Form: $\sim(\exists x)\varphi x$

Aber nehmen wir nun an $(\exists x)\varphi x . \sim(\exists x y)\varphi x . \varphi y$

daß es nur 3 Gegenstände $(\exists x y)\varphi x . \varphi y . \sim(\exists x y z)\varphi x . \varphi y . \varphi z$

gibt d.h. daß nur 3 Namen etc

Bedeutung haben. Dann können wir den ~~vierten~~ vierten Satz der Reihe gar nicht mehr hinschreiben denn es hat dann keinen Sinn zu schreiben

$\sim(\exists x y z u)\varphi x . \varphi y . \varphi z . \varphi u$

einen Fingerring immer näher heranbrächte bis ich endlich alles durch ihn sähe. Ja man könnte auch die alte Umgebung meines Auges: Jochbogen, Nase, etc. heranbringen & ich wüßte wo alles hingehört.

/ Heißt das alles nun aber daß das Gesichtsbild doch wesentlich ein Subject enthält oder voraussetzt?

/ Oder ist es nicht vielmehr so daß jene Versuche mir nur rein geometrische Aufschlüsse geben.

/ D. h., Aufschlüsse die immer wieder nur das Object betreffen.
Objective ~~[illegible]~~ Auskünfte [Aufschlüsse] über die Realität.

/ Im Gesichtsraum ist nicht ein Auge welches mir gehört & Augen die anderen gehören. Nur der Raum selbst ist unsymmetrisch, die Gegenstände in ihm sind gleichberechtigt. Im physikalischen Raum aber stellt sich dies so dar, daß eines unter den an gleichberechtigten Stellen liegenden Augen ausgezeichnet wird ist *mein* Auge wird.

Ich will wissen was hinter mir vorgeht & drehe *mich* um. Wäre ich daran verhindert, würde nicht die Vorstellung bleiben daß sich der Raum um mich herum ausdehnt? Gewiß. Und daß ich die Gegenstände die jetzt hinter mir sind dadurch zu sehen kriege daß ich mich umdrehe. *Also* ist es die Möglichkeit des mich-Umdrehens die ~~...~~ mir zu jener Raumvorstellung verhilft. Der resultierende Raum um mich herum ist also ein gemischter Sehraum & *Muskelgefühlsraum*.

Ohne das Gefühl der Fähigkeit „mich umzudrehen" wäre meine Raumvorstellung eine *wesentlich* andere.

So hätte das frei sitzende unbewegliche Auge nicht die Vorstellung eines ~~...~~es ~~...~~ umgebenden Raumes.

× Ist es nicht möglich daß wir mit einem

Auge deshalb räumlich sehen weil unser
Gehirn etc dasjenige Gesichtsbild hervor-
ruft was ~~...~~ es durch den fortwährenden
Gebrauch von zwei Augen ~~zu~~ immer wieder
zu sehen gezwungen ist wird. Es ist sogar
ganz offenbar so wie der Fall  zeigt.

Die unmittelbare Erfahrung kann keinen Widerspruch enthalten. Ist sie jenseits von allem Sprechen & Widersprechen dann kann ~~...~~ auch kein Erklärungsbedürfnis auftreten, das Gefühl daß sich der Vorgang erklären lassen muß weil sonst etwas nicht stimmen würde.

Wie ist es denn wenn man die Augen ~~...~~ schließt: Man hört doch nicht auf zu sehen. Was man aber hier sieht enthält doch gewiß keine ~~Beziehung~~ Beziehung zu einem Auge. Und mit dem Traumbild ist es das Gleiche. Aber auch im normalen Sehen ist es klar daß ~~...~~ die Ausnahmestellung meines Körpers im Gesichtsraum nur von anderen Gefühlen herrührt die in meinem Körper lokalisiert sind und nicht von etwas rein Visuellem.